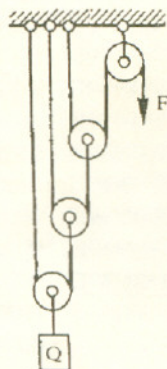


СЕДМИ РАЗРЕД

1. Кретање два аутомобила по правом путу описано је једначинама $s_1 = At + Bt^2$ и $s_2 = C + Dt$, где је $A = 2 \text{ m/s}$, $B = 0,5 \text{ m/s}^2$, $C = 100 \text{ m}$ и $D = -4 \text{ m/s}$. Кретање оба аутомобила посматрамо у истом систему референције. Одредити: (20 п.)
 - а) Растојање између аутомобила након 5 s;
 - б) Где ће бити положај (координата) првог аутомобила у моменту када се други налази у почетном положају првог;
 - в) Написати зависност $v = v(t)$ за сваки аутомобил.
2. Систем котурова приказан на слици налази се у равнотежи. Одредити силу F која држи систем у равнотежи, ако је за први котур везан тег тежине $Q = 100 \text{ N}$, а сваки котур има масу $m = 2 \text{ kg}$. Масе нити су занемарљиве. (20 п.)
3. Лоптица се налази на висини $H = 7,5 \text{ m}$ изнад глатке хоризонталне подлоге. Колику почетну брзину v_0 треба саопштити лоптици у вертикалном правцу, да би после другог удара о под она одскочила до првобитне висине, уколико при сваком удару лоптица губи 20% своје кинетичке енергије? Отпор ваздуха занемарити. (20 п.)
4. Камен масе $m = 0,2 \text{ kg}$ који је бачен вертикално увис почетном брзином $v_0 = 25 \text{ m/s}$ удари у хоризонталну препреку која се налази на висини $H = 22 \text{ m}$ изнад места бацања, а затим се врати на земљу. При удару камен изгуби кинетичку енергију и његова брзина једнака је нули непосредно после удара. Укупно време трајања кретања камена од тренутка бацања до тренутка пада је $t = 3,5 \text{ s}$. Одредити силу F којом камен удари у препреку. Отпор ваздуха занемарити. (20 п.)
5. Бакарно тело масе $m_1 = 0,04 \text{ kg}$, загрејано до температуре $t_1 = 600 \text{ }^\circ\text{C}$, унесе се у калориметарски суд у коме је вода масе $m_2 = 0,3 \text{ kg}$, чија је температура $t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. При убацивању тела у калориметарски суд испари део воде масе $m_3 = 0,002 \text{ kg}$. Колика је коначна температура воде? Топлота испаравања воде је $q_i = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, специфична топлота бакра је $c_1 = 350 \text{ J/(kg K)}$, а специфична топлота воде је $c_2 = 4186 \text{ J/(kg K)}$. Занемарити загревање калориметарског суда и остале топлотне губитке. (20 п.)



Напомена: За убрзање Земљине теже узети $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Задатке припремио: др Иван Манчев
Рецензент: др Мирослав Николић

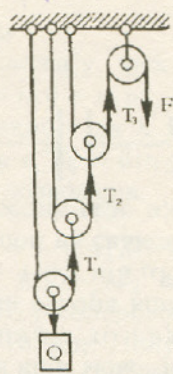
СЕДМИ РАЗРЕД

1. Кретање првог аутомобила описано је једначином $s_1 = At + Bt^2$ што је временска зависност пута од времена типа $s_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2$, одатле закључујемо да се први аутомобил креће равномерно убрзано почетном брзином $v_0 = A = 2 \text{ m/s}$ и убрзањем $a = 2B = 1 \text{ m/s}^2$. Први аутомобил полази из координатног почетка тј. за $t = 0$ следи $s_1 = 0$. Закон пута за други аутомобил је $s_2 = C + Dt$ што је зависност типа $s_2 = s_0 - vt$, где је $s_0 = C = 100 \text{ m}$, а $v = 4 \text{ m/s}$. Дакле, други аутомобил у почетном тренутку ($t = 0$) се налази на растојању $s_0 = 100 \text{ m}$ од координатног почетка, а затим се креће равномерно брзином $v = 4 \text{ m/s}$ у сусрет првом аутомобилу.

а) После пет секунди кретања први аутомобил биће на растојању $s_1 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 = 22,5 \text{ m}$ од почетне тачке, а други аутомобил на растојању $s_2 = 100 \text{ m} - 4 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} = 80 \text{ m}$ од координатног почетка. Растојање између аутомобила је $\Delta s = s_2 - s_1 = 57,5 \text{ m}$.

б) Други аутомобил биће у координатном почетку (на почетном положају првог аутомобила) после времена $t = 25 \text{ s}$ које налазимо из услова $s_2 = 0 = 100 \text{ m} - 4 \text{ m/s} \cdot t$. Први аутомобил за време $t = 25 \text{ s}$ биће на растојању $s_1 = 362,5 \text{ m}$.

в) Брзина првог аутомобила у зависности од времена биће $v_1 = v_0 + at = 2 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot t$, док брзина другог остаје константна све време $v_2 = \text{const.} = 4 \text{ m/s}$.



2. Нађимо прво силе затезања

$$T_1 = \frac{Q + mg}{2} \quad T_2 = \frac{T_1 + mg}{2} = \frac{\frac{Q+mg}{2} + mg}{2} = \frac{Q}{2^2} + \frac{mg(1+2)}{2^2},$$

$$T_3 = \frac{T_2 + mg}{2} = \frac{Q}{2^3} + \frac{mg(1+2+2^2)}{2^3} = \frac{1}{8}(Q + 7mg) = 30 \text{ N.}$$

Тражена сила је $F = T_3 = 30 \text{ N}$.

3. Претпоставимо да смо лоптицу бапили вертикално навише. Брзина непосредно пре првог удара биће $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$, док непосредно после првог удара је $v_{01} = \sqrt{\frac{8}{10}}v_1$ (то смо добили из податка да је $\frac{8}{10}$ кинетичке енергије преостало тј. $\frac{mv_{01}^2}{2} = \frac{8}{10} \frac{mv_1^2}{2}$). Тело иде навише до неке висине и при повратку непосредно пре другог удара имаће такође брзину v_{01} . Брзина непосредно после другог удара је $v_{02} = \sqrt{\frac{8}{10}}v_{01} = \frac{8}{10}v_1$ и том брзином тело треба да доспе до висине H односно

$$H = \frac{v_{02}^2}{2g} = \left(\frac{8}{10}\right)^2 \frac{(v_0^2 + 2gH)}{2g},$$

одатле налазимо почетну брзину $v_0 = \frac{3}{4}\sqrt{2gH} = 9,18 \text{ m/s}$. Напоменимо да се исти резултат добија и уколико се телу зада почетна брзина вертикално навише.

4. Брзина камена непосредно пре удара у препреку је $v = \sqrt{v_0^2 - 2gH} = 13,6 \text{ m/s}$, како је брзина непосредно после удара једнака нули то је промена брзине једнака $\Delta v = v$. Време за које камен стигне до препреке налазимо из релације $v = v_0 - gt_1$ и оно износи $t_1 = \frac{v_0 - v}{g} = 1,14 \text{ s}$.

Време за које тело слободно пада са висине H је $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2,098 \text{ s}$. Дакле, време за које је дошло до промене брзине је $\Delta t = t_u - (t_1 + t_2) = 0,26 \text{ s}$. Тражена сила је $F = ma = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = 10,46 \text{ N}$.

5. Ако је t_s крајња температура у калориметарском суду онда је $m_1 c_1 (t_1 - t_s) = (m_2 - m_3) c_2 (t_s - t_2) + m_3 c_2 (t_k - t_2) + m_3 q_i$ где је $t_k = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ температура кључања воде. Из претходног израза налазимо

$$t_s = \frac{m_1 c_1 t_1 + (m_2 - m_3) c_2 t_2 - m_3 c_2 (t_k - t_2) - m_3 q_i}{m_1 c_1 + (m_2 - m_3) c_2} = 22,3 \text{ }^\circ\text{C}.$$