

Обавезни задаци

- Воз дужине $l = 350 \text{ m}$ крене из стања мировања по правој прузи константним убрзањем $a = 3.0 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$. Након $t = 30 \text{ s}$ од почетка кретања укључен је предњи фар локомотиве (догађај 1), а $t_1 = 60 \text{ s}$ после укључивања предњег фара укључена је сигнална лампа на крају воза (догађај 2).
 - Наћи растојање између тачака на земљи у којима су се десили ови догађаји.
 - Како и коликом константном брзином у односу на земљу треба да се креће неки координатни систем S , да би се оба догађаја у том систему десила у једној тачки?
- Лествице су постављене уз вертикални зид као на слици 1. Коefицијент трења између лествица и зида је $\mu_1 = 0.4$. Колика треба да буде најмања вредност коefицијента трења μ_2 између лествица и подлоге (земље) па да оне не падну услед своје сопствене тежине? Може се сматрати да су лествице израђене од хомогеног материјала и да се тежиште лествица налази на средини њихове дужине.
- Краљевска круна масе $m = 1 \text{ kg}$ израђена је од злата и бакра. Тежина круна потопљене у води је $Q_1 = 9.1 \text{ N}$. Одредити масу бакра у круни. Густина злата је $\rho_1 = 19300 \text{ kg/m}^3$, а густина бакра $\rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3$.
- Саонице силазе са леденог брда висине $h = 10 \text{ m}$ и заустављају се после пређењег растојања BC по равной леденој подлози (слика 2). Наћи коefицијент трења између саоница и леда и убрзања на деловима пута OB и BC . Познато је растојање $AC = s = 50 \text{ m}$ и $AB = l = 30 \text{ m}$.

Изборни задаци

- Светла стрељаница висине $P = 2 \text{ cm}$ налази се на растојању $p = 6 \text{ cm}$ од танког сабирног сочива жижне даљине $f = 9 \text{ cm}$. С друге стране сочива, у његовој жижиној равни, постављено је равно огледало. Одредити положај коначног лика (рачунским путем и конструкцијом), његову природу и величину.
- Две идентичне мале еластичне куглице обешене су нитима различитих дужина. Тачке вешања распоређене су тако да се куглице у миру додирују (видети слику 3). Дужине нити су $l_1 = 1 \text{ m}$ и $l_2 = \frac{2}{3} l_1$. Уколико једну куглицу изведемо из равнотежног положаја за мали угао и пустимо, колико ће се судара десити за $t = 18 \text{ s}$ од момента пуштања те куглице?

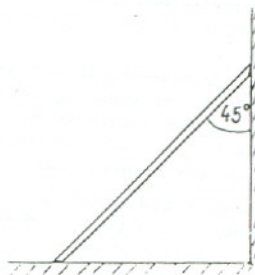
Напомене: За убрзање Земљине теже узети $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Сваки задатак носи 20 поена.

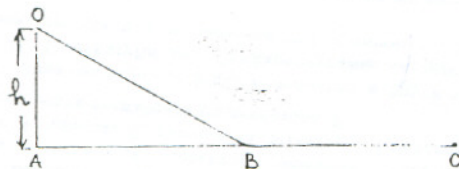
Прва четири задатка су обавезни задаци за све такмичаре, а пети задатак сами бирају (5а или 5б.).

Задатке припремили: др Иван Манчев и др Мирослав Николић

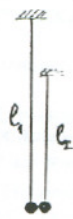
Рецензент: Бранко Јовановић



сл. 1



сл. 2



сл. 3

- а) Брзина воза после $t = 30\text{ s}$ је $v = at$. Пут који воз пређе за $t_1 = 60\text{ s}$ после тога је $S = vt_1 + \frac{1}{2}at_1^2$. Тражена раздаљина је $x = l - S = l - at_1(t + \frac{1}{2}t_1) = 242\text{ m}$.
б) Координатни систем треба да се креће у сусрет возу брзином $v_x = x/t_1 = 4.03\text{ m/s}$.
- На основу услова за равнотежу лествица имамо (видети слику 1):

$$F_{1t} - F_{2t} = 0, \quad F_{1t} + F_{2t} - Q = 0,$$

$$F_{1t} \frac{\sqrt{2}}{2} - Q \frac{l\sqrt{2}}{2} + F_{2t} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,$$

где су силе трења $F_{1t} = \mu_1 F_1$ и $F_{2t} = \mu_2 F_2$. Укупни момент сила рачунат је у односу на тачку А. Сређивањем претходних релација за тражени коефицијент трења имамо: $\mu_2 = 1/(2 + \mu_1) = 0.42$.

- Сила потиска је $F_p = mg - Q_1 = \rho_0 g V$, ($\rho_0 = 10^3\text{ kg/m}^3$ - густина воде). Запремина тела је $V = (mg - Q_1)/\rho_0 g = 0.9 \cdot 10^{-4}\text{ m}^3$. На основу релација $m = m_1 + m_2$, односно $m = m_1 + \rho_2(V - V_1) = m_1 + \rho_2 \left(V - \frac{m_1}{\rho_1}\right)$, добијамо $m_1 = \frac{m - \rho_2 V}{1 - \rho_2/\rho_1} = 0.369\text{ kg}$
- Сила трења на путу OB је $F_{t1} = \mu mg \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$, а на путу BC $F_{t2} = \mu mg$. Коришћењем релације $mgh = A_1 + A_2$ где је $A_1 = F_{t1} \sqrt{l^2 + h^2}$, $A_2 = F_{t2}(s - l)$, добијамо за коефицијент трења $\mu = h/s = 0.2$. Тражено убрзање на путу OB налазимо из израза: $F_p - F_{t1} = ma_1$ где је $F_p = mg \frac{h}{\sqrt{l^2 + h^2}}$. Сређивањем се добија: $a_1 = \frac{g}{\sqrt{l^2 + h^2}}(h - \mu l) = 1.26\text{ m/s}^2$, убрзање на путу BC је $a_2 = -2\text{ m/s}^2$.

- Лик L_1 (видети слику 2) у односу на сабирно сочиво биће имагинаран на растојању $l_1 = 18\text{ cm}$ које налазимо из релације $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l_1}$. Лик L_2 биће на растојању $l_2 = l_1 + f = 27\text{ cm}$ у односу на равно огледало. Положај коначног lika L_3 налазимо из једначине сочива $\frac{1}{f} = \frac{1}{p_3} + \frac{1}{l_3}$, где је $p_3 = l_2 + f = 36\text{ cm}$, односно $l_3 = 12\text{ cm}$. Коначан лик је реалан. Величину ликова који се јављају налазимо: $L_1/P = l_1/p$ тј. $L_1 = 6\text{ cm}$, $L_2 = L_1$, $L_2 \equiv P_3$, $L_3/P_3 = l_3/p_3$, $L_3 = 2\text{ cm}$. Дакле, лик је исте величине као и предмет, само што је окренут.
- Пошто се ради о идентичним и еластичним куглицама приликом судара покретна куглица преда сву своју енергију непокретној и при томе се зауставља. Тај процес се понавља на исти начин. Период осциловања оваквог сложеног система је $T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ где је $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 1.986\text{ s}$, а $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 1.62\text{ s}$. Дакле, $T = 1.80\text{ s}$. У току једног периода догоде се два судара, што значи да ће се за 18 s догодити 20 судара. Приметимо да за ово задато време (18 s) није битно која је куглица прва изведена из равнотежног положаја.

