



VI
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ЗАДАЦИ

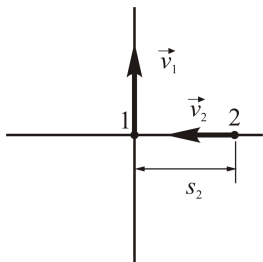
ДРЖАВНИ НИВО
12.04.2014.

1. Путник, који је закаснио на аутобус, креће за аутобусом таксијем да би га сустигао. Такси се прво кретао средњом брзином $v_1 = 80 \text{ km/h}$, а затим је због саобраћајне гужве наставио вожњу средњом брзином $v_2 = 60 \text{ km/h}$. После неког времена је стигао у једну од аутобуских станица истовремено са аутобусом. Да није било саобраћајне гужве, тј. да се све време кретао брзином v_1 , такси би стигао аутобус $\Delta t_1 = 0.5 \text{ h}$ раније у станици која је $d = 20 \text{ km}$ удаљена од места где је такси смањio брзину. Одредити средњу брзину аутобуса v_A .

2. Дебљина зидова акваријума је $\Delta l = 0.05 \text{ dm}$. Димензије ивица, мерене са спољашње стране акваријума су $a = 31 \text{ cm}$, $b = 41 \text{ cm}$ и $c = 4.85 \text{ dm}$ (c је висина акваријума). Израчунати запремину воде коју треба насути у акваријум да би он био напуњен 80 %. Акваријум је са горње стране отворен.

3. Јанко тачно у 12 h истрчи из дворишта. За њим са истог места, истим путем, после $\Delta t_1 = 10 \text{ min}$ потрчи Милан и сваке секунде Милан за Јанком заостане $\Delta l_1 = 0.5 \text{ m}$. Дана потрчи истим путем, са истог места за њима $\Delta t_2 = 5 \text{ min}$ после Милана. Дана сустиже Милана, сваке две секунде $\Delta l_2 = 2 \text{ m}$. Ако је у 12 h и 30 min растојање између Јанка и Дана $l = 1350 \text{ m}$, одредити брзине Јанка, Милана и Дана. Узети да се нису заустављали и да трче константним брзинама.

4. Два аутобуса се налазе на истој удаљености l од мотела “Кошута“ на аутопуту. Први се креће брзином v , а други брзином $1.4v$. У тренутку када је првом аутобусу остало да пређе $\Delta l = 40 \text{ km}$ до мотела он повећа брзину за четвртину брзине којом се до тада кретао. У истом тренутку други аутобус смањи брзину за половину брзине којом се до тада кретао. Аутобуси истовремено пролазе поред мотела. Израчунати удаљеност аутобуса од мотела (l) у почетном тренутку.



5. Две праве улице се укрштају под углом 90 степени. Први аутомобил се креће дуж прве улице брзином v_1 . У тренутку када први аутомобил прође кроз раскрсницу други крене из тачке 2 ка раскрсници (као на слици). У тренутку када други аутомобил прође кроз раскрсницу први је удаљен од ње $s_1 = 1 \text{ km}$. Када се после тога први аутомобил нађе на растојању $s_3 = 4.5 \text{ km}$ од раскрснице други је од ње удаљен $s_4 = 3 \text{ km}$. Одредити растојање s_2 од раскрснице до места поласка аутомобила 2. Аутомобили не мењају смер кретања и крећу се константним брзинама.

Сваки задатак носи 20 поена.

Задатке припремила: Бранислава Мисаиловић, Физички факултет, Београд

Рецензент: проф. др Мирослав Николић, ПМФ, Ниш

Председник комисије: проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!



VI
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
РЕШЕЊА

ДРЖАВНИ НИВО
12.04.2014.

1. Такси на почетку кретања касни за аутобусом Δt . За кретање до сустизања важи 1: $v_1 t_1 + v_2 t_2 = v_A (t_1 + t_2 + \Delta t)$ [3]. За случај да се такси све време креће брзином v_1 , једначина кретања је 2: $v_1 t_3 = v_A (t_3 + \Delta t)$ [3]. Однос времена кретања је $t_1 + t_2 = t_3 + \Delta t$ [2]. За кретање таксија важи да је $d = v_1 t_3 - v_1 t_1 = v_1 (t_3 - t_1)$ [4]. Из претходне две једначине је $t_2 = \Delta t_1 + \frac{d}{v_1} = 0.75 \text{ h}$ [2]. У једначинама 1 и 2 се елиминише t_3 , уз помоћ $t_3 = t_1 + t_2 - \Delta t_1$, и у једначину 2 се уврсти $v_1 t_3 = v_1 t_1 + d$. Када се једначине 1 и 2 одузму, директно следи да брзина аутобуса $v_A = \frac{v_2 t_2 - d}{\Delta t_1} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ [5+1].
2. Дужина и ширина акваријума са унутрашње стране су $a_1 = a - 2\Delta l = 30 \text{ cm}$ [4+1] и $b_1 = b - 2\Delta l = 40 \text{ cm}$ [4+1], а висина акваријума је $c_1 = c - \Delta l = 48 \text{ cm}$ [4+1]. Запремина воде која може да стане у акваријум је $V = a_1 b_1 c_1 = 57.6 \text{ dm}^3$ [2]. Да би акваријум био напуњен 80 %, треба насути $V = 0.8 a_1 b_1 c_1 \approx 46.1 \text{ dm}^3$ [2+1].
3. Нека је Јанкова брзина v_1 , Миланова брзина v_2 , а Данина брзина v_3 . Важи да је $(v_1 - v_2) = \frac{0.5 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [3] и $(v_3 - v_2) = \frac{2 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [3]. Одавде је $(v_3 - v_1) = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [3]. Означимо са t време кретања до тренутка када је растојање између Јанка и Дане l , у тексту је дато $t = 0.5 \text{ h}$ [1]. Тада важи да је разлика пређених путева $l = v_1 t - (v_1 + 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}})(t - \Delta t_1 - \Delta t_2)$ [7]. Из претходног је $v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1], $v_2 = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1], $v_3 = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ [1].
4. У тренутку када је првом аутобусу до мотела остало да пређе Δl , растојање другог аутобуса до мотела је Δs . Време кретања до тад за први аутобус је $t_1 = (l - \Delta l)/v$ [3], а за други аутобус је $t_2 = (l - \Delta s)/1.4v$ [3]. За кретање од промене брзине до мотела важи за први аутобус $t_3 = 4\Delta l/5v$ [3], а за други $t_4 = \Delta s/0.7v$ [3]. Из $t_3 = t_4$ [1] можемо израчунати $\Delta s = \frac{2.8\Delta l}{5} = 22.4 \text{ km}$ [2+1]. Из $t_1 = t_2$ [1], када знамо Δs , можемо израчунати $l = \frac{1.4\Delta l - \Delta s}{0.4} = 84 \text{ km}$ [2+1].
5. Време кретања другог аутомобила до раскрснице $t_2 = s_2/v_2$ [2] једнако је времену током ког први аутомобил пређе пут s_1 , $t_1 = s_1/v_1$ [2]. Из претходног је $\frac{v_2}{v_1} = \frac{s_2}{s_1}$ [3]. У наставку време можемо посматрати од тренутка проласка другог аутомобила кроз раскрсницу до тренутка када је други аутомобил прешао пут s_4 . За други аутомобил је тада $t_3 = s_4/v_2$ [2], а за први $t_4 = \frac{s_3 - s_1}{v_1}$ [2]. Пошто су ова два времена једнака следи да је $\frac{v_2}{v_1} = \frac{s_4}{s_3 - s_1}$ [3]. Из две једнакости које показују однос брзина v_2 и v_1 видимо да су леве стране једнаке, одакле следи да су и десне стране једнаке $\frac{s_2}{s_1} = \frac{s_4}{s_3 - s_1}$ [2]. Одавде је тражено растојање $s_2 = \frac{s_1 s_4}{s_3 - s_1}$ [3] $s_2 \approx 0.86 \text{ km}$ [1].

Члановима комисије желимо срећан рад и пријатан дан!