

36. САВЕЗНО ТАКМИЧЕЊЕ

ЗАДАЦИ

ШЕСТИ РАЗРЕД

1. Два дечака Аца и Бора треба да стигну из места М у место Н удаљено 15 km од М. Кад иду пешице, они се крећу брзином 5 km/h. Осим тога, они имају на располагању један бицикл који може да се креће брзином 15 km/h. Из места М истовремено крећу Аца пешице и Бора на бициклу. Бора вози бицикл до сусрета са Цанетом који је кренуо из Н ка М. Даље Бора иде пешице а Цане вози бицикл до сусрета са Ацом, предаје му бицикл и Аца у Н стиже на бициклу. Када треба да крене Цане да би Аца и Бора у Н стигли истовремено? (Цане се креће истом брзином као као Аца и Бора.) (20 п.)
2. Путник, на путу до железничке станице, прешао је 3 km за 1 сат и израчунао да ће закаснити 20 минута ако буде ишао истом брзином. Зато је кренуо брже и прелазио је 0,5 km више за један сат, тако да је на станицу стигао 40 минута пре поласка воза. Колики пут је прешао путник? (20 п.)
3. Бициклиста који полази из А треба у Б да стигне за 3 сата. Истовремено из Ц полази други бициклиста који, да би у Б стигао истовремено са првим, мора сваки километар да прелази за 1 минут краће време него први бициклиста. Растојање оц Ц до Б је за 6 km дуже него растојање од А до Б. Одредити та растојања. (20 п.)
4. Какав треба да буде однос запремина воде и алкохола да би пихова смеша имала густину $\rho = 0,9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$? Приликом мешања алкохола и воде долази до смањења запремине смеше тако да запремина смеше износи 0,97 од збира запремине воде и алкохола. Густина алкохола износи $\rho_a = 0,8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. (20 п.)
5. Наћи густину хомогеног тела које у ваздуху има тежину $P_1 = 2,8 \text{ N}$, а у води $P_2 = 1,69 \text{ N}$. Густина воде је $\rho_0 = 10^3 \text{ kg/m}^3$, а густина ваздуха $\rho_1 = 1,29 \text{ kg/m}^3$. (20 п.)

РЕШЕЊА

ШЕСТИ РАЗРЕД

- Са t_1 означимо време од почетка кретања Аце и Боре до сусрета Боре и Цанета, са t_2 до сусрета Цанета и Аце и са t време које показује колико је раније (или касније) кренуо Цане у односу на Ацу и Бору. За дефинисана времена може се поставити систем једначина: $v_1 t_1 + v_2(t_1 + t) = d$, $v_2 t_2 + v_2(t_1 + t) + v_1(t_2 - t_1) = d$, $t_2 + \frac{d - v_2 t_2}{v_1} = t_1 + \frac{d - v_1 t_1}{v_2}$. Ако заменимо бројне вредности $v_1 = 15 \text{ km/h}$, $v_2 = 5 \text{ km/h}$ и $d = 15 \text{ km}$ и средимо једначине, добија се $4t_1 + t = 3$, $4t_2 - 2t_1 + t = 3$, $t_2 + 3t_1 = 3$. Из овог система једначина налазимо $t_1 = \frac{2}{3} \text{ h} = 40 \text{ min}$, $t_2 = 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ и $t = \frac{1}{3} \text{ h} = 20 \text{ min}$. Ово значи да Цане треба да крене 20 min раније да би Аца и Бора стигли истовремено у Н.
- Време потребно до поласка воза може да се напише на два начина: $t = \frac{s}{v_1} - 20 \text{ min}$, $v_1 = 3 \text{ km/h}$ и $s_1 = 3 \text{ km}$ и $t = \frac{s}{v_1} + \frac{s - s_1}{v_2} + 40 \text{ min}$, $v_2 = 3,5 \text{ km/h}$. На основу двеју претходних једначина може да се напише једначина $\frac{s}{v_1} - 20 \text{ min} = \frac{s_1}{v_1} + \frac{s}{v_2} - \frac{s_1}{v_2} + 40 \text{ min}$. Сређивањем ове једначине добија се $s = s_1 = \frac{v_1 v_2}{v_2 - v_1} \cdot 60 \text{ min}$. Заменом бројних вредности добија се $s = 24 \text{ km}$.
- Ако због услова задатка посматрамо време и минутима, тада је $t = 180 \text{ min}$, а растојање од А до Б нека је d мерено у километрима. На основу оваквих података може се да се постави једначина $\frac{t}{d+6} + 1 = \frac{t}{d}$. Заменом t имамо једначину $\frac{180 + d + 6}{d + 6} = \frac{180}{d}$. Даљим сређивањем ове једначине добија се једначина $d(d + 6) = 1080$. Ако десну страну напишемо у облику производа два броја па од свих чинилаца тражимо оне који се разликују за 6, добијамо $d(d + 6) = 30 \cdot 36$, што значи да је растојање од А до Б $d = 30 \text{ km}$ и, наравно, растојање од Ц до Б 36 km .
- Збир маса учесника у смеси једнак је маси смеше па важи релација $K(V_1 + V_2)\rho = V_1 \rho_v + V_2 \rho_a$. $K = 0,97$ је дато смањење запремине. Из дате релације лако налазимо $\frac{V_1}{V_2} = \frac{K\rho - \rho_a}{\rho_v - K\rho}$. Заменом бројних вредности добијамо $V_1/V_2 = 0,57$.

5. Тежина тела у ваздуху може да се напише као $P_1 = \rho GV - \rho_1 GV$. Из ове релације је $V = P_1 / [(\rho - \rho_1)G]$. У води важи релација $\rho GV - \rho_0 GV = P_2$. Ако овде заменимо запремину из претходне релације и средимо, добија се за тражену густину $\rho = \frac{\rho_0 P_1 - \rho_1 P_2}{P_1 - P_2}$. Заменом бројних вредности добијамо $\rho = 2,250 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.