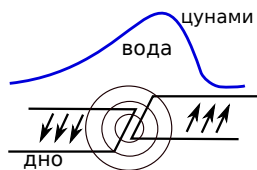


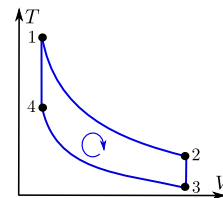


III разред

- Цунами, велики водени талас огромне разорне моћи, је поремећај нивоа воде који настаје изнад раседа насталог у земљотресу и простире се површином океана (видети слику). У скоријој историји остао је запамћен цунами настао као последица Суматранско-Андаманског земљотреса 2004. године, који је нанео велику штету и однео многе животе. Епицентар земљотреса се налазио на удаљености $s_1 = 250 \text{ km}$ од острва Суматра. Земљотрес се догодио у $t_0 = 7:58 \text{ h}$. Цунами је до Суматре стигао у $t_1 = 8:18 \text{ h}$, а ширећи се на исток преко Андаманског басена и мора погодио је обале Тајланда у $t_2 = 9:07 \text{ h}$, док је ширећи се на запад преко Индијског океана погодио Шри Ланку у $t_3 = 10:10 \text{ h}$.
 - Којом просечном брзином се цунами кретао ка острву Суматра?
 - Димензионом анализом одредити брзину којом се цунами креће знајући да она зависи само од дубине океана d и убрзања силе Земљине теже g . Просечна дубина Андаманског мора је $d_2 = 1 \text{ km}$, а Индијског океана је $d_3 = 5 \text{ km}$. Проценити брзину којом се кретао цунами ка Тајланду и Шри Ланки, као и пут који је прешао док није погодио њихове обале? За убрзање силе Земљине теже узети $g = 9,83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. **(20 поена)**
- Струјни интегратор је инструмент који мери укупну количину наелектрисања која прође кроз њега. Овај инструмент је повезан са калемом који се састоји од $N = 300$ кружних навојака полупречника $r = 5 \text{ cm}$. Укупна отпорност овог кола је $R = 20 \Omega$. У почетку, оса калема је паралелна магнетном пољу Земље. Оса калема се заротира за $\alpha = 90^\circ$ при чему струјни интегратор измери количину наелектрисања $\Delta Q = 9,40 \mu\text{C}$. Израчунати интензитет индукције магнетног поља Земље на месту где се налази струјни интегратор. **(20 поена)**
- Бензински мотор са унутрашњим сагоревањем који користе аутомобили функционише по Отовом циклусу који се састоји од два адијабатска и два изохорска процеса (видети слику). Смеша горива и ваздуха се може сматрати идеалним гасом коефицијента адијабате $\gamma = \frac{7}{5}$ који се налази у цилиндру мотора, а однос максималне и минималне запремине тог цилиндра је $r = 9$. Одредити потрошњу аутомобила који се аутопутем креће константном брзином интензитета $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Потрошња аутомобила је запремина потрошеног горива по јединици пређеног пута, изражена у литрима по $s = 100 \text{ km}$. Претпоставити да се $k = 20\%$ корисне снаге мотора потроши на покретање механичких склопова и савлађивање трења у њима. Остатак корисне снаге троши се на савлађивање силе отпора ваздуха, чији је интензитет дат са $F = cv^2$, где је v брзина аутомобила, а константа $c = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$. Сагоревање 1 L бензина ослобађа 34 MJ енергије. **(20 поена)**



Слика уз 1. задатак



Слика уз 3. задатак

- Сат са клатном се налази на платформи која клизи низ стрму раван нагибног угла $\alpha = 45^\circ$. Период овог клатна је дужи за $k = 10\%$ од периода клатна када платформа мирује. Израчунати коефицијент трења између платформе и стрме равни. **(20 поена)**
- Соларна и хелиосферична опсерваторија (СОХО) је европска летелица лансирана у свемир 1995. године да проучава Сунце. СОХО се налази на дужи која спаја Сунце и Земљу на растојању 0,990 a.j. од Сунца и 0,010 a.j. од Земље (једна астрономска јединица је 1 a.j. = $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$). У прилогу је приказано 6 слика које је СОХО снимила камером која је постављена тако да вертикални правац на сликама одговара оси ротације Сунца. Сматрати да је оса ротације Сунца нормална на раван у којој се креће Земља. Сунце око своје осе ротира у истом смеру као и Земља око Сунца. Период ротације Земље око Сунца је $T_z = 365,24$ дана. За сваку слику је назначено кад је снимљена, при чему може да се сматра да је грешка наведеног времена занемарљива. На сликама су јасно уочљиве тамније области које се називају Сунчеве пеге. То су области у којима је температура нижа од типичне температуре на површини Сунца. Пратећи кретање Сунчеве пеге означене стрелицом одредити период ротације Сунца око своје осе (на географској ширини на којој се налази та пеге) и проценити одговарајућу грешку. Пошто Сунце није чврсто тело, период ротације није исти на свим географским ширинама. Зато обавезно треба разматрати назначену Сунчеву пегу да би се добило очекивано решење. Уз решење задатка обавезно треба предати и лист који вам је дат у прилогу ако сте на њему нешто радили. *Помоћ:* Ако је физичка величина y одређена из физичке величине x помоћу релације $y = \arcsin x$ или $y = \arccos x$, тада је апсолутна грешка мерења $\Delta y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \Delta x$. **(20 поена)**

Теоријске задатке припремили: **Владан Павловић**, Природно-математички факултет, Ниш

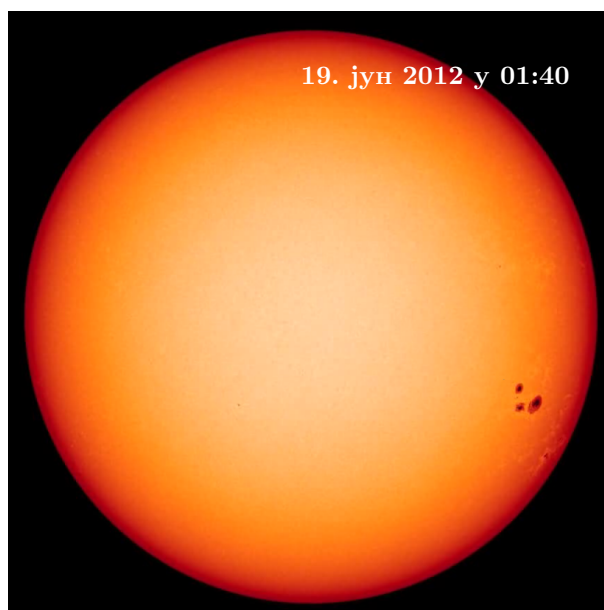
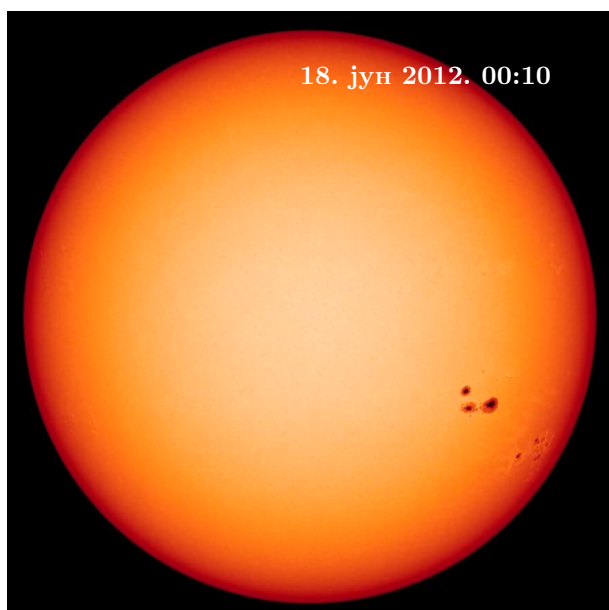
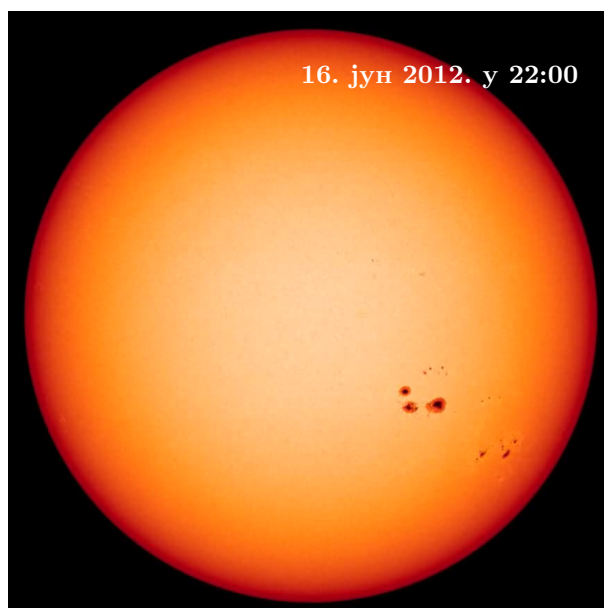
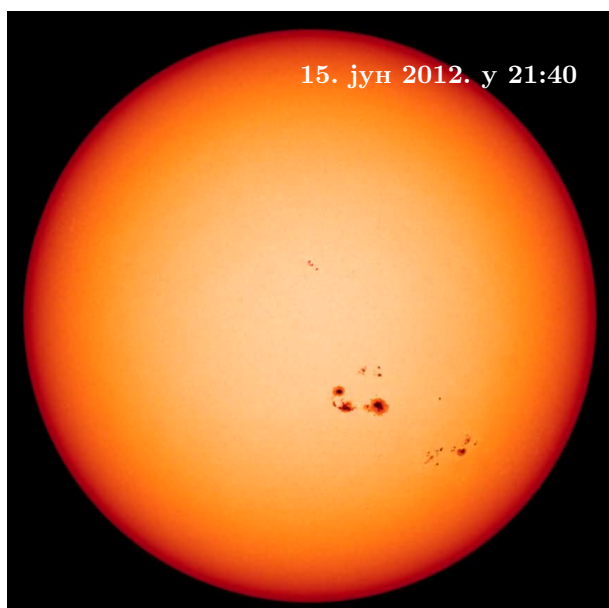
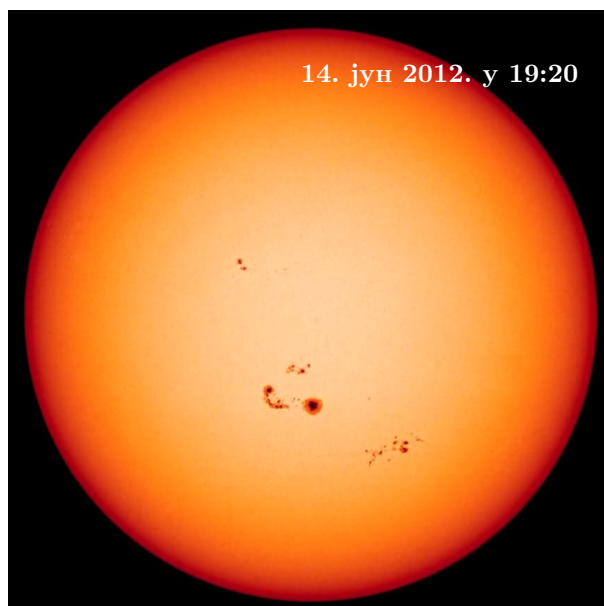
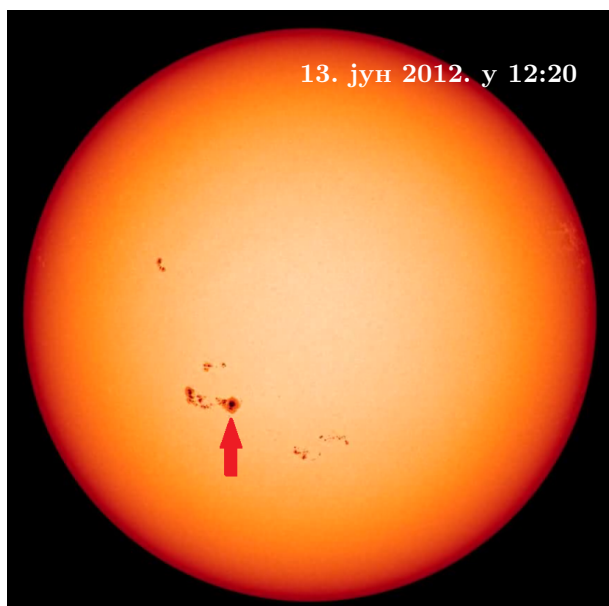
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд

Марко Кузмановић, Universite Paris-Sud, France

5. задатак припремили: **Владимир Вељић** и **др Ненад Вукмировић**, Институт за физику, Београд

Рецензент: **др Димитрије Степаненко**, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења средњих школа: **др Божидар Николић**, Физички факултет, Београд

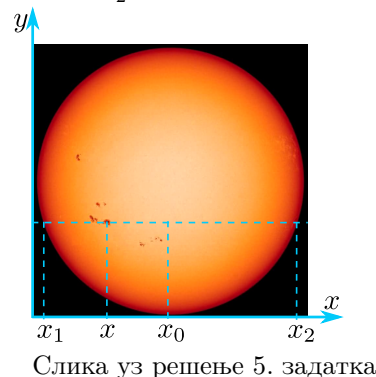
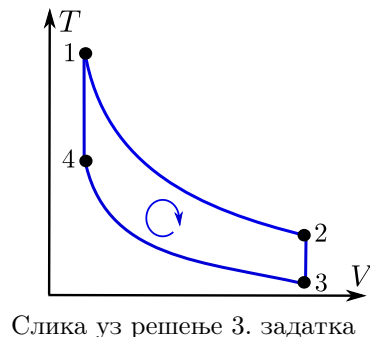


Уколико предајете овај лист, своју шифру упишите овде: _____



III разред

- а) Брзина којом се цунами кретао ка острву Суматра је $v_1 = \frac{s_1}{t_1 - t_0} = 750 \text{ km/h}$ **3п**.
б) Нека је $v = g^\alpha d^\beta$ **1п**, тада је $[\text{ms}^{-1}] = [\text{ms}^{-2}]^\alpha [\text{m}]^\beta$ **1п**, одакле следи $1 = \alpha + \beta$ и $-1 = -2\alpha$, па је $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$ **2п**. Коначно брзина цунамија је $v = \sqrt{gd}$ **1п**. Цунами се ка Тајланду кретао брзином $v_2 = \sqrt{gd_2} = 356,9 \text{ km/h}$ **3п** и до обале је прешао $s_2 = v_2(t_2 - t_0) = 410 \text{ km}$ **3п**. Аналогно, ка Шри Ланки се цунами кретао брзином $v_3 = \sqrt{gd_3} = 798,1 \text{ km/h}$ **3п** и до обале је прешао $s_3 = v_3(t_3 - t_0) = 1756 \text{ km}$ **3п**.
- Користећи Фрадејев закон електромагнетне индукције, индукована ЕМС се добија из израза $\epsilon = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$ **2п**. Како је промена флукса једнака $\Delta \Phi = NBS$ **3п**, где је $S = \pi r^2$ **2п**, за индуковану ЕМС се добија $\epsilon = \frac{NB\pi r^2}{\Delta t}$ **2п**, па је интензитет индукције магнетног поља Земљине на месту струјног интегратора $B = \frac{\epsilon \Delta t}{N\pi r^2}$ **2п**. Из Омовог закона следи да је $\epsilon = IR$ **2п**, док се струја која пролази кроз навојме може изразити као $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ **3п**. Заменом ових једначина у израз за магнетно поље добија се $B = \frac{\Delta QR}{N\pi r^2}$ **1п**, односно $B = 79,8 \mu\text{T}$ **3п**.
- Током адијабатских процеса систем не размењује топлоту са околином, па се она размењује само током изохорских процеса **1п**. Ако тачке на циклусу обележимо као на слици онда је примљена топлота једнака $Q_{in} = C_v(T_1 - T_4)$ **2п**, а предата је једнака $Q_{out} = C_v(T_2 - T_3)$ **2п**. Коефицијент корисног дејства овог циклуса је онда $\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}$ **1п**, што уз $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ и $r = \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_{max}}{V_{min}}$ постаје $\eta = 1 - r^{1-\gamma}$ **3п**. Ако се аутомобил креће брзином интензитета v сила отпора ваздуха једнака је $F_o = cv^2$, а снага силе оптора је $P_o = cv^3$ **2п**. По услову задатка мотор мора да развије корисну снагу $P_{kor} = \frac{P_o}{1-k} = \frac{cv^3}{1-k}$ **2п**, па је укупна снага онда $P = \frac{P_{kor}}{\eta} = \frac{cv^3}{\eta(1-k)}$ **1п**. Укупна енергија коју мотор треба да произведе да би аутомобил прешао пут $s = 100 \text{ km}$ је $E = \frac{cv^2 s}{(1-k)(1-r^{1-\gamma})} = 213,76 \text{ MJ}$ **3п**, па је потрошња горива $6,29 \text{ L}$ **3п**.
- Период осциловања клатна када платформа мирује је $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ **2п**. Услед кретања платформе низ стрму раван, клатно (сат) ће се кретати убрзано, па ће на њега деловати неинерцијална сила. Комбиновано деловање те силе и гравитационе силе се може заменити ефективним гравитационим убрзањем $g_{ef}^2 = (g - a \sin \alpha)^2 + (a \cos \alpha)^2 = g^2 + a^2 - 2ga \sin \alpha$ **5п**. Убрзање које се јавља у претходном изразу се може наћи из једначине кретања платформе низ стрму раван $ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$ **3п**. За ефективно гравитационо убрзање се добија $g_{ef} = g \cos \alpha \sqrt{1 + \mu^2}$ **3п**, па је период осциловања клатна $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{ef}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha \sqrt{1 + \mu^2}}}$ **3п**. Из услова односа ова два периода, $T_1 = (1 + k)T_0$, добија се $\mu = \sqrt{\frac{1}{(1+k)^4 \cos^2 \alpha} - 1}$ **2п**, односно $\mu = 0,6$ **2п**.
- Нека је Ω_z интензитет угаоне брзине ротације Земље око Сунца, а Ω_s интензитет угаоне брзине ротације Сунца око своје осе. Појаву ћемо посматрати у референтном систему који ротира угаоном брзином Ω_z око осе ротације Сунца. У том референтном систему камера мирује, а угаона брзина ротације Сунца је $\Omega_p = \Omega_s - \Omega_z$ **2п**. Пошто се Сунчева пега креће по кругу у равни нормалној на осу ротације Сунца, њена x координата зависи од времена као $x(t) = x_0 + A_0 \sin(\Omega_p t + \varphi)$, где су x_0 , A_0 и φ реалне константе **4п**. Величине x_0 и A_0 се одређују из координата левог и десног амплитудног положаја x_1 и x_2 (слика), као $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ и $A_0 = \frac{x_2 - x_1}{2}$.



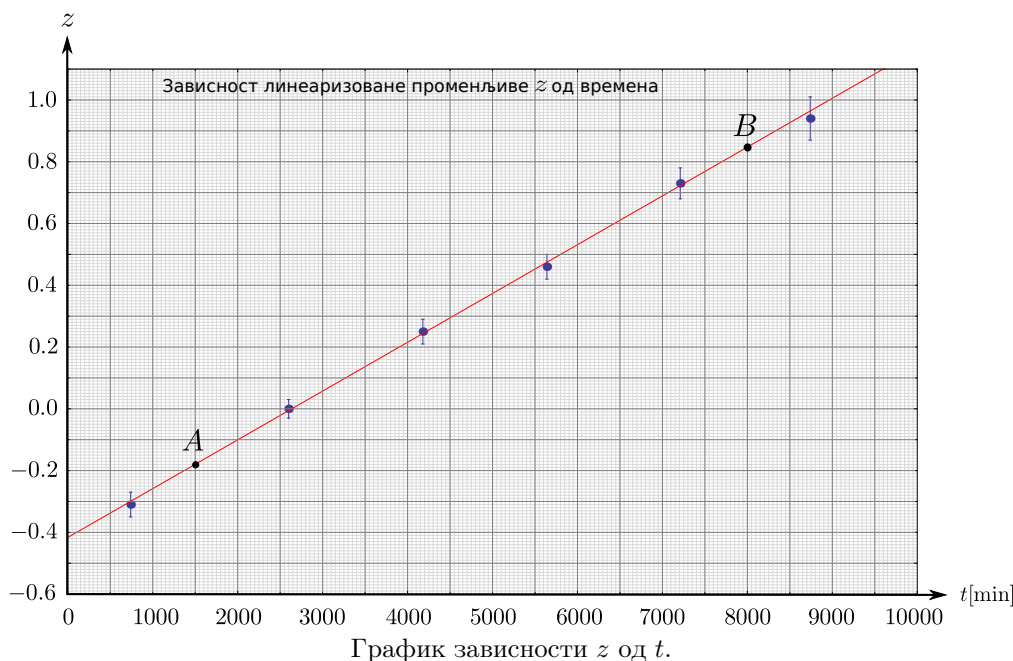


Непосредним мерењем лењиром на слици добијамо $x_1 = 4,0 \text{ mm}$, $x_2 = 76,0 \text{ mm}$, одакле је $A_0 = 36,0 \text{ mm}$, $x_0 = 40,0 \text{ mm}$. Процењена грешка мерења је $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,5 \text{ mm}$, одакле је $\Delta A_0 = \Delta x_0 = \frac{1}{2}(\Delta x_1 + \Delta x_2) = 0,5 \text{ mm}$ **2п**. Да би се одредило Ω_p , извршена је линеаризација добијене зависности $x(t)$. Линеаризована зависност има облик $z = \Omega_p t + \varphi$, где је $z = \arcsin \frac{x-x_0}{A_0}$. У табели 1 дате су измерене вредности зависности $x(t)$, где t представља протекло време од поноћи између 12. и 13. јуна 2012. године, као и израчунате вредности величине z . Грешка величине z је једнака $\Delta z = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x-x_0}{A_0}\right)^2}} \Delta \left(\frac{x-x_0}{A_0}\right)$, одакле је $\Delta z = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x-x_0}{A_0}\right)^2}} \left(\frac{\Delta x + \Delta x_0}{A_0} + \frac{|x-x_0|}{A_0^2} \Delta A_0\right)$. Израчунате вредности Δz су такође дате у табели 1 **5п**.

$t[\text{min}]$	740	2600	4180	5640	7210	8740
$x[\text{mm}]$	29	40	49	56	64	69
z	-0,31052	0,00000	0,25268	0,46055	0,72973	0,93661
Δz	0,0336	0,0278	0,0323	0,0379	0,0497	0,0658
Δz (заокружено)	0,04	0,03	0,04	0,04	0,05	0,07
z (заокружено)	-0,31	0,00	0,25	0,46	0,73	0,94

Табела 1: Измерени подаци и израчунате грешке.

График зависности z од t приказан је на слици. На графику је провучена права тако да одступање експерименталних тачака од праве буде што је могуће мање. Очитавањем две тачке са праве $A(1500 \text{ min}, -0,18)$ и $B(8000 \text{ min}, 0,85)$ (при чему се A налази између прве и друге експерименталне тачке, а B између претпоследње и последње), за коефицијент правца се добија $\Omega_p = \frac{z_B - z_A}{t_B - t_A} = 1,5846 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{min}}$. Грешка коефицијента правца се одређује из $\frac{\Delta \Omega_p}{\Omega_p} = \frac{\Delta z_B + \Delta z_A}{z_B - z_A} = \frac{0,04 + 0,07}{0,85 + 0,18} = 0,1068$, одакле је $\Delta \Omega_p = 1,692 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{min}}$ **4п**.



Даље је $\Omega_s = \Omega_p + \Omega_z$, где је $\Omega_z = \frac{2\pi}{T_z} = 1,194 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{min}}$. Одатле је $T_s = \frac{2\pi}{\Omega_s} = 25,6$ дана и $\Delta T_s = T_s \frac{\Delta \Omega_p}{\Omega_p} = 2,54$ дана, односно $T_s = (26 \pm 3)$ дана **3п**.

Теоријске задатке припремили: **Владан Павловић**, Природно-математички факултет, Ниш

Владимир Вељић, Институт за физику, Београд

Марко Кузмановић, Universite Paris-Sud, France

5. задатак припремили: **Владимир Вељић** и **др Ненад Вукмировић**, Институт за физику, Београд

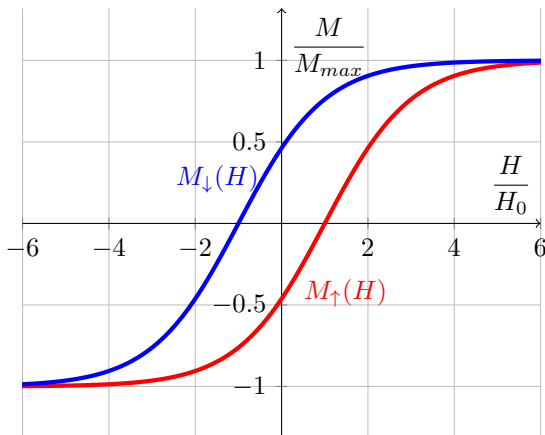
Рецензент: **др Димитрије Степаненко**, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења средњих школа: **др Божидар Николић**, Физички факултет, Београд



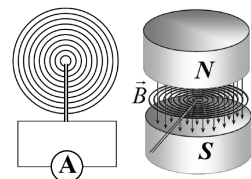
III разред

1. Комад гвожђа, облика коцке стране a , изложен је временски променљивом хомогеном магнетном пољу. Поље потиче од калема који се напаја наизменичном струјом фреквенције ν . Гвожђе је феромагнет, тако да магнетизација M , дефинисана као запреминска густина магнетног момента, не зависи само од тренутне вредности спољног магнетног поља, већ и од предисторије узорка. У полупериоду током кога се спољно поље H мења од $-6H_0$ до $6H_0$, магнетизација расте од $-M_{max}$ до M_{max} као $M_{\uparrow} = M_{max}f(H/H_0 - 1)$. У другом полупериоду, поље се мења од $6H_0$ до $-6H_0$, а магнетизација опада од M_{max} до $-M_{max}$ као $M_{\downarrow} = M_{max}f(H/H_0 + 1)$ (видети слику). Функција f је непарна. Током једног периода, магнетизација M обиђе петљу приказану на слици. Гвожђе садржи магнетне моменте који интерагују са спољним магнетним пољем. Промена магнетизације у магнетном пољу праћена је променом енергије по јединици запремине $\rho_E = \mu_0 H \Delta M$. Одредити средњу снагу која се издваја у комаду гвожђа.



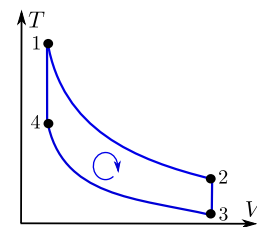
Слика уз 1. задатак

2. Од жице пречника d , извучене од материјала специфичне електричне отпорности ρ , направљена је мрежа која се састоји од 10 концентричних кружних прстенова. Полупречник најмањег прстена, као и разлика полупречника свака два суседна прстена је r_0 ($d \ll r_0$). На сваком прстену постоји врло мали прорез, тако да су сви прстенови повезани са амперметром помоћу жице занемарљивог отпора (видети слику). Мрежа се поставља између полова електромагнета у просторно хомогено магнетно поље, тако да је вектор магнетног поља нормалан на раван мреже. Уколико интензитет индукција магнетног поља почне да се мења са временом, по закону $B(t) = B_0(1 + \beta t)$ израчунати индуковану ЕМС у k -том прстену, као и јачину струје коју показује амперметар унутрашњег отпора R_A .



Слика уз 2. задатак

3. Бензински мотор са унутрашњим сагоревањем који користе аутомобили функционише по Оттовом циклусу који се састоји од два адијабатска и два изохорска процеса (видети слику). Смеша горива и ваздуха се може сматрати идеалним гасом коефицијента адијабате $\gamma = \frac{7}{5}$ који се налази у цилиндру мотора, а однос максималне и минималне запремине тог цилиндра је $r = 9$. Одредити потрошњу аутомобила који се аутопутем креће константном брзином интензитета $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Потрошња аутомобила је запремина поторшеног горива по јединици пређеног пута, изражена у литрима по $s = 100 \text{ km}$. Претпоставити да се $k = 20\%$ корисне снаге мотора потроши на покретање механичких склопова и савлађивање трења у њима. Остатак корисне снаге троши се на савлађивање силе отпора ваздуха, чији је интензитет дат са $F = cv^2$, где је v брзина аутомобила, а константа $c = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$. Сагоревање 1 L бензина ослобађа 34 MJ енергије.



Слика уз 3. задатак

4. Сат са клатном се налази на платформи која клизи низ стрму раван нагибног угла $\alpha = 45^\circ$. Период овог клатна је дужи за $k = 10\%$ од периода клатна када платформа мирује. Израчунати коефицијент трења између платформе и стрме равни.
5. Соларна и хелиосферична опсерваторија (СОХО) је европска летелица лансирана у свемир 1995. године да проучава Сунце. СОХО се налази на дужи која спаја Сунце и Земљу на растојању 0,990 а.ј. од Сунца и 0,010 а.ј. од Земље (једна астрономска јединица је 1 а.ј. = $1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$). У прилогу је приказано 6 слика које је СОХО снимила камером која је постављена тако да вертикални правац на сликама одговара оси ротације Сунца. Сматрати да је оса ротације Сунца нормална на раван у којој се креће Земља. Сунце око своје осе ротира у истом смеру као и Земља око Сунца. Период ротације Земље око Сунца је $T_z = 365,24$ дана. За сваку слику је назначено кад је снимљена, при чему може да се сматра да је грешка наведеног времена занемарљива. На сликама су јасно уочљиве тамније области које се називају Сунчеве пеге. То су области у којима је температура нижа од типичне температуре на површини Сунца. Пратећи кретање Сунчеве пеге означене стрелицом одредити период ротације Сунца око своје осе (на географској ширини на којој се налази та пеге) и проценити одговарајућу грешку. Пошто Сунце није чврсто тело, период ротације није исти на свим географским ширинама. Зато обавезно треба разматрати назначену Сунчеву пегу да би се добило очекивано решење. Уз решење задатка обавезно треба предати и лист који вам је дат у прилогу ако сте на њему нешто радили. Помоћ: Ако је физичка величина y одређена из физичке величине x помоћу релације $y = \arcsin x$ или $y = \arccos x$, тада је апсолутна грешка мерења $\Delta y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \Delta x$.

Теоријске задатке припремили: **Владан Павловић**, Природно-математички факултет, Ниш

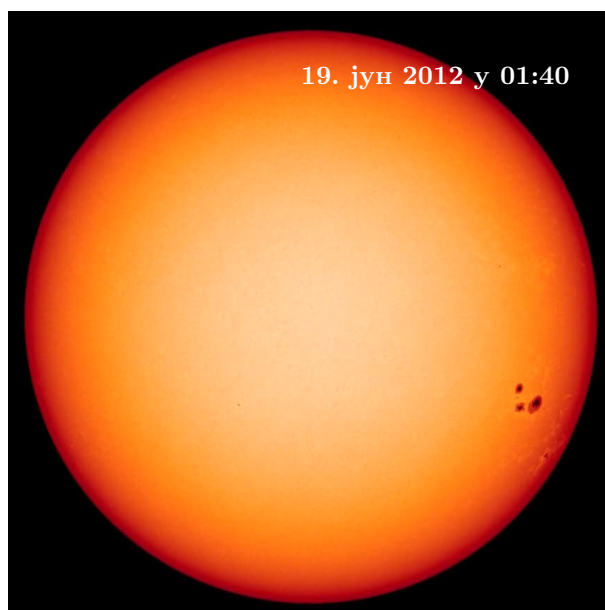
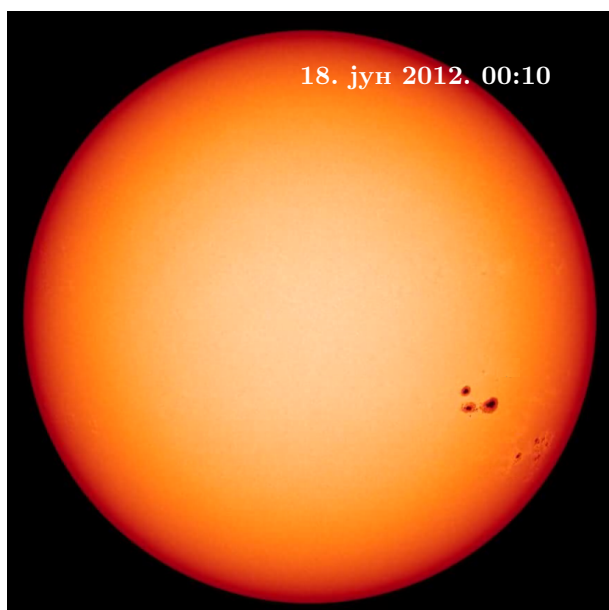
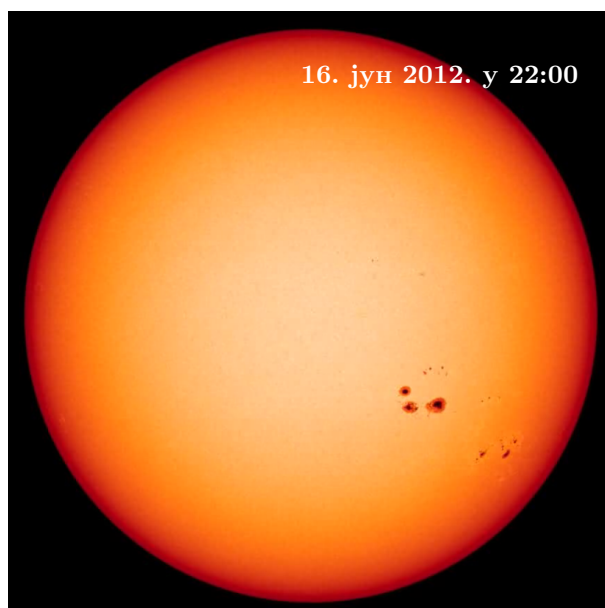
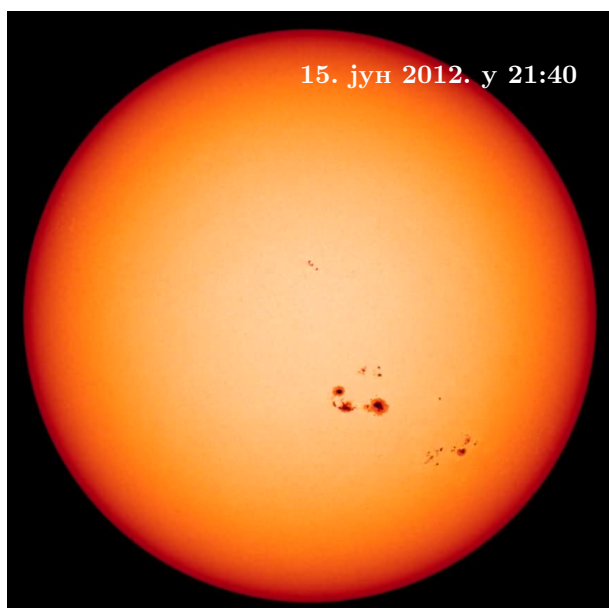
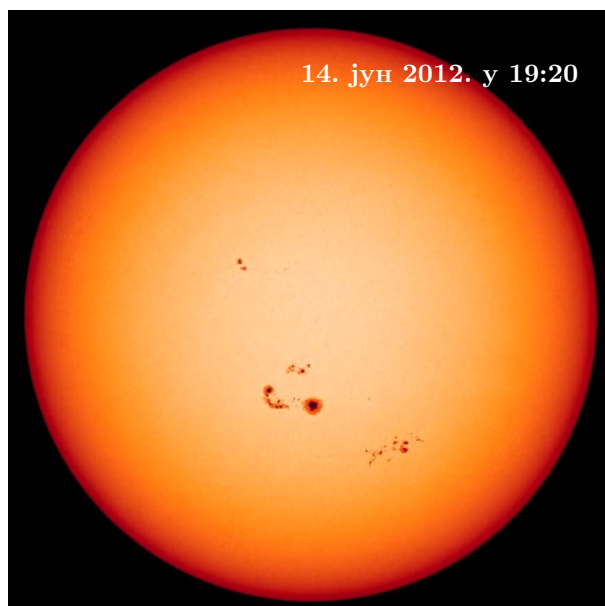
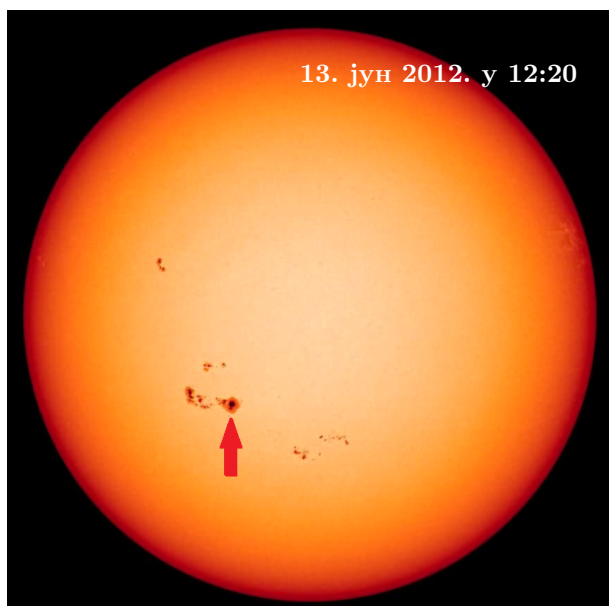
Владимир Вељић, Институт за физику, Београд

Марко Кузмановић, Universite Paris-Sud, France

5. задатак припремили: **Владимир Вељић** и **др Ненад Вукмировић**, Институт за физику, Београд

Рецензент: **др Димитрије Степаненко**, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења средњих школа: **др Божидар Николић**, Физички факултет, Београд



Уколико предајете овај лист, своју шифру упишите овде: _____

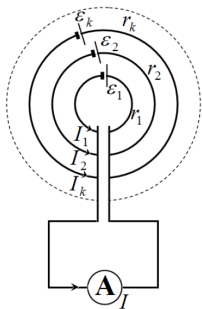


Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке
и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА

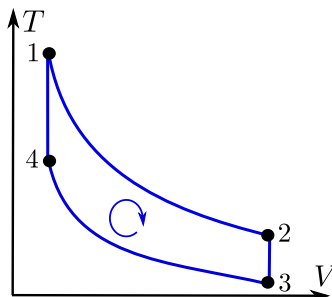
КЛАДОВО
25.03.2017.

III разред

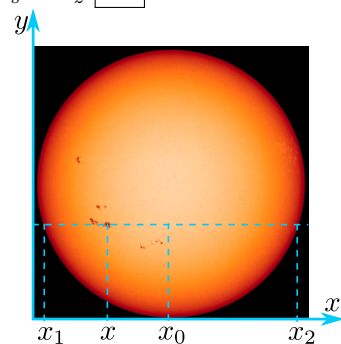
- По аналогији са уобичајеним термодинамичким системима елементарни рад приликом промене магнетизације је $\Delta A = \mu_0 V H \Delta M$, где је V запремина узорка [2п], а укупан рад током једног хистерезисног циклуса пропорционалан је површини оивиченој кривама $M_{\uparrow}(H)$ и $M_{\downarrow}(H)$ [6п]. Ове две криве су идентичне до на транслацију од $2H_0$ по H оси [3п] и на њима се магнетизација мења између екстремалних вредности $M = \pm M_{max}$ [2п]. На основу овога са слике се види да је површина обухваћене регије једнака $S = 4H_0 M_{max}$ [3п], па је рад извршен током једног циклуса $A = \mu_0 4H_0 M_{max} a^3$ [2п]. Како се циклус понови ν пута у секунди тражена снага је $P = \mu_0 4H_0 M_{max} a^3 \nu$ [2п].
- На основу Фарадејевог закона електромагнетне индукције за индуковани напон у k -том прстену, полупречника $r_k = kr_0$, важи $\varepsilon_k = \left| \frac{\Delta \Phi_k}{\Delta t} \right| = \left| \frac{S_k \Delta B}{\Delta t} \right| = \left| r_k^2 \pi \frac{B(t+\Delta t) - B(t)}{\Delta t} \right| = \pi \beta B_0 r_0^2 k^2$ [4п]. По II Кирхофовом закону за контуру која обухвата грану са амперметром и k -ти прстен важи $\varepsilon_k - I_k R_k - IR_A = 0$, одакле следи $I_k = \frac{\varepsilon_k - IR_A}{R_k}$. [5п], где је I_k струја која протиче кроз k -ти прстен отпорности R_k . Како је дужина(обим) k -тог прстена $l_k = 2\pi r_k$ и површина попречног пресека $S = \frac{d^2 \pi}{4}$, то је $R_k = \rho \frac{l_k}{S} = \frac{8\rho k r_0}{d^2}$ [3п]. На основу I Кирхофовог закона струја која протиче кроз амперметар је $I = \sum_k I_k = \sum_k \frac{\varepsilon_k}{R_k} - IR_A \sum_k \frac{1}{R_k}$ [3п], односно $I = \frac{\sum_k \frac{\varepsilon_k}{R_k}}{1 + R_A \sum_k \frac{1}{R_k}} = \frac{\frac{\pi \beta B_0 r_0 d^2}{8\rho} \sum_k k}{1 + \frac{R_A d^2}{8\rho r_0} \sum_k \frac{1}{k}} = \frac{55\pi \beta B_0 r_0^2 d^2}{8\rho r_0 + 2,93 R_A d^2}$ [5п].
- Током адијабатских процеса систем не размењује топлоту са околином, па се она размењује само током изохорских процеса [1п]. Ако тачке на циклусу обележимо као на слици онда је примљена топлота једнака $Q_{in} = C_v(T_1 - T_4)$ [2п], а предата је једнака $Q_{out} = C_v(T_2 - T_3)$ [2п]. Коефицијент корисног дејства овог циклуса је онда $\eta = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}$ [1п], што уз $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ и $r = \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_{max}}{V_{min}}$ постаје $\eta = 1 - r^{1-\gamma}$ [3п]. Ако се аутомобил креће брзином интензитета v сила отпора ваздуха једнака је $F_o = cv^2$, а снага силе оптора је $P_o = cv^3$ [2п]. По услову задатка мотор мора да развије корисну снагу $P_{kor} = \frac{P_o}{1-k} = \frac{cv^3}{1-k}$ [2п], па је укупна снага онда $P = \frac{P_{kor}}{\eta} = \frac{cv^3}{\eta(1-k)}$ [1п]. Укупна енергија коју мотор треба да произведе да би аутомобил прешао пут $s = 100 \text{ km}$ је $E = \frac{cv^2 s}{(1-k)(1-r^{1-\gamma})} = 213,76 \text{ MJ}$ [3п], па је потрошња горива $6,29 \text{ L}$ [3п].
- Период осциловања клатна када платформа мирује је $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ [2п]. Услед кретања платформе низ стрму раван, клатно (сат) ће се кретати убрзано, па ће на њега деловати неинерцијална сила. Комбиновано деловање те силе и гравитационе силе се може заменити ефективним гравитационим убрзањем $g_{ef}^2 = (g - a \sin \alpha)^2 + (a \cos \alpha)^2 = g^2 + a^2 - 2ga \sin \alpha$ [5п]. Убрзање које се јавља у претходном изразу се може наћи из једначине кретања платформе низ стрму раван $ma = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$ [3п]. За ефективно гравитационо убрзање се добија $g_{ef} = g \cos \alpha \sqrt{1 + \mu^2}$ [3п], па је период осциловања клатна $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{ef}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha \sqrt{1 + \mu^2}}}$ [3п]. Из услова односа ова два периода, $T_1 = (1+k)T_0$, добија се $\mu = \sqrt{\frac{1}{(1+k)^4 \cos^2 \alpha} - 1}$ [2п], односно $\mu = 0,6$ [2п].
- Нека је Ω_z интензитет угаоне брзине ротације Земље око Сунца, а Ω_s интензитет угаоне брзине ротације Сунца око своје осе. Појаву ћемо посматрати у референтном систему који ротира угаоном брзином Ω_z око осе ротације Сунца. У том референтном систему камера мирује, а угаона брзина ротације Сунца је $\Omega_p = \Omega_s - \Omega_z$ [2п].



Слика уз решење 2. задатка



Слика уз решење 3. задатка



Слика уз решење 5. задатка



Пошто се Сунчева пега креће по кругу у равни нормалној на осу ротације Сунца, њена x координата зависи од времена као $x(t) = x_0 + A_0 \sin(\Omega_p t + \varphi)$, где су x_0 , A_0 и φ реалне константе **4п**. Величине x_0 и A_0 се одређују из координата левог и десног амплитудног положаја x_1 и x_2 (слика), као $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ и $A_0 = \frac{x_2 - x_1}{2}$. Непосредним мерењем лењиром на слици добијамо $x_1 = 4,0 \text{ mm}$, $x_2 = 76,0 \text{ mm}$, одакле је $A_0 = 36,0 \text{ mm}$, $x_0 = 40,0 \text{ mm}$. Процењена грешка мерења је $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,5 \text{ mm}$, одакле је $\Delta A_0 = \Delta x_0 = \frac{1}{2}(\Delta x_1 + \Delta x_2) = 0,5 \text{ mm}$ **2п**.

Да би се одредило Ω_p , извршена је линеаризација добијене зависности $x(t)$. Линеаризована зависност има облик $z = \Omega_p t + \varphi$, где је $z = \arcsin \frac{x - x_0}{A_0}$. У табели 1 дате су измерене вредности зависности $x(t)$, где t представља протекло време од поноћи између 12. и 13. јуна 2012. године, као и израчунате вредности величине z . Грешка величине z је једнака $\Delta z = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x - x_0}{A_0}\right)^2}} \Delta \left(\frac{x - x_0}{A_0}\right)$, одакле је $\Delta z = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x - x_0}{A_0}\right)^2}} \left(\frac{\Delta x + \Delta x_0}{A_0} + \frac{|x - x_0|}{A_0^2} \Delta A_0\right)$. Израчунате вредности Δz су

такође дате у табели 1 **5п**.

$t[\text{min}]$	740	2600	4180	5640	7210	8740
$x[\text{mm}]$	29	40	49	56	64	69
z	-0,31052	0,00000	0,25268	0,46055	0,72973	0,93661
Δz	0,0336	0,0278	0,0323	0,0379	0,0497	0,0658
Δz (заокружено)	0,04	0,03	0,04	0,04	0,05	0,07
z (заокружено)	-0,31	0,00	0,25	0,46	0,73	0,94

Табела 1: Измерени подаци и израчунате грешке.

График зависности z од t приказан је на слици. На графику је провучена права тако да одступање експерименталних тачака од праве буде што је могуће мање. Очитавањем две тачке са праве $A(1500 \text{ min}, -0,18)$ и $B(8000 \text{ min}, 0,85)$ (при чему се A налази између прве и друге експерименталне тачке, а B између претпоследње и последње), за коефицијент правца се добија $\Omega_p = \frac{z_B - z_A}{t_B - t_A} = 1,5846 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{min}}$. Грешка коефицијента правца се одређује из $\frac{\Delta \Omega_p}{\Omega_p} = \frac{\Delta z_B + \Delta z_A}{z_B - z_A} = \frac{0,04 + 0,07}{0,85 + 0,18} = 0,1068$, одакле је $\Delta \Omega_p = 1,692 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{min}}$ **4п**.

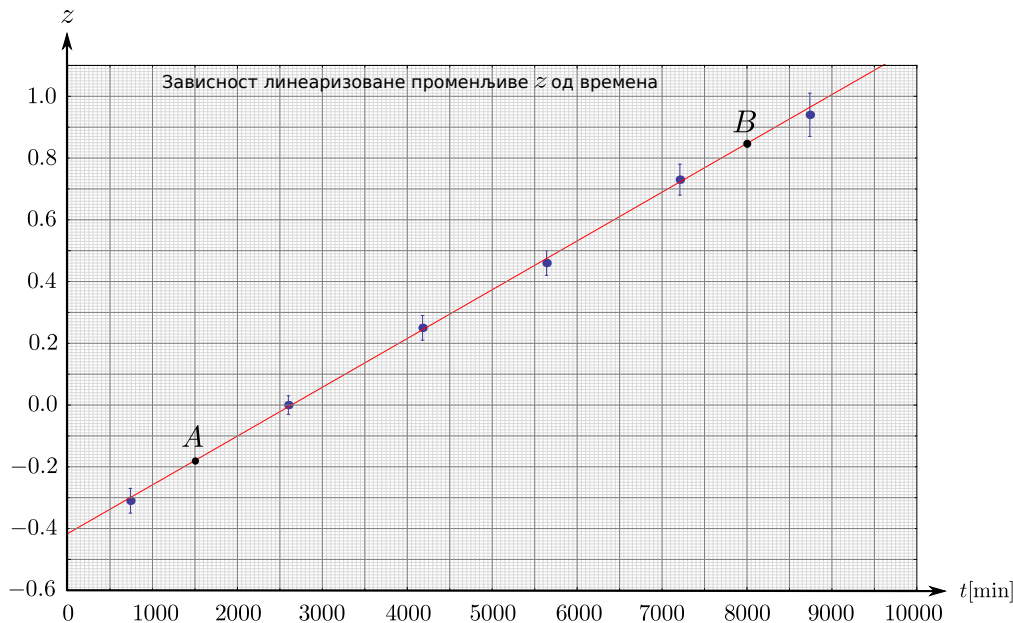


График зависности z од t .

Даље је $\Omega_s = \Omega_p + \Omega_z$, где је $\Omega_z = \frac{2\pi}{T_z} = 1,194 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{min}}$. Одатле је $T_s = \frac{2\pi}{\Omega_s} = 25,6$ дана и $\Delta T_s = T_s \frac{\Delta \Omega_p}{\Omega_s} = 2,54$ дана, односно $T_s = (26 \pm 3)$ дана **3п**.

Теоријске задатке припремили: **Владан Павловић**, Природно-математички факултет, Ниш

Владимир Вељић, Институт за физику, Београд

Марко Кузмановић, Universite Paris-Sud, France

5. задатак припремили: **Владимир Вељић** и **др Ненад Вукмировић**, Институт за физику, Београд

Рецензент: **др Димитрије Степаненко**, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичења средњих школа: **др Божидар Николић**, Физички факултет, Београд