ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ – фермионска категорија

II РАЗРЕД

ОПШТИНСКИ НИВО
22.01.2017.

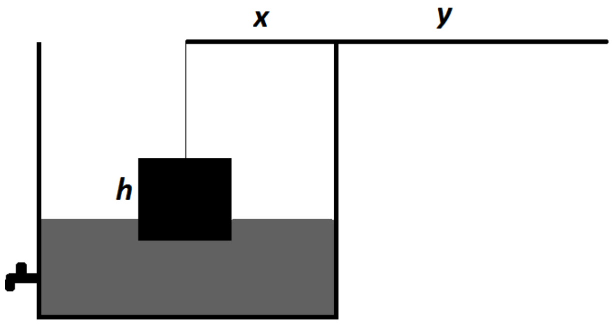
1. При повећању температуре идеалног гаса за $\Delta T = 150$ K средња квадратна брзина његових молекула порасла је са $v_{sk1} = 400$ m/s на $v_{sk2} = 500$ m/s. За колико степени треба загрејати исти тај гас да би се средња квадратна брзина његових молекула повећала са $v_{sk3} = 500$ m/s на $v_{sk4} = 600$ m/s? (МФ106)

2. Хомогени штап масе $m = 8$ g постављен је на ивицу суда са водом тако да тачка ослонца дели дужину штапа l у односу $\frac{y}{x} = 1.47$, где је $x + y = l$. О леви крај штапа обешено је тело од бакра, у облику коцке ивице $a = 6$ mm, које је делимично потопљено у воду, тако да је систем у равнотежи (слика 1). Густина бакра је $\rho = 8920\ \mathrm{kg/m^3}$, а густина воде $\rho_0 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$. Славина је у почетку у затвореном положају.
(а) Колика је висина h дела запремине коцке који вири изнад нивоа воде?
(б) Претпоставимо да се отварањем славине вода јако брзо излије из суда, те да се систем изведе из равнотеже. Наћи почетно убрзање коцке. Момент инерције штапа око ослонца износи $\frac{m(x^3+y^3)}{3l}$.

3. Две једнаке стаклене посуде које садрже гас на $t = 0^{\circ}$C спојене су цевчицом чији је пречник $d = 4$ mm, у чијој се средини налази кап живе. Укупна запремина једне посуде и одговарајућег празног дела цевчице износи $300\ \mathrm{cm^3}$. Ако се у левом делу повећа температура за Δt, а у десном смањи за исти износ, капљица се помери за 0.09 m. Колика је бројна вредност поменуте промене температуре Δt?

4. У суду се налази 200 l идеалног једноатомског гаса. Гасни узорак се прво изобарски рашири, при чему му се запремина повећа два пута, затим се изохорски охлади, па се онда сабије, без размене топлоте са околином, тако да притисак и запремина имају почетне вредности. Током овог циклуса максимална температура је 4 пута већа од минималне.
(а) Представити циклус у pV-дијаграму и наћи његов коефицијент корисног дејства.
(б) Колики је почетни притисак, ако је познато да је промена унутрашње енергије при адијабатском сабијању гаса $\Delta U = 6$kJ?

5. У топлотно изолованом суду се налази танак покретни клип који је топлотни изолатор и који је у равнотежном стању. Са једне стране клипа је n молова једноатомског гаса на температури T_1, а са друге стране клипа је n молова двоатомског гаса на температури T_2. Са обе стране клипа притисак износи P_o.
(а) Ако се уклони клип из суда, наћи температуру T и притисак P новонастале мешавине гасова у суду, након успостављања новог равнотежног стања.
(б) Да ли је процес уклањања клипа реверзибилан или иреверзибилан?



Слика 1.

Задатке припремили: *Нора Тркља,*Физички факултет*; др Никола Петровић,* Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Никола Петровић*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичење за средње школе: *Доц. др Божидар Николић,* Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

II разред **РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-фермионска категорија**

P1. Температура идеалног гаса (T) пропорционална је средњој кинетичкој енергији молекула $\overline{\mathrm{E_k}}$, а самим тим и квадрату средње квадратне брзине молекула v_{sk}^2 , тј. $\frac{3kT}{2} = \overline{E_{\mathrm{k}}} = \frac{mv_{\mathrm{sk}}^2}{2}$ **[5п]**, па је $\mathrm{T} = \frac{mv_{\mathrm{sk}}^2}{3k}$ **[3п]**. Одавде следи да је $\Delta \mathrm{T}_1 = \frac{m}{3k}\left(v_{\mathrm{sk2}}^2 - v_{\mathrm{sk1}}^2\right)$ **[5п]**, односно $\Delta \mathrm{T}_2 = \frac{m}{3k}\left(v_{\mathrm{sk4}}^2 - v_{\mathrm{sk3}}^2\right) = \frac{v_{\mathrm{sk4}}^2 - v_{\mathrm{sk3}}^2}{v_{\mathrm{sk2}}^2 - v_{\mathrm{sk1}}^2}\Delta T_1 = 183.3\ \mathrm{K}$ **[4п+3п]**

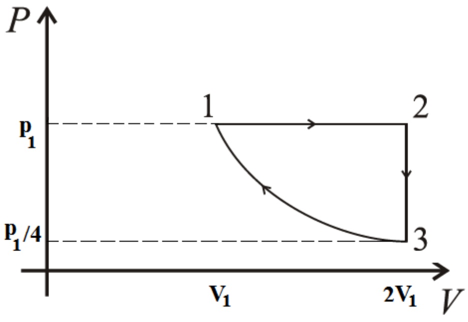
P2. (а) Нека је потопљени део коцке $V_n = nV$. У вертикалном правцу на куглицу делују сила теже, сила потиска и сила затезања нити (F_Z), па је услов равнотеже куглице: $\rho a^3 g = \rho_0 n a^3 g + F_Z$ **[2п]**. На штап делују сила затезања нити, сила теже и сила реакције ослонца. Услов равнотеже момената силе у односу на тачку ослонца је: $F_Z x = mg(\frac{l}{2} - x)$ **[2п]**. Комбинацијом претходне две једначине $(\rho - n\rho_0)a^3 gx = mg(\frac{l}{2} - x)$ **[3п]**. Одавде је $x = \frac{ml}{2(\rho - n\rho_0)a^3 + 2m}$ **[2п]**. Следи да је $y = l - x = \frac{2(\rho - n\rho_0)a^3 + m}{2(\rho - n\rho_0)a^3 + 2m} l$ **[1п]**, па је $\frac{y}{x} = \frac{2(\rho - n\rho_0)a^3 + m}{m}$ **[2п]**, а тражено n: $n = \frac{\rho - \frac{m}{2a^3}(\frac{y}{x} - 1)}{\rho_0} = 0.216$ **[1п]**. Дакле, потопљено је $V_n = 0.216\,V$, те следи $h = a(1 - n) = 4.7$ mm **[1п]**.

(б) Нека је a_0 тражено убрзање. Имамо $\rho a^3 a_0 = \rho a^3 g - F_Z$ **[2п]** и $\frac{m(x^3 + y^3)}{3l}\frac{a_0}{x} = F_Z x - mg\left(\frac{l}{2} - x\right)$ **[3п]**. Елиминацијом F_Z и решавањем по a_0 добијамо $a_0 = 0.0716$ m/s **[1п]**.

P3. Пре промене температура у оба дела је $p_0 V_0 = n_m R T_0$ **[1п]**. После промене температура $p_1 V_1 = n_m R T_1$ и $p_2 V_2 = n_m R T_2$ **[2п]**, одакле је $\frac{V_1 p_1}{T_1} = \frac{V_2 p_2}{T_2}$. У новој равнотежи је $p_1 = p_2$, па је $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\mathrm{T}_1}{\mathrm{T}_2} = \frac{T_0 + \Delta T}{T_0 - \Delta T}$ **[6п]**. Промењене запремине износе $V_1 = V_0 + Sx$ и $V_2 = V_0 - Sx$, где је $S = \frac{\pi d^2}{4}$, па је $\frac{V_0 + Sx}{V_0 - Sx} = \frac{T_0 + \Delta T}{T_0 - \Delta T}$ **[6п]**, односно $\Delta T = \frac{d^2 \pi x T_0}{4V_0}$ **[3п]**. $\Delta T \approx 1.03$ K, тј. $\Delta t \approx 1.03^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$ **[2п]**.

P4. (а) Циклус је педстављен на слици 1. **[3п]** Циклус се, пема тексту задатка, може поделити у 3 процеса: 1-2 изобарски, 2-3 изохрски и 3-1 адијабатски. При изобарском ширењу једначине стања на почетку и крају су: $p_1 V_1 = n_m R T_1$ и $p_1 2V_1 = n_m R 2T_1$ **[1п]**, гас добија количину топлоте $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = p_1(2V_1 - V_1) + \frac{3}{2} n_m R(2T - T) = \frac{5}{2} p_1 V_1$ **[3п]**. На крају процеса 2-3 једначина стања је: $p_3 2V_1 = n_m R T_3$. T_3 је минимална температура у циклусу, док је максимална на крају процеса 1-2: $T_2 = 2T_1$. Из услова задатка добија се да је $T_3 = \frac{T_1}{2}$ **[2п]**, на основу чега је познато и $\mathrm{p}_3 = \frac{p_1}{4}$. У процесу 2-3 рад гаса је $\mathrm{A}_{23} = 0$, а гас предаје топлоту околини **[1п]**. У процесу 3-1 $\mathrm{A}_{31} = -\Delta U_{31} = -\frac{3}{2} n_m R(T_1 - \frac{T_1}{2}) = -\frac{3}{4} p_1 V_1$ **[4п]**. Коефицијент корисног дејства циклуса је $\eta = \frac{A_{12} + \mathrm{A}_{31}}{Q_{12}} = \frac{1}{10} = 0.1$ **[3п]**.

(б) Из израза $\Delta U_{31} = \frac{3}{2} n_m R(T_1 - \frac{T_1}{2}) = \frac{3}{4} p_1 V_1$ **[2п]** и задатих података у задаку, добија се да је $p = 400$ kPa **[1п]**.



Слика 1.

P5. (а) За први гас имамо $C_1 = 3R/2$, а други имамо $C_2 = 5R/2$ **[2п]**. Пошто се због топлотне изолације укупна унутрашња енергија гасова не мења, услов за равнотежу температуре је: $\frac{3}{2} nRT_1 + \frac{5}{2} nRT_2 = \frac{3}{2} nRT + \frac{5}{2} nRT$ **[4п]**, те следи $T = \frac{3T_1 + 5T_2}{8}$ **[1п]**. Имамо сада $P_0 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nRT_2}{V_2}$ **[2п]** и $V_1 + V_2 = V$ **[2п]**, где су $V_{1,2}$ почетне запремине, а V крајња запремина гасова. Коначно, имамо $P = \frac{2nRT}{V} = \frac{2nRT}{V_1 + V_2} = \frac{2nRT}{V_1(1 + \frac{T_2}{T_1})} = P_0 \frac{2T}{T_1 + T_2} = P_0 \frac{3T_1 + 5T_2}{4(T_1 + T_2)}$ **[5п]**.

(б) Уклањање клипа предстаавља иреверзибилан процес, јер је немогуће гасове опет одвојити један од другог **[4п]**.

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ – бозонска категорија

II РАЗРЕД

ОПШТИНСКИ НИВО
22.01.2017.

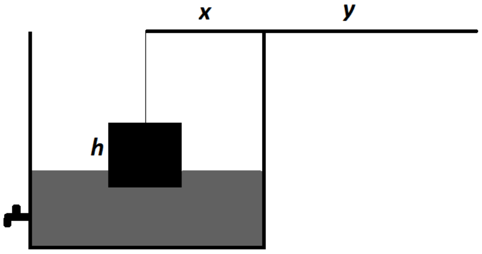
1. При повећању температуре идеалног гаса за $\Delta T = 150$ K средња квадратна брзина његових молекула порасла је са $v_{sk1} = 400$ m/s на $v_{sk2} = 500$ m/s. За колико степени треба загрејати исти тај гас да би се средња квадратна брзина његових молекула повећала са $v_{sk3} = 500$ m/s на $v_{sk4} = 600$ m/s? (МФ106)

2. Хомогени штап масе $m = 8$ g постављен је на ивицу суда са водом тако да тачка ослонца дели дужину штапа l у односу $\frac{y}{x} = 1.47$, где је $x + y = l$. О леви крај штапа обешено је тело од бакра, у облику коцке ивице $a = 6$ mm, које је делимично потопљено у воду, тако да је систем у равнотежи (слика 1). Густина бакра је $\rho = 8920\ \mathrm{kg/m^3}$, а густина воде $\rho_0 = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$. Славина је у почетку у затвореном положају.
(а) Колика је висина h дела запремине коцке који вири изнад нивоа воде?
(б) Претпоставимо да се отварањем славине вода јако брзо излије из суда, те да се систем изведе из равнотеже. Наћи почетно убрзање коцке. Момент инерције штапа масе m и дужине d у односу на његов крај износи $\frac{1}{3}md^2$.

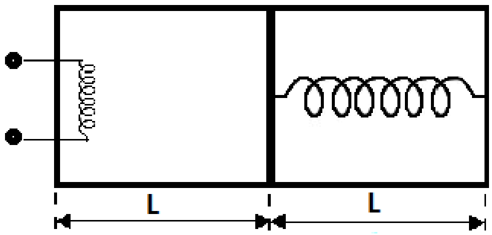
3. Топлотно изолован суд је покретном преградом подељен на два једнака дела дужине L (слика 2). У почетном тренутку у оба дела се налази по $n = 1mol$ идеалног једноатомског гаса на температури T_0 и притиску p_0. Клип је са десним крајем суда спојен помоћу опруге коефицијента еластичности k која је у почетном положају недеформисана. У левом делу суда се налази грејач. Колику количину топлоте треба да прими гас од грејача да би однос запремина левог и десног дела суда био $7:6$, ако је познато да је однос почетне и крајње температуре у десном делу суда $6:5$? Топлотни капацитети суда и клипа су занемарљиви, као и сила трења између клипа и суда.

4. У суду се налази 200 l идеалног једноатомског гаса. Гасни узорак се прво изобарски рашири, при чему му се запремина повећа два пута, затим се изохорски охлади, па се онда сабије, без размене топлоте са околином, тако да притисак и запремина имају почетне вредности. Током овог циклуса максимална температура је 4 пута већа од минималне.
(а) Представити циклус на pV-дијаграму и наћи његов коефицијент корисног дејства.
(б) Колики је почетни притисак, ако је познато да је промена унутрашње енергије при адијабатском сабијању гаса $\Delta U = 6$kJ?

5. У топлотно изолованом суду се налази танак покретни клип који не проводи топлоту и који је у равнотежном стању. Са једне стране клипа је n молова једноатомског гаса на температури T_1, а са друге стране клипа је n молова двоатомског гаса на температури T_2. Са обе стране клипа притисак износи P_o.
(а) Ако се уклони клип из суда, наћи температуру T и притисак P новонастале мешавине гасова у суду, након успостављања новог равнотежног стања.
(б) Да ли је процес уклањања клипа реверзибилан или иреверзибилан? У зависности од одговора на ово питање одредити да ли је ентропија система порасла, опала или остала иста.



Слика 1.



Слика 2.

Задатке припремили: : *Нора Тркља,* Физички факултет*; др Никола Петровић,* Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Никола Петровић*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичење за средње школе: *Доц. др Божидар Николић,* Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

II разред РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-бозонска категорија

Р1. Температура идеалног гаса (Т) пропорционална је средњој кинетичкој енергији молекула $\overline{\mathrm{E_k}}$, а самим тим и квадрату средње квадратне брзине молекула v_{sk}^2 , тј. $\frac{3kT}{2}=\overline{E_{\mathrm{k}}}=\frac{mv_{\mathrm{sk}}^2}{2}$ **[5п]**, па је $\mathrm{T}=\frac{mv_{\mathrm{sk}}^2}{3k}$ **[3п]**. Одавде следи да је $\Delta\mathrm{T}_1=\frac{m}{3k}\left(v_{\mathrm{sk2}}^2-v_{\mathrm{sk1}}^2\right)$ **[5п]**, односно $\Delta\mathrm{T}_2=\frac{m}{3k}\left(v_{\mathrm{sk4}}^2-v_{\mathrm{sk3}}^2\right)=\frac{v_{\mathrm{sk4}}^2-v_{\mathrm{sk3}}^2}{v_{\mathrm{sk2}}^2-v_{\mathrm{sk1}}^2}\Delta T_1=183.3$ K **[4п+3п]**

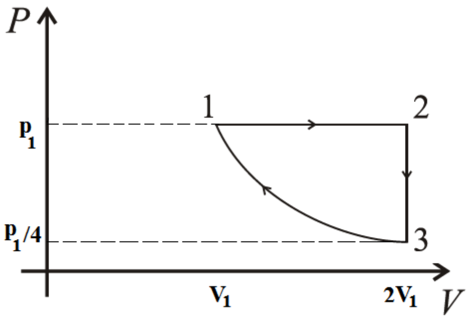
Р2. (а) Нека је потопљени део коцке $V_n=nV$. У вертикалном правцу на куглицу делују сила теже, сила потиска и сила затезања нити (F_Z), па је услов равнотеже куглице: $\rho a^3 g=\rho_0 n a^3 g+F_Z$ [**2п**]. На штап делују сила затезања нити, сила теже и сила реакције ослонца. Услов равнотеже момената силе у односу на тачку ослонца је: $F_Z x=mg(\frac{l}{2}-x)$ [**2п**]. Комбинацијом претходне две једначине $(\rho-n\rho_0)a^3 gx=mg(\frac{l}{2}-x)$ **[2п]**. Одавде је $x=\frac{ml}{2(\rho-n\rho_0)a^3+2m}$ [**1п**]. Следи да је $y=l-x=\frac{2(\rho-n\rho_0)a^3+m}{2(\rho-n\rho_0)a^3+2m}l$ [**1п**], па је $\frac{y}{x}=\frac{2(\rho-n\rho_0)a^3+m}{m}$ [**2п**], а тражено n: $n=\frac{\rho-\frac{m}{2a^3}(\frac{y}{x}-1)}{\rho_0}=0.216$ [**1п**]. Дакле, потопљено је $V_n=0.216\,V$, те следи $h=a(1-n)=4.7$ mm [**1п**].

(б) Нека је a_0 тражено убрзање. Поделивши штап на два дела око ослонца, може се израчунати да је момент инерције $\frac{m(x^3+y^3)}{3l}$ [**2п**]. Имамо $\rho a^3 a_0=\rho a^3 g-F_Z$ [**2п**] и $\frac{m(x^3+y^3)}{3l}\frac{a_0}{x}=F_Z x-mg\left(\frac{l}{2}-x\right)$ [**3п**]. Елиминацијом F_Z и решавањем по a_0 добијамо $a_0=0.0716$ m/s [**1п**].

Р3. У почетном тренутку, из услова задатка, опруга је неистегнута и важи равнотежа притисака са леве и десне стране клипа, а једначина стања гласи $p_0V_0=nRT_0$ **[1п]**. Из односа крајњих запремина левог и десног дела суда може се одредити померај преграде (x) : $\frac{V_1}{V_2}=\frac{Sl_1}{Sl_2}=\frac{L+x}{L-x}=\frac{7}{6}$, па је $x=\frac{L}{13}$ **[2п]**. Једначине стања на крају процеса за леви део: $p_1\frac{14}{13}V_0=nRT_1$ **[1п]**; за десни део: $p_2\frac{12}{13}V_0=nR\frac{6}{5}T_0$ **[1п]**. У крајњем стању клип је уравнотежен, па важи: $p_1S=p_2S+kx$ **[2п]**, тј. $p_1=nR\frac{6}{5}T_0\frac{13}{12V_0}+k\frac{L}{13S}$ **[2п]**. Уврштавањем израза за притисак у једначину крајњег стања гаса у левом делу суда добија се крајња температура до које је потребно загрејати гас у левом делу: $\mathrm{T}_1=\frac{7}{5}\mathrm{T}_0+\frac{14}{169}\frac{kL^2}{nR}$ **[3п]**. Промена унутрашње енергије гаса при ширењу је $\Delta U_1=nC_V(T_1-T_0)=n\frac{3}{2}R(\frac{2}{5}\mathrm{T}_0+\frac{14}{169}\frac{kL^2}{nR})$ **[3п]**. Промена унутрашње енергије гаса у десној половини је: $\Delta U_2=nC_V(T_2-T_0)=n\frac{3}{2}R\frac{1}{5}\mathrm{T}_0$**[1п]**. Укупан рад који гас врши над опругом је: $\mathrm{A}=\frac{kx^2}{2}=\frac{1}{2}\frac{kL^2}{169}$ **[2п]**. Количина топлоте коју треба да прими гас је $Q=A+\Delta U=\frac{9nRT_0}{10}+\frac{43}{338}kL^2$ **[2п]**.

Р4. (а) Циклус је педстављен на слици 1. **[3п]** Циклус се, пема тексту задатка, може поделити у 3 процеса: 1-2 изобарски, 2-3 изохрски и 3-1 адијабатски. При изобарском ширењу једначине стања на почетку и крају су: $p_1V_1=n_mRT_1$ и $p_1 2V_1=n_mR2T_1$ **[1п]**, гас добија количину топлоте $Q_{12}=A_{12}+\Delta U_{12}=p_1(2V_1-V_1)+\frac{3}{2}n_mR(2T-T)=\frac{5}{2}p_1V_1$ **[3п]**. На крају процеса 2-3 једначина стања је: $p_3 2V_1=n_mRT_3$. T_3 је минимална температура у циклусу, док је максимална на крају процеса 1-2: $T_2=2T_1$. Из услова задатка добија се да је $T_3=\frac{T_1}{2}$ **[2п]**, на основу чега је познато и $\mathrm{p}_3=\frac{p_1}{4}$. У процесу 2-3 рад гаса је $\mathrm{A}_{23}=0$, а гас предаје топлоту околини **[1п]**. У процесу 3-1 $\mathrm{A}_{31}=-\Delta U_{31}=-\frac{3}{2}n_mR(T_1-\frac{T_1}{2})=-\frac{3}{4}p_1V_1$ **[4п]**. Коефицијент корисног дејства циклуса је $\eta=\frac{A_{12}+\mathrm{A}_{31}}{Q_{12}}=\frac{1}{10}=0.1$ **[3п]**.

(б) Из израза $\Delta U_{31}=\frac{3}{2}n_mR(T_1-\frac{T_1}{2})=\frac{3}{4}p_1V_1$ **[2п]** и задатих података у задаку, добија се да је $p=400$ kPa **[1п]**.



Слика 1.

Р5. (а) За први гас имамо $C_1=3R/2$, а други имамо $C_2=5R/2$ **[2п]**. Пошто се због топлотне изолације укупна унутрашња енергија гасова не мења, услов за равнотежу температуре је: $\frac{3}{2}nRT_1+\frac{5}{2}nRT_2=\frac{3}{2}nRT+\frac{5}{2}nRT$ **[4п]**, те следи $T=\frac{3T_1+5T_2}{8}$ **[1п]**. Имамо сада $P_0=\frac{nRT_1}{V_1}=\frac{nRT_2}{V_2}$ **[2п]** и $V_1+V_2=V$ **[2п]**, где су $V_{1,2}$ почетне запремине, а V крајња запремина гасова. Коначно, имамо $P=\frac{2nRT}{V}=\frac{2nRT}{V_1+V_2}=\frac{2nRT}{V_1(1+\frac{T_2}{T_1})}=P_0\frac{2T}{T_1+T_2}=P_0\frac{3T_1+5T_2}{4(T_1+T_2)}$ **[5п]**.

(б) Уклањање клипа представља иреверзибилан процес, јер је немогуће гасове опет одвојити један од другог **[2п]**. Ентропија система је порасла **[2п]**.