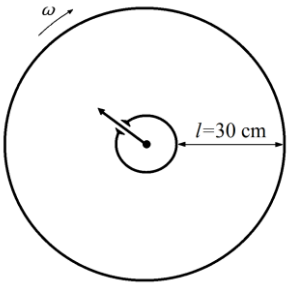
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
Фермионска категорија ЗАДАЦИ

II РАЗРЕД

ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

1. За мерење брзине атома гасова користимо два цилиндра као на слици. Унутрашњи цилиндар има мали полупречник док је радијално растојање од малог до већег цилиндра $l = 30$ cm. На мањем цилиндру имамо мали процеп док је велики цилиндар слободан да ротира, као на слици. Посматрајмо испарења сребра која пролазе кроз мали процеп и маркирајмо на великом цилиндру локацију радијалног правца где се таложе атоми. У наредном експерименту поставимо маркер на исти правац, али чим отворимо прорез започнимо са ротацијом великог цилиндра угаоном брзином $\omega = 120\,\mathrm{rad/s}$. Највише атома сребра ће пасти под углом $\theta = 4.6^{\circ}$ у односу на маркер. Моларна маса сребра износи $M = 105\,\mathrm{g/mol}$. Процес испарења атома сребра се скоро тренутно одвија.



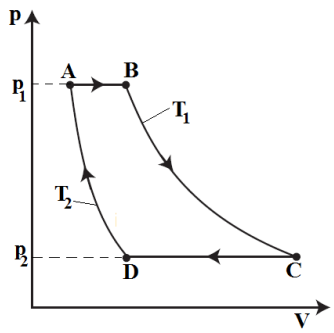
(а) Наћи највероватнију брзину атома сребра v.
(б) Наћи температуру испарења сребра T.

2. Гас масе m, моларне масе M и моларног топлотног капацитета при константној запремини C_v, шири се тако да се температура мења по закону $T = \alpha p^2$, где је p притисак, а α константа.

(а) Да ли гас у овом процесу прима или отпушта топлоту?
(б) Ако укупна количина топлоте коју је гас примио или отпустио (у зависности од решења првог дела) износи Q и ако крајња температура гаса износи T_2, колика је почетна температура гаса T_1?

3. У почетном тренутку притисак једноатомског гаса је $p = 10^6$ Pa, а број молова је $n_m = 60$. Гас се шири и то прво адијабатски, а затим изобарски. На крају ширења запремина гаса износи $V = 0.5\ \mathrm{m}^3$. Ако је познато да се при адијабатском ширењу запремина гаса повећа 2 пута, одредити температуру гаса T на крају процеса.

4. Дат је циклус *ABCDA* од две изобаре и две изотерме, као на слици. Притисак током прве гране циклуса износи p_1 а током треће гране p_2 ($p_1 > p_2$). Температура током друге гране циклуса износи T_1, а током четврте гране T_2 ($T_1 > T_2$). Нека је C_v моларни топлотни капацитета гаса при константној запремини и n број молова гаса.



(а) За сваку грану циклуса наћи количину примљене топлоте Q и извршеног рада A. Ако је топлота испуштена онда је Q негативна количина, а ако се над гасом врши рад онда је A негативна количина. Рад који изврши гас на изотерми износи $\mathrm{A} = nR\mathrm{T}ln\frac{V_f}{V_i}$, где је V_f крајња запрпемина, а V_i почетна запремина система.
(б) Наћи коефицијент корисног дејства овог циклуса.

5. Нека се идеалан гас у затвореној соби састоји из 2 атома који се могу налазити на једној од 10 узастопних позиција на једној правој (једноставности ради). У свакој позицији може бити само један атом и атоме није могуће разазнати. У почетку нека се у средини собе налази преграда која дели собу на по 5 позиција са сваке стране и нека су оба атома са исте стране преграде. Поредимо ово макростање са макростањем где је баријера уклоњена и где атоми могу на било којој позицији да се нађу.

(а) Израчунати број микростања код оба макростања, а затим израчунати повећање ентропије када се баријера уклони. Штефан-Болцманова константа износи $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K. Формула за ентропију система износи $S = k\ \ln W$, где је W број микростања.
(б) Да ли је уклањање преграде реверзибилан или иреверзибилан процес?

Задатке припремили: *Петар Бокан, Нора Тркља*
Рецензент: *др Никола Петровић*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичење за средње школе: *Доц. др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

II РАЗРЕД

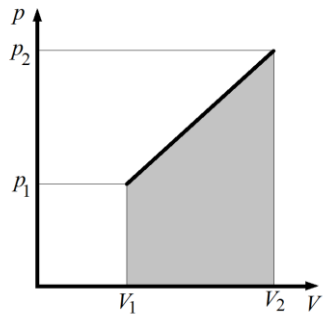
Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
Фермионска категорија РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

1. (а) Средње време за које атоми сребра стигну од прореза до већег цилиндра може се изразити као $t_{sr} = l/v_n$, где је v_n тражена највероватнија брзина [**3п**]. За исто време већи цилиндар направи отклон за угао θ у односу на почетни положај, па је $t_{sr} = \theta/\omega$ [**3п**]. Из претходна два израза следи да је $v_n = \frac{l\omega}{\theta} = 448{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**3п+3п**].

(б) Највероватнија брзина може се изразити као $v_n = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$ [**2п**], где је $m_0 = \frac{M}{N_A}$ [**1п**] маса једног атома сребра, а N_A Авогадров број честица. Следи да је температура испарења сребра $T = \frac{M{v_n}^2}{2kN_A} = 1270{,}2$ K [**3п+2п**].

P2. (а) На основу једначине стања идеалног гаса $pV = n_m RT$ [**1п**] и дате законитости $T = \alpha p^2$, следи да је $V = n_m \alpha R p$ [**2п**]. На основу претходних израза може се закључити да је $T_2 > T_1$ [**1п**], па је промена унутрашње енергије $\Delta U = n_m C_V (T_2 - T_1) > 0$ [**1п**]. Гас се шири, па је $A > 0$ [**1п**]. Гас прима количину топлоте $Q = \Delta U + A > 0$ [**3п**].



Слика 1.

(б) Рад при ширењу гаса једнак је површини приказаној на pV дијаграму. Одатле је $Q = n_m C_V (T_2 - T_1) + (p_2 + p_1)(V_2 - V_1)/2 = n_m C_V (T_2 - T_1) + (p_2 + p_1) n_m \alpha R (p_2 - p_1)/2 = n_m C_V (T_2 - T_1) + n_m \alpha R ({p_2}^2 - {p_1}^2)/2 = n_m (C_V + R/2)(T_2 - T_1)$ [**7п**]. Почетна температура је: $T_1 = T_2 - \frac{MQ}{m\left(C_V + \frac{R}{2}\right)}$ [**4п**].

P3. При адијабатском процесу важи да је $pV^\gamma = const$ [**2п**], па се на основу $V_2 = 2V_1$ добија да је $p_2 = 2^{-\gamma} p_1$ [**3п**]. За једноатомски гас $\gamma = C_p/C_V = \frac{5}{2}R/\frac{3}{2}R = \frac{5}{3}$ [**4п**]. Следеће ширење гаса је изобарско, па је $p_3 = p_2 = 2^{-5/3} p_1$ [**2п**]. Из једначине стања идеалног гаса на крају процеса, $p_3 V = n_m RT$ [**1п**], добија се да је: $T = \frac{2^{-5/3} p_1 V}{n_m R} = 316{,}25$ K [**5п+3п**].

P4. (а) Током изобарског процеса AB гас прима топлоту, шири се и важи: $Q_{AB} = nC_p(T_1 - T_2) = n(C_V + R)(T_1 - T_2) > 0$ [**2п**], $A_{AB} = p_1(V_B - V_A) = nR(T_1 - T_2) > 0$ [**2п**]. Процес BC је изотермско ширење и за њега важи: $Q_{BC} = A_{BC} = nRT_1 ln\frac{V_C}{V_B} = nRT_1 ln\frac{p_1}{p_2} > 0$ [**3п**], дакле гас прима топлоту. При изобарском процесу CD гас отпушта количину топлоте $Q_{CD} = nC_p(T_2 - T_1) = n(C_V + R)(T_2 - T_1) < 0$ [**2п**], а над гасом се врши рад: $A_{CD} = p_2(V_D - V_C) = nR(T_2 - T_1) < 0$ [**2п**]. За изотермско сабијање DA важи $Q_{DA} = A_{DA} = nRT_2 ln\frac{V_A}{V_D} = nRT_2 ln\frac{p_2}{p_1} = -nRT_2 ln\frac{p_1}{p_2} < 0$ [**3п**].

(б) Коефицијент корисног дејства овог циклуса је: $\eta = \frac{A}{Q_{primljeno}} = \frac{R(T_1 - T_2)\ln\frac{p_1}{p_2}}{(C_v + R)(T_1 - T_2) + RT_1 ln\frac{p_1}{p_2}}$ [**6п**].

P5. (а) У ситуацији када су оба атома с исте стране преграде, онда је број микростања у којима се систем може наћи једнак броју могућности да се два неразличива атома распореде на пет позиција $W_1 = 5 \cdot 4/2 = 20$ [**4п**]. Након уклањања преграде број могућих микростања повећаће се на $W_2 = 10 \cdot 9/2 = 45$ [**4п**]. Повећање ентропије система након уклањања преграде износи $\Delta S = k\ln W_2 - k\ln W_1 = 1.12 \cdot 10^{-23}$ J/K [**5п+2п**].
б) Уклањање преграде је иреверзибилан процес. Ентропија система се повећала, па се систем не може спонтано вратити у претходно стање [**5п**].

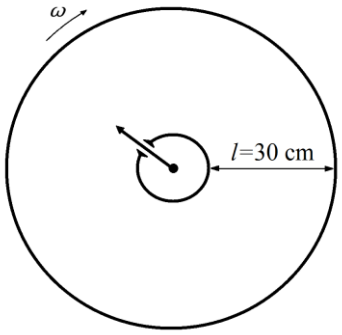
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
Бозонска категорија ЗАДАЦИ

II РАЗРЕД

ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

1. За мерење брзине атома гасова користимо два цилиндра као на слици. Унутрашњи цилиндар има мали полупречник док је радијално растојање од малог до већег цилиндра $l = 30$ cm. На мањем цилиндру имамо мали процеп док је велики цилиндар слободан да ротира, као на слици. Посматрајмо испарења сребра која пролазе кроз мали процеп и маркирајмо на великом цилиндру локацију радијалног правца где се таложе атоми. У наредном експерименту поставимо маркер на исти правац, али чим отворимо прорез започнимо са ротацијом великог цилиндра угаоном брзином $\omega = 120$ rad/s. Највише атома сребра ће пасти под углом $\theta = 4.6^{\circ}$ у односу на маркер. Моларна маса сребра износи $M = 105$ g/mol. Процес испарења атома сребра се скоро тренутно одвија.



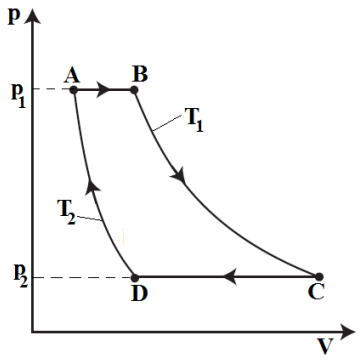
(а) Наћи температуру испарења сребра T.
(б) Наћи средњу брзину атома сребра v_{sr}.

2. Гас масе m, моларне масе M и моларног топлотног капацитета при константној запремини C_v, шири се тако да се температура мења по закону $T = \alpha p^2$, где је p притисак, а α константа.

(а) Да ли гас у овом процесу прима или отпушта топлоту?
(б) Ако укупна количина топлоте коју је гас примио или отпустио (у зависности од решења првог дела) износи Q и ако крајња температура гаса износи T_2, колика је почетна температура гаса T_1?

3. У почетном тренутку притисак једноатомског гаса је $p = 10^6$ Pa, а број молова је $n_m = 60$. Гас се шири и то прво адијабатски, а затим изобарски. На крају ширења запремина гаса износи $V = 0.5$ m^3. Ако је познато да се при адијабатском ширењу гаса средња дужина слободног пута повећа 2 пута, одредити температуру гаса T на крају процеса.

4. Дат је циклус *ABCDA* од две изобаре и две изотерме, као на слици. Притисак током прве гране циклуса износи p_1 а током треће гране p_2 ($p_1 > p_2$). Температура током друге гране циклуса износи T_1, а током четврте гране T_2 ($T_1 > T_2$). Нека је C_v моларни топлотни капацитета гаса при константној запремини.



(а) Наћи коефицијент корисног дејства овог циклуса.
(б) Доказати да је за било које вредности параметара p_1 и p_2 коефицијент корисног дејства овог циклуса мањи од коефицијента корисног дејства Карноовог циклуса са истим минималним и максималним температурама у циклусу, респективно T_1 и T_2.

5. Нека се идеалан гас у затвореној соби састоји из 2 атома који се могу налазити на једној од 10 узастопних позиција на једној правој (једноставности ради). У свакој позицији може бити само један атом и атоме није могуће разазнати. У почетку нека се у средини собе налази преграда која дели собу на по 5 позиција са сваке стране и нека су оба атома са исте стране преграде. Поредимо ово макростање са макростањем где је баријера уклоњена и где атоми могу на било којој позицији да се нађу.

(а) Израчунати повећање ентропије када се баријера уклони. Штефан-Болцманова константа износи $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.
(б) Да ли је уклањање преграде реверзибилан или иреверзибилан процес? Образложити одговор.

Задатке припремили: *Петар Бокан, Нора Тркља*

Рецензент: *др Никола Петровић*, Институт за физику, Београд
Председник Комисије за такмичење за средње школе: *Доц. др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

II РАЗРЕД

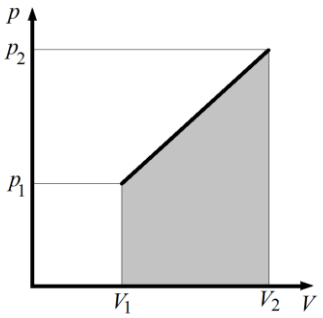
Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
Бозонска категорија РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

ОПШТИНСКИ НИВО
28.02.2016.

P1. (а) Средње време за које атоми сребра стигну од прореза до већег цилиндра може се изразити као $t_{sr} = l/v_n$, где је v_n тражена највероватнија брзина [**3п**]. За исто време већи цилиндар направи отклон за угао θ у односу на почетни положај, па је $t_{sr} = \theta/\omega$ [**3п**]. Из претходна два израза следи да је $v_n = \frac{l\omega}{\theta} = 448{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ [**2п+2п**]. Највероватнија брзина може се изразити као $v_n = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$ [**2п**], где је $m_0 = \frac{M}{N_A}$ [**1п**] маса једног атома сребра, а N_A Авогадров број честица. Следи да је температура испарења сребра $T = \frac{M{v_n}^2}{2kN_A} = 1270{,}2$ K [**2п+2п**].

(б) Средњу брзину можемо изразити као $v_{sr} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{4}{\pi}}v_n = 506\frac{m}{s}$ [**3п**].

P2. (а) На основу једначине стања идеалног гаса $pV = n_m RT$ [**1п**] и дате законитости $T = \alpha p^2$, следи да је $V = n_m \alpha R p$ [**2п**]. На основу претходних израза може се закључити да је $T_2 > T_1$ [**1п**], па је промена унутрашње енергије $\Delta U = n_m C_V(T_2 - T_1) > 0$ [**1п**]. Гас се шири, па је $A > 0$ [**1п**]. Гас прима количину топлоте $Q = \Delta U + A > 0$ [**3п**].



Слика 1.

(б) Рад при ширењу гаса једнак је површини приказаној на pV дијаграму. Одатле је $Q = n_m C_V(T_2 - T_1) + (p_2 + p_1)(V_2 - V_1)/2 = n_m C_V(T_2 - T_1) + (p_2 + p_1)n_m \alpha R(p_2 - p_1)/2 = n_m C_V(T_2 - T_1) + n_m \alpha R({p_2}^2 - {p_1}^2)/2 = n_m(C_V + R/2)(T_2 - T_1)$ [**7п**]. Почетна температура је: $T_1 = T_2 - \frac{MQ}{m\left(C_V + \frac{R}{2}\right)}$ [**4п**].

P3. При адијабатском процесу важи да је $pV^\gamma = const$ [**2п**]. Из дефиниције средње дужине слободног пута: $\overline{\lambda} = 1/(n\sigma\sqrt{2}) = V/(N\sigma\sqrt{2})$ следи: $\overline{\lambda_2}/\overline{\lambda_1} = V_2/V_1 = 2$, тј. $V_2 = 2V_1$ на основу чега се добија да је $p_2 = 2^{-\gamma}p_1$ [**5п**]. За једноатомски гас $\gamma = C_p/C_V = (\frac{5}{2}R)/(\frac{3}{2}R) = \frac{5}{3}$ [**2п**]. Следеће ширење гаса је изобарско, па је $p_3 = p_2 = 2^{-5/3}p_1$ [**2п**]. Из једначине стања идеалног гаса на крају процеса, $p_3 V = n_m RT$ [**1п**], добија се да је: $T = \frac{2^{-5/3}p_1 V}{n_m R} = 316{,}25$ K [**5п+3п**].

P4. (а) Нека је n број молова гаса. Током изобарског процеса AB гас прима топлоту, шири се и важи: $Q_{AB} = nC_p(T_1 - T_2) = n(C_V + R)(T_1 - T_2) > 0$ [**2п**], $A_{AB} = p_1(V_B - V_A) = nR(T_1 - T_2) > 0$ [**2п**]. Процес BC је изотермско ширење и за њега важи: $Q_{BC} = A_{BC} = nRT_1 ln\frac{V_C}{V_B} = nRT_1 ln\frac{p_1}{p_2} > 0$ [**2п**], дакле гас прима топлоту. При изобарском процесу CD гас отпушта количину топлоте $Q_{CD} = nC_p(T_2 - T_1) = n(C_V + R)(T_2 - T_1) < 0$ [**2п**], а над гасом се врши рад: $A_{CD} = p_2(V_D - V_C) = nR(T_2 - T_1) < 0$ [**2п**]. За изотермско сабијање DA важи $Q_{DA} = A_{DA} = nRT_2 ln\frac{V_A}{V_D} = nRT_2 ln\frac{p_2}{p_1} = -nRT_2 ln\frac{p_1}{p_2} < 0$ [**2п**]. Коефицијент корисног дејства овог циклуса је $\eta = \frac{A}{Q_{primljeno}} = \frac{R(T_1 - T_2)\ln\frac{p_1}{p_2}}{(C_v + R)(T_1 - T_2) + RT_1 ln\frac{p_1}{p_2}}$ [**4п**].

(б) Имамо: $\eta = \frac{A}{Q_{primljeno}} = \frac{R(T_1 - T_2)\ln\frac{p_1}{p_2}}{(C_v + R)(T_1 - T_2) + RT_1 ln\frac{p_1}{p_2}} < \frac{R(T_1 - T_2)\ln\frac{p_1}{p_2}}{RT_1 ln\frac{p_1}{p_2}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, што је и требало доказати [**4п**].

P5. (а) У ситуацији када су оба атома с исте стране преграде, онда је број микростања у којима се систем може наћи једнак броју могућности да се два неразличива атома распореде на пет позиција $W_1 = 5 \cdot 4/2 = 20$ [**4п**]. Након уклањања преграде број могућих микростања повећаће се на $W_2 = 10 \cdot 9/2 = 45$ [**4п**]. Повећање ентропије система након уклањања преграде износи $\Delta S = k\ln W_2 - k\ln W_1 = 1.12 \cdot 10^{-23}$ J/K [**5п+2п**].

б) Уклањање преграде је иреверзибилан процес. Ентропија система се повећала, па се систем не може спонтано вратити у претходно стање [**5п**].