



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ



II РАЗРЕД

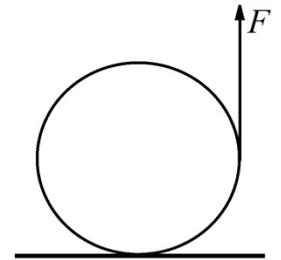
Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ - фермионска категорија

ОКРУЖНИ НИВО
13.03.2016.

1. Око ваљка полупречника r и масе m омота се канап занемарљиве масе и његов крај вуче се нагоре силом F , као на слици. Коефицијент трења клизања између ваљка и пода износи μ . Момент инерције ваљка износи $I = \frac{1}{2}mr^2$.

(а) Под претпоставком да се ваљак котрља без клизања наћи линеарно убрзање a и угаоно убрзање α ваљка, као и то да ли ваљак иде улево или удесно и да ли ротира у смеру казаљке на сату или у супротном смеру.

(б) При којој вредности силе F ће ваљак проклизати?
(20 поена)

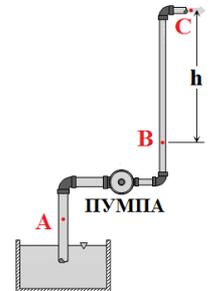


2. У почетку, у суду се налази n молова идеалног гаса моларне масе M . Број молова у суду повећа се за $n/2$, укупна кинетичка енергија транслаторног кретања свих молекула за $\Delta \overline{E}_{\text{ку}}$, док се квадрат највероватније брзине молекула повећа за Δu_n^2 . Колика је температура гаса тада? (20 поена)

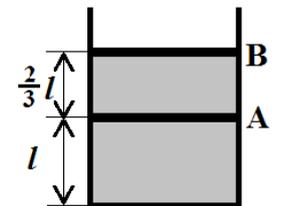
3. Пумпа на слици 2. узима воду помоћу цеви за усисавање, пречника $d_1 = 200$ mm и доставља је цеви која служи за прањњење и има пречник $d_2 = 150$ mm. Брзина воде у цеви за прањњење је 3.6 m/s. У тачки А цеви за усисавање, притисак износи $p_A = -35$ kPa. Цев за прањњење испушта воду хоризонтално у ваздух у тачки С. Ради једноставности, претпоставити да пумпа ради са ефикасношћу од 100%, а губици у притиску, услед трења унутар цеви, у региону од А до С, износе $\Delta p = 29.43$ kPa. Занемарити атмосферски притисак.

(а) На којој висини изнад тачке В, која се налази $l = 1.8$ m изнад тачке А, може да се налази тачка С, уколико се, услед рада пумпе, у цеви ствара додатни притисак $p_{\text{dod}} = 234.28$ kPa?

(б) Колика је снага пумпе P ? (20 поена)



4. У топлотно изолованом, цилиндричном суду налазе се два клипа: А и В као на слици 3. Топлотно проводни клип А има масу m . Клип В не проводи топлоту. У почетном тренутку систем је у равнотежи, у стању приказаном на слици, при чему је вредност l позната. У области између суда и клипа А налази се $2n$ молова једноатомског гаса на температури T_1 , док се у области између клипова А и В налази n молова истог гаса. Систем се полако загрева тако што му се преда нека непозната количина топлоте $Q > 0$. На крају овог процеса, сила трења између клипа А и суда има максималну вредност при којој клип А остаје у мировању и она износи F_{tr} . Трење између клипа В и суда је занемарљиво, као и топлотни капацитети суда и клипова.



(а) Колика је промена температуре гаса испод клипа А након примања топлоте?

(б) Која је нова висина клипа В у односу на клип А? (20 поена)

5. На бочној страни високог суда, по вертикалној линији, налазе се 2 мала отвора кроз које истиче вода. Први отвор је виши и налази се на висини $h_1 = 1$ m. У суд се досипа вода, тако да је њен ниво константан. Ако је домет првог млаза $d_1 = 4$ m, а домет другог млаза $d_2 = 1,6$ m, одредити:

(а) Висину h_2 до које је суд испуњен водом.

(б) Висину h_2 другог отвора. (20 поена)

Константе: $g = 9.81$ m/s², $\rho_{\text{воде}} = 1000$ kg/m³

Задатке припремили: Нора Тркља, Физички факултет, Београд и Петар Бокан, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Никола Петровић, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичење за средње школе: Доц. др Божидар Николић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо срећан и успешан рад!



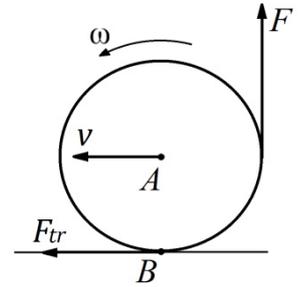
II РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - фермионска категорија

ОКРУЖНИ НИВО
13.03.2016.

P1. (а) Нека сила делује на десну страну ваљка. У том случају ваљак ће ротирати у смеру супротном од смера казаљке на сату [1п]. На тачку В деловаће сила трења улево, па ће се ваљак кретати улево [1п], те ће ротирати супротно смеру казаљке на сату [1п]. По хоризонталу делује само сила трења, па важи $ma = F_{tr}$ [2п]. Уколико се посматра ротирање ваљка, важи $r(F - F_{tr}) = aI$ [3п], где је $I = mr^2/2$ момент инерције ваљка. Како нема клизања, важи $a = r\alpha$ [2п], па је $\alpha = 2F/3mr$ [2п], односно $a = 2F/3m$ [1п].

(б) Кад се израз $a = 2F/3m$ помножи са m и замени $ma = F_{tr}$, добија се услов $F_{tr} = 2F/3$ [2п]. Када нема клизања, важи $F_{tr} \leq F_{tr}^{kliz} = \mu N = \mu(mg - F)$ [2п], односно $2F/3 \leq \mu(mg - F)$. Решавањем се добија $F \leq \frac{3\mu mg}{2+3\mu}$ [2п]. Услов да дође до проклизавања је $F > \frac{3\mu mg}{2+3\mu}$ [1п].



P2. Број молекула у суду може се изразити као $N = nN_A$ [1п]. Укупна кинетичка енергија транслаторног кретања једнака је $\overline{E_{ku}} = N\overline{E_k}$ [2п], где је $\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT$ [3п] кинетичка енергија транслаторног кретања једног молекула. Промена укупне кинетичке енергије транслаторног кретања је $\Delta\overline{E_{ku}} = \frac{3}{2}nNkT_2 - \frac{3}{2}nNkT_1 = \frac{3}{2}nR(\frac{1}{2}T_2 + \Delta T)$ [5п], где је T_1 почетна, T_2 крајња температура, а $\Delta T = T_2 - T_1$.

Како је највероватнија брзина $v_n = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$ [3п], важи: $\Delta T = \frac{\Delta v_n^2 M}{2R}$ [2п]. Тада је $T_2 = \frac{2}{R}(\frac{2\Delta\overline{E_{ku}}}{3n} - \frac{\Delta v_n^2 M}{2})$ [4п].

P3. (а) Проток се може изразити као: $Q = v_B(\frac{1}{4}\pi d_2^2) = v_A(\frac{1}{4}\pi d_1^2)$ [2п]. Применом Бернулијеве једначине добија се: $\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\rho g} + z_A + \frac{p_{dod}}{\rho g} - \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_C}{\rho g} + z_C$ [4п], јер је $v_B = v_C$ [1п]. Позицију тачке А можемо да узмемо као референтни ниво: $\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + 0 + \frac{p_{dod}}{\rho g} - \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{v_B^2}{2g} + 0 + (l + h)$ [2п], па је $h = \frac{v_B^2}{2g}(\frac{d_2^4}{d_1^4} - 1) + \frac{1}{\rho g}(p + p_{dod} - \Delta p) - l \approx 15.06 \text{ m}$ [1+1п].

(б) По услови задатка важи: $P = P_{out} = P_{in}$ [1п]. За време Δt кроз отвор изађе вода масе Δm . Рад који треба извршити за њено избацивање једнак је промени кинетичке енергије: $A = \frac{\Delta m}{2}(v_B^2 - v_A^2)$ [2п]. Потребна снага је $P = \frac{\rho \Delta V}{2\Delta t}(v_B^2 - v_A^2) = \frac{\rho Q}{2}(v_B^2 - v_A^2)$ [2п].

Према Бернулијевој једначини примењеној на тачке пре и после пумпе важи: $p + \frac{\rho v_A^2}{2} = p + p_{dod} + \frac{\rho v_B^2}{2}$, тј. $p_{dod} = \frac{\rho}{2}(v_B^2 - v_A^2)$ [2п], те следи $P = Qp_{dod} = 14.9 \text{ kW}$ [1+1п].

P4. (а) Нека су T_1 и T_2 температуре гаса пре и после загревања (клип А проводи топлоту, процес се одвија споро, па се може сматрати да је гас у сваком тренутку у термодинамичкој равнотежи, тј. температура гаса у целом суду испод клипа В је иста.) Притисак гаса између клипова је константан и износи: $p_1 = \frac{n_1 RT_1}{Sl_1} = \frac{3nRT_1}{2Sl}$ [4п]. Притисак гаса између дна суда и клипа А се при загревању повећава. При температури T_2 његова вредност је $p_2 = \frac{n_2 RT_2}{Sl_2} = \frac{2nRT_2}{Sl}$ [4п]. Максимална вредност силе трења при којој ће клип остати у мировању је $F_{tr} = (p_2 - p_1)S - mg = \frac{nR(4T_2 - 3T_1)}{2l} - mg$ [4п]. Па је $T_2 = (F_{tr} + mg)\frac{l}{2nR} + \frac{3}{4}T_1$, тј. $\Delta T = T_2 - T_1 = (F_{tr} + mg)\frac{l}{2nR} - \frac{1}{4}T_1$ [4п].

(б) Имамо: $l_2 = \frac{n_1 RT_2}{Sp_1} = \frac{2l T_2}{3 T_1} = \frac{2l}{3} \left((F_{tr} + mg)\frac{l}{2nRT_1} + \frac{3}{4} \right)$ [4п].

P5. (а) По Торичелијевој теорему вода истиче брзином $v = \sqrt{2gh_v}$, где је h_v разлика висине до које је суд испуњен водом и висине отвора [2п]. Домент млаза може се одредити као $d = vt$ [2п], а време t може се наћи из услова $h = \frac{1}{2}gt^2$ [2п], где је h висина на којој се отвор налази. На основу претходне две једначине добија се $d = 2\sqrt{h(h_s - h)}$ [2п]. Овај израз може се искористити за први млаз, па је $h_s = \frac{d_1^2}{4h_1} + h_1 = 5 \text{ m}$ [2п+2п].

(б) Квадрирањем израза $d_2 = 2\sqrt{h_2(h_s - h_2)}$ добија се квадратна једначина по h_2 : $h_2^2 - h_s h_2 + \frac{d_2^2}{4} = 0$ [2п]. Решавањем квадратне једначине добија се $h_2 = \frac{1}{2} \left(h_s - \sqrt{h_s^2 - d_2^2} \right) = 0.13 \text{ m}$ [2п+2п]. Узимамо негативан знак за решење јер је $h_2 < h_1 < \frac{h_s}{2}$ [2п].



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије

Министарство просвете и науке Републике Србије

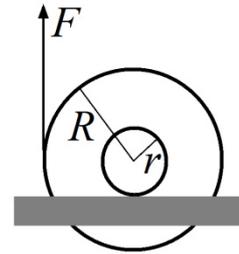


ОКРУЖНИ НИВО
13.03.2016.

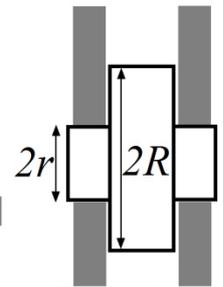
II РАЗРЕД

ЗАДАЦИ-бозонска категорија

1. На две паралелне хоризонталне шине налази се котур полупречника R са две цилиндричне дршке полупречника r које налажу на две шине као на слици, при чему је $R > r$ (слика). Моменат инерције котура са дршкама износи I , а маса m . Канап занемарљиве масе омота се око котура и његов крај вуче се нагоре силом F , као на слици. Коefицијент трења између шина и дршака износи μ .



а) бочна страна



б) птичија перспектива

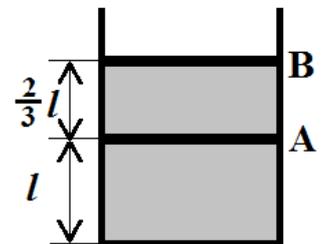
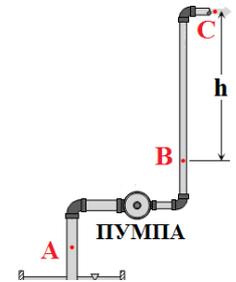
(а) Под претпоставком да се котур котрља без клизања наћи линеарно убрзање a и угаоно убрзање α котура, као и то да ли котур иде улево или удесно и да ли ротира у смеру казаљке на сату или у супротном смеру.

(б) При којој вредности силе F ће котур проклизати?

(в) Ако, почевши од нуле, постепено повећавамо вредност силе F , да ли је могуће да се котур (заједно са дршкама) одвоји од шина пре него што проклиза? (20 поена)

2. Колико пута ће се смањити запремина непознатог идеалног гаса уколико му се температура адијабатски повећа за 10 %? Познато је да адијабатска константа смеше тог гаса и кисеоника, у моларном односу 2:1, износи $4/3$. (20 поена)

3. Пумпа на слици узима воду помоћу цеви за усисавање, пречника $d_1 = 200$ mm и доставља је цеви која служи за пражњење и има пречник $d_2 = 150$ mm. Брзина воде у цеви за пражњење је 3.6 m/s. У тачки А цеви за усисавање, притисак износи $p = -35$ kPa. Цев за пражњење испушта воду хоризонтално у ваздух у тачки С. На којој висини изнад тачке В, која се налази $l = 1.8$ m изнад тачке А, може да се налази тачка С уколико је снага пумпе 14.9 kW? Пумпа ради са ефикасношћу од 70%, а губици у притиску, услед трења унутар цеви, износе $\Delta p = 29.43$ kPa. Занемарити атмосферски притисак. (20 поена)



4. У топлотно изолованом, цилиндричном суду налазе се два клипа: А и В, као на слици. Топлотно проводни клип А има масу m . Клип В не проводи топлоту. У почетном тренутку систем је у равнотежи, у стању приказаном на слици, при чему је вредност l позната. У области између суда и клипа А налази се $2n$ молова једноатомског гаса на температури T_1 , док се у области између клипова А и В налази n молова истог гаса. Систем се полако загрева тако што му се преда нека непозната количина топлоте $Q > 0$. На крају овог процеса, сила трења између клипа А и суда има максималну вредност при којој клип А остаје у мировању и она износи F_{tr} . Трење између клипа В и суда је занемарљиво, као и топлотни капацитети суда и клипова.

(а) Колика је промена температуре гаса испод клипа А након примања топлоте?
(б) Колика је укупна количина топлоте Q коју је примио систем?
(в) Која је нова висина клипа В у односу на клип А? (20 поена)

5. На бочној страни високог суда, по вертикалној линији, налазе се 2 мала отвора кроз које истиче вода. Први отвор је виши и налази се на висини $h_1 = 1$ m. У суд се досипа вода, тако да је њен ниво константан. Ако је домет првог млаза $d_1 = 4$ m, а домет другог млаза $d_2 = 1,6$ m, одредити:

(а) Висину h_s до које је суд испуњен водом.

(б) Висину h_2 другог отвора. (20 поена)

Константе: $g = 9.81$ m/s², $\rho_{vode} = 1000$ kg/m³

Задатке припремили: Нора Тркља, Физички факултет, Београд и Петар Бокан, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Никола Петровић, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичење за средње школе: Доц. др Божидар Николић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо срећан и успешан рад!



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2015/2016. ГОДИНЕ

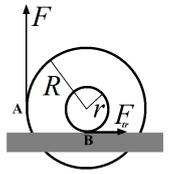


II РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА- бозонска категорија

ОКРУЖНИ НИВО
13.03.2016.

P1. (а) Пројекција транслаторне брзине на правац деловања силе у тачки А је 0, па котур ротира у смеру казаљке на сату [1п]. Систем се креће у десно под дејством силе трења: $Ma = F_{tr}$ [1п]. Систем ротира у смеру казаљке на сату под дејством силе F уз супротстављање силе трења: $I\alpha = FR - F_{tr}r$ [2п]. Под претпоставком да се котур котрља без клизања, убрзање тачке В је нула: $a - r\alpha = 0$ [1п], па важи $a = r\alpha$. На основу претходних израза добија се $a = \frac{FRr}{I+Mr^2}$ [2п] и $\alpha = \frac{FR}{I+Mr^2}$ [2п].



(б) Услов да котур не проклизава јесте да $F_{tr} \leq \mu N = \mu(Mg - F)$ [2п]. Важи: $F_{tr} = \frac{FR-I\alpha}{r} = F\left(\frac{MRr}{I+Mr^2}\right) \leq \mu(Mg - F)$, тојест $F \leq \frac{\mu Mg(I+Mr^2)}{MRr + \mu(I+Mr^2)}$. Дакле, услов да котур проклизи је: $F > \frac{\mu Mg(I+Mr^2)}{MRr + \mu(I+Mr^2)}$ [4п].

(в) Када се котур одвоји од подлоге задовољен је услов $N = Mg - F = 0$, тј. $F = Mg$ [3]. На основу задатка под (б), услов да котур не проклизи је: $F \leq \frac{\mu Mg(I+Mr^2)}{MRr + \mu(I+Mr^2)}$. Како је $Mg > \frac{\mu Mg(I+Mr^2)}{MRr + \mu(I+Mr^2)}$, јер је $\frac{\mu(I+Mr^2)}{MRr + \mu(I+Mr^2)} < 1$, следи да котур не може да се одвоји од шина пре него што проклизи [2п].

P2. Унутрашња енергија смеше је збир унутрашњих енергија за кисеоник и непознати гас $U = U_{O_2} + U_X$ [2п]. Из тог разлога важи $(n_{O_2} + n_X)C_V T = n_{O_2}C_{V-O_2}T + n_X C_{V-X}T$ [2п], односно $3C_V = C_{V-O_2} + 2C_{V-X}$ [2п]. Адијабатска константа представља однос моларних топлотних капацитета при константном притиску и при константној запремини: $\gamma = C_p/C_V = 1 + R/C_V$ [1п], па је $C_V = R/(\gamma - 1)$ [1п]. Како је $C_{V-O_2} = 5R/2$ [1п], добија се да је $\gamma_X = 1 + \frac{2(\gamma-1)}{3-C_{V-O_2}(\gamma-1)/R} = \frac{17}{13}$ [2п+2п]. За адијабатске процесе важи $pV^\gamma = const$ [1п]. Уколико се искористи једначина стања идеалног гаса, може се показати да је $TV^{\gamma-1} = const$ [2п]. На основу претходне релације добија се да је $\frac{V_f}{V_i} = \left(\frac{T_i}{T_f}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 0,73$ [2п+2п].

P3. Проток се може изразити као: $Q = v_B \left(\frac{1}{4}\pi d_2^2\right) = v_A \left(\frac{1}{4}\pi d_1^2\right)$ [3п], а излазна снага пумпе: $P_{out} = \eta P_{in}$ [3п]. Нека је v_1 брзина воде у цеви за усисавање, а v_2 брзина воде у цеви за пражњење. За време Δt кроз отвор изађе вода масе Δm . Рад који треба извршити за њено избацивање једнак је промени кинетичке енергије: $A = \frac{\Delta m}{2}(v_B^2 - v_A^2)$. Потребна снага је $P_{out} = \frac{\rho \Delta V}{2\Delta t}(v_B^2 - v_A^2) = \frac{\rho Q}{2}(v_B^2 - v_A^2)$. Према Бернулијевој једначини на тачкама пре и после пумпе важи: $p + \frac{\rho v_1^2}{2} = p + p_{dod} + \frac{\rho v_2^2}{2}$, тј. $p_{dod} = \rho \left(\frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2}\right)$, те следи $P_{out} = Qp_{dod}$, па је $p_{dod} = \frac{\eta P_{in}}{Q}$ [4п]. Применом Бернулијево једначине добија се: $\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\rho g} + z_A + \frac{p_{dod}}{\rho g} - \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{v_C^2}{2g} + \frac{p_C}{\rho g} + z_C$ [4п]. Имамо $v_B = v_C$. Позицију тачке А можемо да узмемо као референтни ниво: $\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + 0 + \frac{\eta P_{in}}{\rho g Q} - \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{v_B^2}{2g} + 0 + (l + h)$ [3п], тј. $h = \frac{v_B^2}{2g} \left(\frac{d_2^4}{d_1^4} - 1\right) + \frac{1}{\rho g} \left(p + \frac{\eta P_{in}}{v_B \left(\frac{1}{4}\pi d_2^2\right)} - \Delta p\right) - l \approx 7,9 \text{ m}$ [2+1п].

P4. (а) Нека су T_1 и T_2 температуре гаса пре и после загревања (клип А проводи топлоту, процес се одвија споро, па се може сматрати да је гас у сваком тренутку у термодинамичкој равнотежи, тј. температура гаса у целом суду испод клипа В је иста.) Притисак гаса између клипова је константан и износи: $p_1 = \frac{n_1 RT_1}{S l_1} = \frac{3nRT_1}{2Sl}$ [3п]. Притисак гаса између дна суда и клипа А се при загревању повећава. При температури T_2 његова вредност је $p_2 = \frac{n_2 RT_2}{S l_2} = \frac{2nRT_2}{Sl}$ [3п]. Максимална вредност силе трења при којој ће клип остати у мировању је $F_{tr} = (p_2 - p_1)S - mg = \frac{nR(4T_2 - 3T_1)}{2l} - mg$ [3п]. Па је $T_2 = (F_{tr} + mg) \frac{l}{2nR} + \frac{3}{4}T_1$, тј. $\Delta T = (F_{tr} + mg) \frac{l}{2nR} - 14T_1$ [3п].

(б) Између клипа А и клипа В одвија се изобарски процес, па је количина топлоте коју прими гас: $Q_1 = nC_p \Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T$ [2п]. Између дна суда и клипа А одвија се изохорски процес, тј. гас прима количину топлоте $Q_2 = nC_V \Delta T = \frac{3}{2}nR\Delta T$ [2п]. Укупна количина топлоте коју гас прими износи: $Q = Q_1 + Q_2 = 4nR\Delta T = (F_{tr} + mg)2l - nRT_1$ [2п].

(в) Имамо: $l_2 = \frac{n_1 RT_2}{Sp_1} = \frac{2l T_2}{3 T_1} = \frac{2l}{3} \left((F_{tr} + mg) \frac{l}{2nR T_1} + \frac{3}{4} \right)$ [2п].

P5. (а) По Торичелијевој теореме вода истиче брзином $v = \sqrt{2gh_v}$, где је h_v разлика висине до које је суд испуњен водом и висине отвора [2п]. Дамет млаза може се одредити као $d = vt$ [2п], а време t може се наћи из услова $h = \frac{1}{2}gt^2$ [2п], где је h висина на којој се отвор налази. На основу претходне две једначине добија се $d = 2\sqrt{h(h_s - h)}$ [2п]. Овај израз може се искористити за први млаз, па је $h_s = \frac{d_1^2}{4h_1} + h_1 = 5 \text{ m}$ [2п+2п].

(б) Квадрирањем израза $d_2 = 2\sqrt{h_2(h_s - h_2)}$ добија се квадратна једначина по h_2 : $h_2^2 - h_s h_2 + \frac{d_2^2}{4} = 0$ [2п]. Решавањем квадратне једначине добија се $h_2 = \frac{1}{2} \left(h_s - \sqrt{h_s^2 - d_2^2} \right) = 0,13 \text{ m}$ [2п+2п]. Узимамо негативан знак за решење јер је $h_2 < h_1 < \frac{h_s}{2}$ [2п].