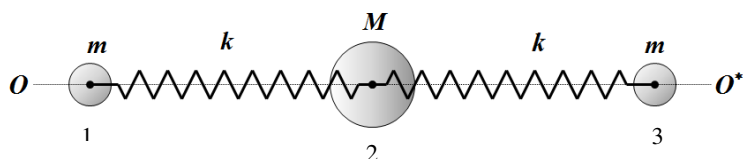




Задатак 1. Линеарне осцилације молекула CO_2 . (10 поена)

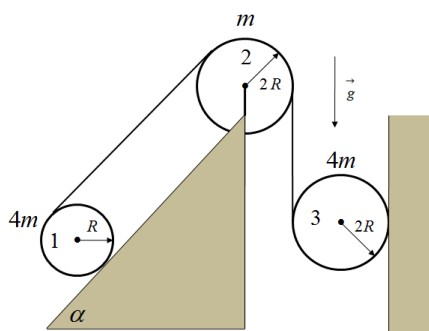
Узмимо у обзир кретање трочестичног система при чему се честице налазе и могу да се крећу само дуж праве линије. Пример оваквог система је молекул угљен-диоксида, чија је хемијска структура $\text{O}=\text{C}=\text{O}$. Молекул CO_2 је линеаран и центросиметричан. Двоструке ковалентне везе $\text{C}=\text{O}$ су једнаке и њихова дужина је приближно једнака $116,3 \text{ pm}$. Дакле посматрамо кретање атома у молекулу дуж праве OO^* . Атоми кисеоника имају масу m и повезани су ковалентним везама за молекул угљеника масе M . Двоструке ковалентне хемијске везе могу се моделовати опругама једнаких коефицијената крутости k (слика 1). Одредити карактеристичне фреквенције (моде) осциловања молекула. За сваку од мода одредити везу између одговарајућих амплитуда и схематски приказати за сваку моду осциловања померање атома у молекулу.



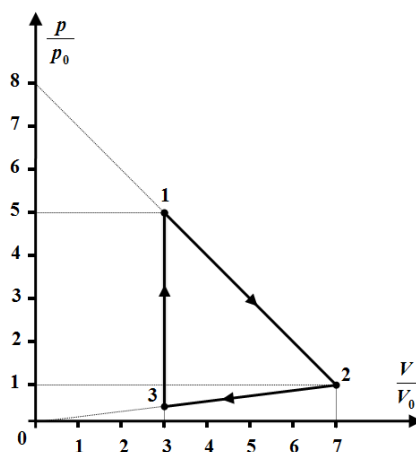
Слика 1

Задатак 2. Два независна проблема. (10 поена)

2.1. Систем тела са слике састоји се од три танка хомогена диска (1-3), чије су масе и полупречници редом $4m, R, m, 2R$ и $4m, 2R$ (слика 2.1.1). Преко првог диска који може да се котрља без проклизавања по непокретној стрмој равни нагибног угла $\alpha = 30^\circ$, намотана је, лака и неистегљива нит, која је затим пребачена преко другог диска (чији је центар зглобно везан за стрму раван), а чији је други крај намотан на трећи диск. Трећи диск се креће у верикалној равни, котрљајући се без проклизавања по вертикалном зиду (слика 2.1.1). Ако током кретања не долази до проклизавања између дискова и нити, и ако систем тела започиње кретање из стања мировања одредити убрзање центра масе првог диска (1). Тела (1) и (3) су током кретања у сталном контакту са непокретном стрмом равни, односно непокретним вертикалним зидом. Не узимати у обзир динамику нити. (5 поена)



Слика 2.1.1



Слика 2.1.2

2.2. У кружном циклусу $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ приказаном на графику (слика 2.1.2) учествује идеалан једноатомски гас. Величине p_0 и V_0 , као и n и R , сматрати познатим. Одредити: **а)** максималну вредност температуре у процесу $1 \rightarrow 2$, **б)** зависност промене количине топлоте ΔQ_{12} у процесу $1 \rightarrow 2$ у зависности од промене запремине ΔV , **ц)** коефицијент корисног дејства циклуса. (5 поена)



Задатак 3. Емисивност реалних тела (10 поена)

Постоје две врсте система идентичних честица- системи бозона и системи фермиона. Да ли је честица бозон или фермион зависи од њеног сопственог орбиталног момента-спина. Честице са целобројном вредношћу спина називају се бозони, док се честице са полуцелобројном вредношћу спина називају фермиони. Нека физички систем садржи N неинтерагујућих честица (идеалан Бозе или Ферми систем) и нека су вредности $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_j$ могуће вредности енергије сваке од честица система (у општем случају j може да буде скуп квантних бројева који потпуно карактеришу једночестично стање). Број n_j показује колико се честица налази у j -том стању и назива се број попуњености. У случају система бозона број попуњености n_j може имати вредности $0, 1, 2, 3, \dots$, док у случају фермиона n_j може имати вредности само 0 или 1 (Паулијев принцип).

За системе код којих n_j може бити било који ненегативан цео број (идеалан Бозе систем) кажемо да се покоравља Бозе-Анштајновој статистици, док за системе који се састоје од фермионских честица (идеалан Ферми систем) кажемо да се покорављају Ферми-Дираковој статистици. Израз за средње вредности бројева попуњености у стању термодинамичке равнотеже Бозе система је облика $\bar{n}_j = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_j - \mu}{k_B T}} - 1}$, док је за Ферми

систем честица $\bar{n}_j = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_j - \mu}{k_B T}} + 1}$, где је μ -хемијски потенцијал, а k_B - Болцманова константа.

Енергија система E и укупан број честица N рачунају се по следећим формулама: $E = \sum_j \bar{n}_j \varepsilon_j$ и

$N = \sum_j \bar{n}_j$. Квантно стање слободне честице одређено је импулсом $\vec{p}$ и вредношћу спина. Тако да се са

горе наведених сумирања прелази на интеграцију $\sum_{\vec{p}} \rightarrow \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\vec{p}$ и притом је прелаз облика

$\sum_j \rightarrow \frac{gV}{(2\pi\hbar)^3} \int dp_x dp_y dp_z$, g -дегенерација нивоа, тј. број могућих стања честице са енергијом ε_j која

зависи од спина честице, а величина $\frac{gV}{(2\pi\hbar)^3} dp_x dp_y dp_z$ одређује број могућих квантних стања честице

чије компоненте импулса леже у интервалима $(p_x, p_x + dp_x)$, $(p_y, p_y + dp_y)$ и $(p_z, p_z + dp_z)$.

3.1 Посматрајмо систем фотона. Укупан број фотона је неодређен јер атоми супстанце, која окружује систем, могу да апсорбују и зраче фотоне, тако да је хемијски потенцијал система једнак нули $\mu = 0$. Сопствени ангуларни момент фотона је $S = \pm\hbar$ и могуће су само две орјентације спина (поларизације). Енергија и импулс фотона су редом $\varepsilon = \hbar\omega$ и $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ где је $\left|\vec{k}\right| = \omega/c$. Одредити укупну средњу енергију по јединици запремине система фотона. (1,5 поен).

3.2 Штефан-Болцманова константа σ може се изразити преко фундаменталних константи k_B, c, G , и h . Ако су вредности наведених константи редом: $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ (Болцманова константа), $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ (брзина светлости у вакууму), $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ (Универзална гравитациона константа), $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ (Планкова константа), проценити вредност Штефан-Болцманове константе σ . (2 поена)



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

ЗАДАЦИ

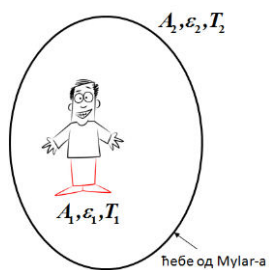
09-10.05.2015.

3.3 Одредити снагу Сунчевог зрачења по квадратном метру (по јединици површине нормалне на Сунчеве зраке, соларна константа) на површини Земље када је Сунце у зениту. Сматрати да Сунце зрачи као апсолутно црно тело. Полупречник Сунца је $R_s = 7 \cdot 10^5 \text{ km}$, површинска температура Сунца је $T_s = 5800 \text{ K}$, средње растојање између Земље и Сунца је $d_{sz} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$, Штефан-Болцманова константа износи $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Js}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ K}^{-4}$. **(1 поен)**

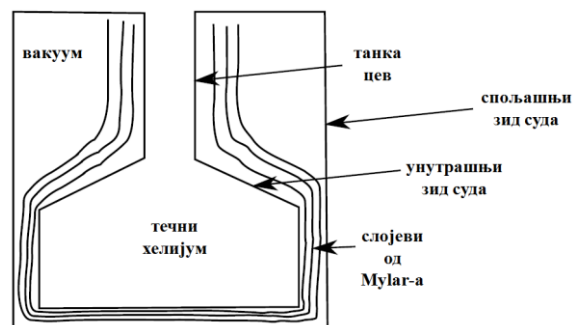
3.4 Реални објекти не зраче као апсолутно црно тело стога је топлотна снага P (у јединицама W) емитована од стране реалних објеката на температури T дата формулом $P = \varepsilon A \sigma T^4$, где је ε -емисивност тела, A -површина тела, а σ -Штефан-Болцманова константа. При томе је коефицијент апсорпције, удео електромагнетне енергије које тело апсорбује а које пада на површину тела, приближно једнак његовој емисивности. Претпоставимо да је емисивност површине тела астронаута без заштитног одела приближно једнака $\varepsilon \approx 1$. Такође претпоставимо да је астронаут изашао из свемирске станице дубоко у свемиру далеко од Сунца, осталих звезда, и свемирског брода. Одредити губитак снаге тела астронаута ΔP . Површина тела астронаута износи $A_A = 2 \text{ m}^2$. Температура тела астронаута у тренутку изласка из свемирске станице је $t_A = 37^\circ \text{ C}$, док је температура свемира једнака $t_{sv} = -269^\circ \text{ C}$. **(0,5 поена)**

3.5 Поновити прорачун као у случају 3.4, тј. одредити ΔP^* , само што је у овом случају астронаут изашао из свемирске станице на месту које се налази тачно на половини средњег растојања између Сунца и Земље. У прорачуну узети само утицај Сунца на тело астронаута. **(0,5 поена)**

3.6 Да би се превазишли проблеми у одржавању топлоте тела, астронаути носе одела од материјала који имају ниску вредност емисивности. Претпоставимо да се астронаут налази у свемиру као у случају 3.4 међутим сад је окружен ћебетом од материјала Mylar-а који је са обе стране обложен танким слојем алуминијума (слика 3.1). Ћебе је на температури T_2 , површина му износи A_2 а емисивност ε_2 . Не узимајући у разматрање процес кондукције, одредити губитак снаге астронаута. **(2,5 поена)**



Слика 3.1



Слика 3.2

3.7 Размотрити случајеве када а) $A_2 \rightarrow \infty$ и б) $A_2 = A_1$ и у оквиру њега посебно случај када је $\varepsilon_1 = 1$ и $\varepsilon_2 = 0$. **(0,5 поена)**

3.8 Посматрајмо Дјуареов суд са течним хелијумом. Дјуареов суд је топлотно изолована посуда са спојеним унутрашњим и спољашњим зидом при чему се у простор између њих налази вакуум да би се спречили губици услед конвекције. Зидови су спојени танком цеви да би се смањила топлотна размена кондукцијом. У простору између зидова поставља се велики број слојева од материјала Mylar при чему је између сукцесивних слојева остављено мало простора и слојеви се међусобно не додирују (слика 3.2). Сматрајући да сваки зид и слој од Mylar-а имају једнаку површину A и емисивност ε , одредити ефективну емисивност n -слојева ε_n . Занемарити процес кондукције између зидова и претпоставити да се сваки зид налази на константној температури. **(1,5 поен)**



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд
ЗАДАЦИ 09-10.05.2015.

Решења система диференцијалних једначина облика

$$a_{11} \frac{d^2 y_1}{dt^2} + a_{12} y_1 + a_{13} y_2 + a_{14} y_3 = 0$$

$$a_{21} \frac{d^2 y_2}{dt^2} + a_{22} y_1 + a_{23} y_2 + a_{24} y_3 = 0$$

$$a_{31} \frac{d^2 y_3}{dt^2} + a_{32} y_1 + a_{33} y_2 + a_{34} y_3 = 0$$

траже се у облику $y_1 = y_{10} e^{i\omega t}$, $y_2 = y_{20} e^{i\omega t}$, $y_3 = y_{30} e^{i\omega t}$ или

$$y_1 = y_{10} \cos(\omega t), \quad y_2 = y_{20} \cos(\omega t), \quad y_3 = y_{30} \cos(\omega t)$$

$$e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$$

Хомоген систем линеарних једначина облика

$$b_{11} y_1 + b_{12} y_2 + b_{13} y_3 = 0$$

$$b_{21} y_1 + b_{22} y_2 + b_{23} y_3 = 0$$

$$b_{31} y_1 + b_{32} y_2 + b_{33} y_3 = 0$$

има нетривијална решења ако је његова детерминанта једнака нули

$$\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} = 0$$

Помоћна формула $\sum_{i=0}^{\infty} ax^i = \frac{a}{1-x}$, $x < 1$

Вредност интеграла $\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$

Приликом решавања користити прелаз $\sum_j \rightarrow \frac{gV}{(2\pi\hbar)^3} \int 4\pi p^2 dp$

Напомене.

1. Сва решења детаљно објаснити.
2. Укратко, али јасно, објаснити основне принципе и једначине које користите приликом решавања задатака.
3. Уз решење сваког задатка приложити и одговарајућу слику са јасно дефинисаним физичким величинама.
4. Јасно дефинишите све ознаке које користите, нарочито оне које нису уобичајене!

Задатке припремио: Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд

Рецензент: др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо срећан рад и пуно успеха!!!



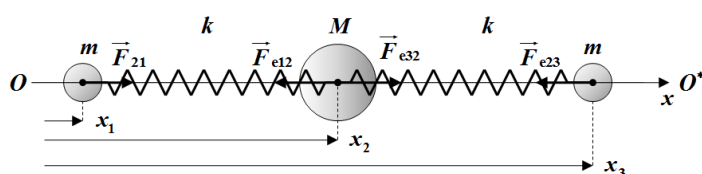
1. Линеарне осцилације молекула CO_2 (10 поена)

Једначине кретања атома у молекулу су редом:

$$m \ddot{x}_1 + kx_1 - kx_2 = 0 \quad [0,75\text{п}]$$

$$M \ddot{x}_2 + 2kx_2 - kx_1 - kx_3 = 0 \quad [0,75\text{п}] \quad \left(\text{уведене су ознаке } \frac{d^2 x_1}{dt^2} = \ddot{x}_1, \frac{d^2 x_2}{dt^2} = \ddot{x}_2, \frac{d^2 x_3}{dt^2} = \ddot{x}_3 \right)$$

$$m \ddot{x}_3 + kx_3 - kx_2 = 0 \quad [0,75\text{п}]$$



Слика 1.

Решења претходних једначина тражимо у облику $x_1 = x_{10}e^{i\omega t}$, $x_2 = x_{20}e^{i\omega t}$, $x_3 = x_{30}e^{i\omega t}$ тако да је:

$$(-m\omega^2 x_{10} + kx_{10} - kx_{20})e^{i\omega t} = 0 \Rightarrow (k - m\omega^2)x_{10} - kx_{20} + 0 \cdot x_{30} = 0 \quad [0,5\text{п}] \quad (1)$$

$$(-M\omega^2 x_{20} + 2kx_{20} - kx_{10} - kx_{30})e^{i\omega t} = 0 \Rightarrow -kx_{10} + (2k - M\omega^2)x_{20} - kx_{30} = 0 \quad [0,5\text{п}] \quad (2)$$

$$(-m\omega^2 x_{30} + kx_{30} - kx_{20})e^{i\omega t} = 0 \Rightarrow 0 \cdot x_{10} - kx_{20} + (k - m\omega^2)x_{30} = 0 \quad [0,5\text{п}] \quad (3)$$

Дакле добијен је хомогени систем линеарних једначина (једначине (1),(2),(3)) за амплитуде x_{10} , x_{20} и x_{30}

који у матричној форми има облик

$$\begin{pmatrix} k - m\omega^2 & -k & 0 \\ -k & 2k - M\omega^2 & -k \\ 0 & -k & k - m\omega^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ x_{30} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Претходни хомогени систем линеарних једначина (једначине (1),(2),(3)) има нетривијална решења ако је испуњен услов да је вредност његове детерминанте једнак нули, тј. ако је

$$\begin{vmatrix} k - m\omega^2 & -k & 0 \\ -k & 2k - M\omega^2 & -k \\ 0 & -k & k - m\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad [1\text{п}],$$

Решавајући претходну једначину добијамо:

$$\omega^2 (k - m\omega^2) [-kM - 2km + mM\omega^2] = 0$$

$$\omega^2 = 0 \vee k - m\omega^2 = 0 \vee mM\omega^2 - kM - 2km = 0$$

тако да су моде осциловања редом $\omega_1 = 0 \quad [0,5\text{п}] \wedge \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [0,5\text{п}] \wedge \omega_3 = \sqrt{\frac{kM + 2km}{mM}} \quad [0,5\text{п}].$



**9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.**



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

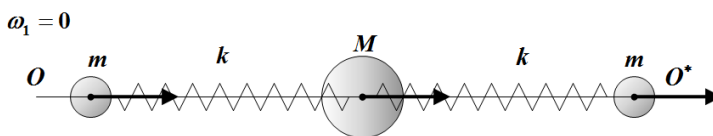
Београд

РЕШЕЊА

09-10.05.2015.

a) Мода $\omega_1 = 0$

- $kx_{10} - kx_{20} = 0 \Rightarrow x_{10} = x_{20}$
- $-kx_{10} + 2kx_{20} - kx_{30} = 0$
- $-kx_{20} + kx_{30} = 0 \Rightarrow x_{30} = x_{20}$

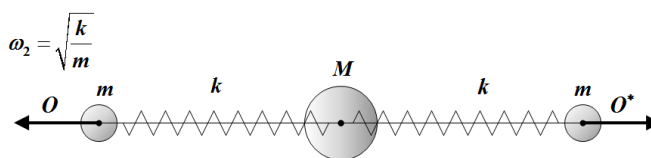


транслација

Тако да је $x_{10} = x_{20} = x_{30}$ **[1п]**. Дакле прва мода не представља вибрационо већ транслаторно кретање система као целине.

б) Мода $\omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ тј. $\omega_2^2 = \frac{k}{m}$

- $0 = kx_{20} \Rightarrow x_{20} = 0$ **[0,5п]**
- $-kx_{10} + \left(2k - \frac{k}{m}M\right)x_{20} - kx_{30} = 0$
 $\Rightarrow x_{10} = -x_{30}$ **[0,5п]**



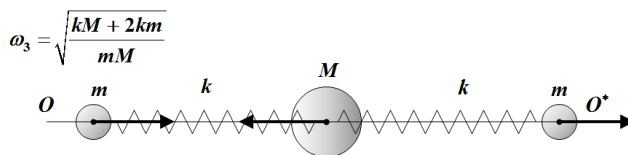
симетрична мода, симетрично истезање **[0,25п]**

- $-kx_{20} + (k - k)x_{30} = 0$

Дакле за дату моду централни атом мирује, остала два атома осцилују у супротним смеровима (симетрична мода)

в) Мода $\omega_3 = \sqrt{\frac{kM + 2km}{mM}}$

- $x_{20} = -\frac{2m}{M}x_{10}$
- $-kx_{10} - \frac{kM}{m}x_{20} - kx_{30} = 0 \Rightarrow x_{10} = x_{30}$ **[0,5п]**
- $x_{20} = -\frac{2m}{M}x_{30}$ тј. $x_{20} = -\frac{2m}{M}x_{30} = -\frac{2m}{M}x_{10}$ **[0,5п]**



асиметрична мода,
асиметрично истезање **[0,25п]**

Атоми кисеоника осцилују у истим смеровима, једнаким амплитудама, док атом угљеника осцилује у супротном смеру, већом амплитудом, (асиметрична мода).

Може се приметити да је однос $\frac{\omega_3}{\omega_2} = \sqrt{\frac{M + 2m}{M}}$, у датој апроксимацији независан од коефицијента еластичности. Ако се узму вредности атомских маса угљеника и кисеоника у последњој једначини добија се да је $\frac{\omega_3}{\omega_2} \approx 1,91$ док је експериментална вредност приближно једнака 1,76. Упрошћеним теоријским моделом добија се резултат који се за око 8% разликује од експерименталног резултата.



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

РЕШЕЊА

09-10.05.2015.

АЛТЕРНАТИВНО РЕШЕЊЕ-МАТРИЧНА МЕТОДА.

Укупна кинетичка енергија система је $E_k = \frac{1}{2}m(\dot{x}_1)^2 + \frac{1}{2}M(\dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}_3)^2$, тако да је матрица

$$\text{кинетичке енергије } E_k = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}m & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}M & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}m \end{pmatrix}.$$

Потенцијална енергија система је $E_p = \frac{1}{2}k(x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{2}k(x_3 - x_2)^2 = \frac{1}{2}k(x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3)$

$$\text{тако да је матрица потенцијалне енергије облика } E_p = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}k & -\frac{1}{2}k & 0 \\ -\frac{1}{2}k & k & -\frac{1}{2}k \\ 0 & -\frac{1}{2}k & \frac{1}{2}k \end{pmatrix}.$$

Својствена једначина је облика $\Delta(E_p - \lambda E_k) = 0$, где је $\lambda = \omega^2$ тј.

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2}k - \frac{\lambda m}{2} & -\frac{1}{2}k & 0 \\ -\frac{1}{2}k & k - \frac{\lambda M}{2} & -\frac{1}{2}k \\ 0 & -\frac{1}{2}k & \frac{1}{2}k - \frac{\lambda m}{2} \end{vmatrix} = 0, \text{ односно након решавања претходне детерминанте}$$

$$\left(\frac{1}{2}k - \frac{\lambda m}{2}\right)^2 \left(k - \frac{\lambda M}{2}\right) - \frac{1}{2}k^2 \left(\frac{1}{2}k - \frac{\lambda m}{2}\right) = 0 \text{ добијамо једначину}$$

$$\frac{1}{8}\lambda(k - \lambda m)[\lambda m M - k M - 2mk] = 0$$

Тако да је $\lambda = 0$ и $\lambda = \frac{k}{m}$ и $\lambda = \frac{kM + 2mk}{mM}$ где је $\lambda = \omega^2$ тј.

$$\omega_1 = 0 \wedge \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \wedge \omega_3 = \sqrt{\frac{kM + 2km}{mM}}. \text{ Амплитудни вектори су стога } a_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{2m}{M} \\ 1 \end{pmatrix} \text{ (сличан}$$

поступак као у претходном случају).



2. Два независна проблема (10 поена)

2.1. На слици 2.1 је приказан претпостављени смер кретања тела и приказане су силе које утичу на њихово кретање.

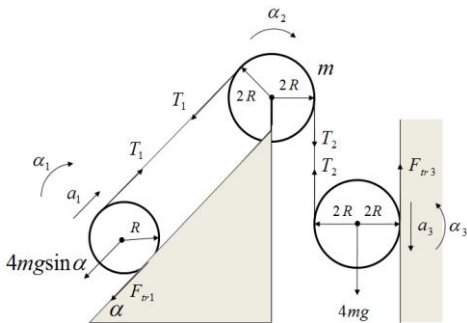
Једначине кретања тела су редом: $4ma_1 = T_1 - \frac{4mg}{2} - F_{tr1}$ [0,5п] (1), $\frac{4mR^2}{2}\alpha_1 = (T_1 + F_{tr1}) \cdot R$ [0,5п] (2),

$\frac{m(2R)^2}{2}\alpha_2 = (T_2 - T_1) \cdot 2R$ [0,5п] (3), $4ma_3 = 4mg - T_2 - F_{tr3}$ [0,5п] (4), $\frac{4m(2R)^2}{2}\alpha_3 = (F_{tr3} - T_2) \cdot 2R$ [0,5п]

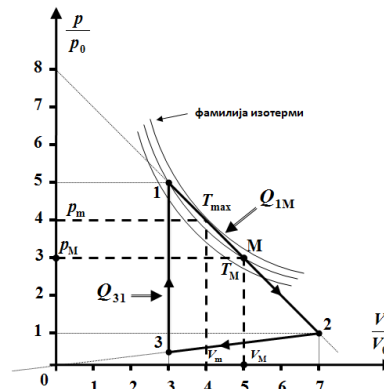
(5).

Како систем почиње кретање из стања мировања, и како не долази до проклизавања између тела и подлоге, добијамо следеће везе између убрзања: $a_1 = \alpha_1 R$ [0,5п] (6), $a_3 = \alpha_3 \cdot 2R$ [0,5п] (7). Како не долази до проклизавања између нити и дискова, и како је нит неистегљива следи да је $a_1 + \alpha_1 R = \alpha_2 \cdot 2R = a_3 + \alpha_3 \cdot 2R$ [0,5п] (8) тј. $a_1 = \alpha_1 R = \alpha_2 R = a_3 = 2\alpha_3 R$ (9). Из једначина (1)-(9) добијамо да је убрзање центра масе првог диска једнака $a_1 = \frac{g}{7}$ [1п] (10) $\Rightarrow a_1 > 0$. Из последње неједнакости видимо

да смо добро претпоставили смер кретања система. Из претходног је $a_1 = a_3 = \frac{g}{7}$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{g}{7R}$, $\alpha_3 = \frac{g}{14R}$.



Слика 2.1



Слика 2.2

2.2.

а) У процесу $1 \rightarrow 2$ зависност притиска од запремине је облика $p = -\frac{p_0}{V_0}V + 8p_0$. Ако искористимо једначину стања идеалног гаса добијамо: $-\frac{p_0}{V_0}V^2 + 8p_0V = nRT$ (1). Максималну вредност температуре у

процесу $1 \rightarrow 2$ добијамо из услова $\frac{dT}{dV} = 0$, тако да је $V_m = 4V_0$, $T_{\max} = \frac{16p_0V_0}{nR}$ [1,25п] и $p_m = 4p_0$.

б) Ако диференцирамо једначину (1) добијамо $-2\frac{p_0}{V_0}VdV + 8p_0dV = nRdT$ (2). Количина топлоте је по

дефиницији $\delta Q = \frac{3}{2}nRdT + pdV$, тако да ако искористимо релацију (2)

добијамо $\delta Q = \left(-4\frac{p_0}{V_0}V + 20p_0\right)dV$ [1,25п] при чему видимо да је $\delta Q > 0$ ако је $-4\frac{p_0}{V_0}V + 20p_0 > 0$ тј.

$V < 5V_0$.



**9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.**



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

РЕШЕЊА

09-10.05.2015.

ц) Дакле гас прима количину топлоте у делу 1-М процеса $1 \rightarrow 2$, где је у стању М $V_M = 5V_0$, $p_M = 3p_0$ и

$$T_M = \frac{15p_0V_0}{nR}, \text{ тдј. } Q_{1M} = A_{12} = \int_{3V_0}^{5V_0} \left(8p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \right) dV = \left(8p_0V - \frac{p_0}{2V_0} V^2 \right) \Big|_{3V_0}^{5V_0} = 8p_0V_0 \text{ [0,5п].}$$

Рад гаса једнак је површини коју ограничава крива циклуса и износи

$$A = \frac{(V_2 - V_3) \cdot (p_1 - p_3)}{2} = \frac{4V_0 \cdot \left(5p_0 - \frac{3}{7}p_0 \right)}{2} = \frac{64}{7} p_0V_0 \text{ [0,5п].}$$

Температура у стању 1 је једнака $T_1 = \frac{15p_0V_0}{nR}$. У процесу 2-3 важи $p = -\frac{p_0}{7V_0} V$ тј.

$$\frac{p_3}{V_3} = \frac{p_2}{V_2} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2V_3}{V_2} = \frac{3}{7}p_0 \text{ тдј. } T_3 = \frac{9p_0V_0}{7nR}. \text{ Тако да је } Q_{31} = \frac{3}{2}nR(T_1 - T_3) = \frac{144}{7} p_0V_0 \text{ [1п].}$$

$$\text{Коначно је } \eta = \frac{\frac{64}{7} p_0V_0}{8p_0V_0 + \frac{144}{7} p_0V_0} = \frac{64}{200} \approx 0,32 \text{ [0,5п].}$$

Алтернативно решење. ц) $A_{M2} = \int_{5V_0}^{7V_0} \left(8p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \right) dV = \left(8p_0V - \frac{p_0}{2V_0} V^2 \right) \Big|_{5V_0}^{7V_0} = 4p_0V_0 \text{ [0,25п].}$

$$U_{M2} = nC_V(T_2 - T_M) = \frac{3}{2}nR \left(\frac{7p_0V_0}{nR} - \frac{15p_0V_0}{nR} \right) = -12p_0V_0 \text{ [0,25п],}$$

$$A_{23} = \int_{7V_0}^{3V_0} \frac{1}{7} \frac{p_0}{V_0} V dV = \frac{1}{7} \frac{p_0}{2V_0} V^2 \Big|_{7V_0}^{3V_0} = -\frac{20}{7} p_0V_0 \text{ [0,25п],}$$

$$U_{23} = nC_V(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}nR \left(\frac{9p_0V_0}{7nR} - \frac{7p_0V_0}{nR} \right) = -\frac{60}{7} p_0V_0 \text{ [0,25п] тако да је}$$

$$Q_2 = Q_{M2} + Q_{23} = -\frac{136}{7} p_0V_0 \text{ [0,5п] и } A = \frac{(V_2 - V_3) \cdot (p_1 - p_3)}{2} = \frac{4V_0 \cdot \left(5p_0 - \frac{3}{7}p_0 \right)}{2} = \frac{64}{7} p_0V_0 \text{ [0,5п], односно}$$

$$\eta = \frac{64}{200} \approx 0,32 \text{ [0,5п]}$$

Задатак 3. Емисивност реалних тела (10 поена)

3.1 Како је $\bar{n}_\omega = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}$ [0,25п] (Бозе систем, хемијски потенцијал је једнак нули $\mu = 0$, $S = \pm \hbar$ тако

да је $g = 2$) примењујући релације дате у тексту задатка следи да је

$$\frac{\bar{E}}{V} = \frac{8\pi\hbar}{c^3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^3 d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{k_B T}} - 1} = \frac{8\pi\hbar}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1}, x = \frac{\hbar\omega}{k_B T} \text{ [0,75п] и користећи вредност интеграла добијамо:}$$

$$\frac{\bar{E}}{V} = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^3} T^4 \text{ [0,5п] при томе је } \sigma = \frac{c}{4} \left(\frac{8\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^3} \right)$$



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

РЕШЕЊА

09-10.05.2015.

3.2 Користећи димензиону анализу $[\sigma] = [k_B]^\alpha [h]^\beta [G]^\gamma [c]^\delta$ и изражавајући физичке величине преко својих јединица $\text{MT}^{-3}\text{K}^{-4} = (\text{L}^2\text{MT}^{-2}\text{K}^{-1})^\alpha (\text{L}^2\text{MT}^{-1})^\beta (\text{L}^3\text{T}^{-2}\text{M}^{-1})^\gamma (\text{LT}^{-1})^\delta$, након сређивања, добијамо $\text{MT}^{-3}\text{K}^{-4} = \text{M}^{\alpha+\beta-\gamma}\text{L}^{2\alpha+2\beta+3\gamma+\delta}\text{T}^{-2\alpha-\beta-2\gamma-\delta}\text{K}^{-\alpha}$ **[0,25п]**, тако да је $1 = \alpha + \beta - \gamma$ **[0,25п]**, $0 = 2\alpha + 2\beta + 3\gamma + \delta$ **[0,25п]**, $-3 = -2\alpha - \beta - 2\gamma - \delta$ **[0,25п]** и $-4 = -\alpha$ **[0,25п]**. Решавајући претходни систем једначина добијамо вредности непознатих коефицијената и они редом износе $\alpha = 4, \beta = -3, \gamma = 0, \delta = -2$, тако да је

$$\sigma = k_B^4 \cdot h^{-3} \cdot c^{-2} \quad \text{тј.} \quad \sigma = \frac{k_B^4}{h^3 c^2} \quad \text{[0,5п]}, \quad \text{односно} \quad \text{вредност} \quad \text{је} \quad \text{приближно} \quad \text{једнака}$$

$$\sigma = \frac{k_B^4}{h^3 c^2} = \frac{(1,38 \cdot 10^{-23})^4}{(6,625 \cdot 10^{-34})^3 \cdot (3,00 \cdot 10^8)^2} \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-4} \approx 1,39 \cdot 10^{-9} \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-4} \quad \text{[0,25п]}.$$

У односу на теоријски израчунату вредност $\sigma_{\text{тео}} = \frac{2\pi^5}{15} \cdot \frac{k_B^4}{h^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$ упоређујући добијене вредности уочавамо да се димензионом анализом добија приближно 40,7 пута мања вредност.

3.3 Укупна снага емитована са Сунца је $P_s = \sigma 4\pi R_s^2 T_s^4$. Снага по квадратном метру која пада на површину Земље када је Сунце у зениту (соларна константа) износи $P_z = \frac{1}{4\pi d_{sz}^2} P_s = \frac{\sigma R_s^2 T_s^4}{d_{sz}^2} \approx 1400 \text{ W/m}^2$ **[1п]**.

3.4 Из топлотне равнотеже следи $\Delta P = \sigma A_A (T_A^4 - T_{sv}^4) \approx 1050 \text{ W}$ **[0,5п]**

3.5 Претпостављајући да Сунце обасјава половину тела астронаута $A_A / 2 = 1 \text{ m}^2$, користећи резултат из дела 3.3 (астронаут је на месту које се налази тачно на половини средњег растојања између Сунца и Земље), из равнотеже следи да је $\Delta P^* = 1050 \text{ W} - 4 \cdot 1400 \text{ W} \approx -4550 \text{ W}$ **[0,5п]**. Знак минус означава да се тело астронаута загрева.

3.6 Астронаут емитује снагу $P = \sigma \varepsilon_1 A_1 T_1^4$, један део (уделом ε_2) апсорбује ћебе, док се део (уделом $1 - \varepsilon_2$) рефлектује ка астронауту. Иста ситуација се након тога дешава и са астронаутом са уделом $\varepsilon_1 \frac{A_1}{A_2}$, и процес се наставља. Приликом првог процеса снага која је реапсорбована од стране астронаута износи $P_1 = P(1 - \varepsilon_2) \varepsilon_1 \frac{A_1}{A_2}$ **[0,5п]**. Након првог процеса процедура је иста осим што се ε_1 замени са $(1 - \varepsilon_1)$.

Након n -тог процеса је $P_n = P \varepsilon_1 \gamma^n (1 - \varepsilon_2)^n (1 - \varepsilon_1)^{n-1}$ **[0,5п]**, где је $\frac{A_1}{A_2} = \gamma$.

Из равнотеже следи да је укупна снага којом астронаут зрачи једнака

$$P_{\text{из}} = \sigma \varepsilon_1 A_1 T_1^4 \left(1 - \varepsilon_1 \sum_{i=1}^n \gamma^i (1 - \varepsilon_2)^i (1 - \varepsilon_1)^{i-1} \right) = \sigma A_1 T_1^4 \varepsilon_1 \left(1 - \varepsilon_1 (1 - \varepsilon_2) \gamma \sum_{i=0}^n [\gamma (1 - \varepsilon_2) (1 - \varepsilon_1)]^i \right) \quad \text{[0,5п]}$$

тј. ако искористимо релацију $\sum_{i=0}^{\infty} ax^i = \frac{a}{1-x}$, $x < 1$, јер $n \rightarrow \infty$, добијамо

$$P_{\text{из}} = \sigma \varepsilon_1 A_1 T_1^4 \frac{1 - \gamma + \gamma \varepsilon_2}{1 - \gamma (1 - \varepsilon_2) (1 - \varepsilon_1)} \quad \text{[1п]}$$



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

РЕШЕЊА

09-10.05.2015.

3.7 У случају $A_2 \rightarrow \infty$, тада је $\frac{A_1}{A_2} = \gamma \rightarrow 0$, па је $P_{1u, A_2 \rightarrow \infty} = \sigma \varepsilon_1 A_1 T_1^4$ [0,25п] што практично значи да ћебе не утиче на зрачење астронаута. Дакле потребно је да се астронаут умота ћебетом а то је случај када је $\frac{A_1}{A_2} = \gamma = 1$ и тада је $P_{1u, A_1 = A_2} = \varepsilon_1 \frac{\varepsilon_2}{1 - (1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_1)} \sigma A_1 T_1^4 = \varepsilon_{eff1} \sigma A_1 T_1^4$ [0,25п]. У том случају ћебе мења ефективну емисивност тела за фактор $\frac{\varepsilon_2}{1 - (1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_1)}$. У случају када је $\varepsilon_1 = 1$ следи да је $\varepsilon_{eff1} = \varepsilon_2$ што значи да тело зрачи са емисивношћу ћебета, и у случају $\varepsilon_2 = 0$ добијамо да тело не губи енергију.

3.8 Узимајући у обзир да је температура унутрашњег зида T_h а спољашњег на температури околине T_0 , а да су температуре слојева редом $T_1, T_2, \dots, T_n$, ако се систем налази у равнотежи тада је $P_1 = \sigma A \varepsilon (T_1^4 - T_c^4)$, $P_2 = \sigma A \varepsilon (T_2^4 - T_1^4), \dots, P_n = \sigma A \varepsilon (T_0^4 - T_n^4)$ [0,25п] и $P_1 = P_2 = \dots = P_n = P$ [0,25п]. Сабирајући претходне једначине имамо $(n+1)P = \sigma A \varepsilon (T_0^4 - T_c^4)$ тј. $P = \sigma A \frac{\varepsilon}{(n+1)} (T_0^4 - T_c^4)$ [0,25п], тако да n међуслојева производе ефективну емисивност $\varepsilon_n = \frac{\varepsilon}{n+1}$ [0,25п].

3.1. Алтернативно решење. Средњи број попуњености фотона, расподела фотона за различита квантна стања, са импулсом $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ и енергијом $\varepsilon = \hbar \omega = \hbar kc$ је $\bar{n}_\omega = \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}} - 1}$ (1). Број мода осциловања за које компоненте таласног вектора $\vec{k}$ које леже у интервалу $d^3k = dk_x dk_y dk_z$ је $\frac{g V d^3k}{(2\pi)^3}$ (2), тако да је број мода чија вредност таласног вектора лежи у интервалу dk једнак $\frac{g V}{(2\pi)^3} 4\pi k^2 dk$ (3). Ако искористимо релацију $\omega = ck$, број квантних стања фотона са фреквенцијама у интервалу $(\omega, \omega + d\omega)$ је $\frac{g V}{2\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega$ тј. пошто је $g = 2$ добијамо $\frac{V}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega$ (4).

Број фотона у интервалу фреквенција $(\omega, \omega + d\omega)$ је $dn_{\omega, T} = \frac{V}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^2 d\omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}} - 1}$ (5).

Спектрална расподела енергија у интервалу фреквенција $(\omega, \omega + d\omega)$ је $dE_{\omega, T} = \frac{V \hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}} - 1}$ (6)

(Ако искористимо релацију $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ последња једначина добија облик $dE_{\lambda, T} = \frac{16\pi^2 c \hbar V}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{e^{\frac{2\pi \hbar c}{\lambda k_B T}} - 1}$)

а) на ниским фреквенцијама $\hbar \omega \ll k_B T$, ($e^x \approx 1 + x, x \ll 1$), релација (6) добија облик $dE_{\omega, T}^{RJ} = \frac{V k_B T}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega$ (7)

што представља Рејли-Џинсову формулу. Како у формули не фигурише квантна константа $\hbar$ она може да се изведе користећи израз (4) и еквипартициону теорему (сваком „вибрационом степену слободе“ одговара енергија $k_B T$) тако да је $dE_{\omega, T}^{RJ} = \frac{V}{\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega \cdot k_B T$



**9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.**



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

РЕШЕЊА

09-10.05.2015.

б) У случају $\hbar\omega \ll k_B T$ ($e^x - 1 \approx e^x$) формула (6) добија облик $dE_{\omega,T}^W = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3} e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \omega^3 d\omega$ (8) што представља

Винову формулу. Из услова максимума спектралне расподеле енергије $\frac{dE_{\omega,T}^W}{d\omega} = 0$, добијамо да је њен

максимум за фреквенцију $\omega_{\max}$ која задовољава релацију $\omega_{\max} = \frac{2,822}{\hbar} T$.

ц) Ако интегралимо релацију (6) по свим фреквенцијама добијамо:

$$E_T = \int dE_{\omega,T} = \int_0^\infty \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \Rightarrow \frac{E}{V} = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \left(\frac{k_B T}{\hbar} \right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \text{ тако да је } \frac{E}{V} = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15c^3 h^3} T^4$$



Експериментални задатак (20 поена)
Одређивање вредности капацитета кондензатора

Циљ експеримента

У овом експерименту треба одредити вредност капацитета кондензатора користећи једноставно коло наизменичне струје.

Експериментална поставка је приказана на сликама 1 и 2.

На располагању су вам:

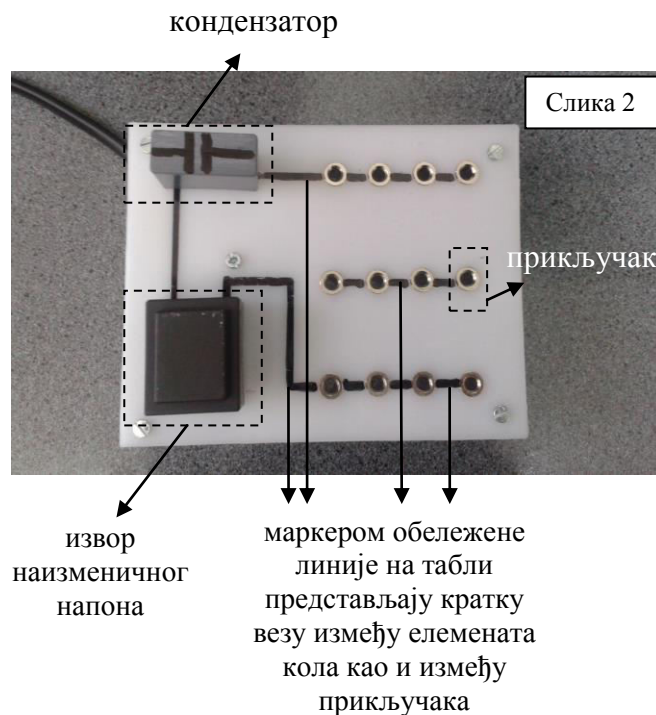
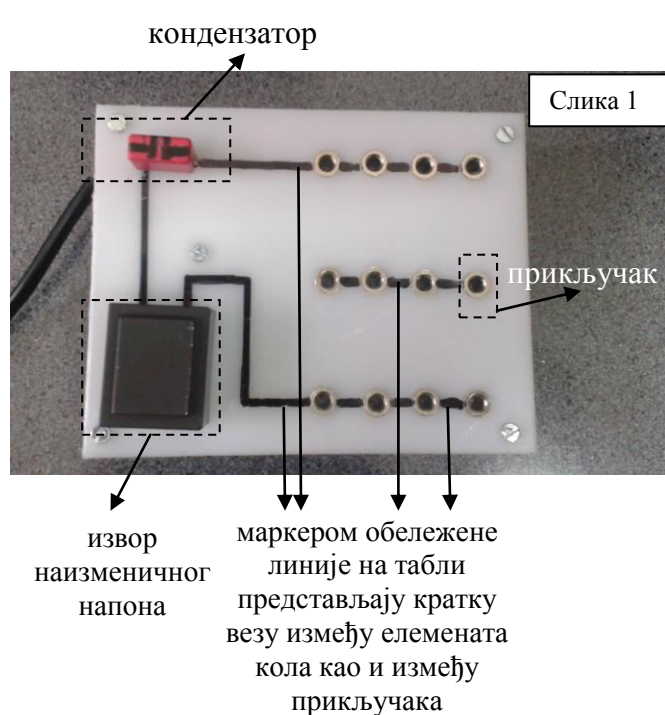
1. Струјни склоп са променљивим отпорностима (слика 1 или 2, и слика 3). У оквиру њега се налазе:

Кондензатор непознате капацитивности

Извор наизменичног напона фреквенције $f = 50 \text{ Hz}$

Отпорници R_A , R_B и R_C или њихове комбинације

2. Мултиметар (слика 4)
3. Каблови.



Напомена. Начин на коју су међусобно повезани елементи струјног кола, као и начин на који су међусобно повезани прикључци можете утврдити тако што ћете окренути таблу.

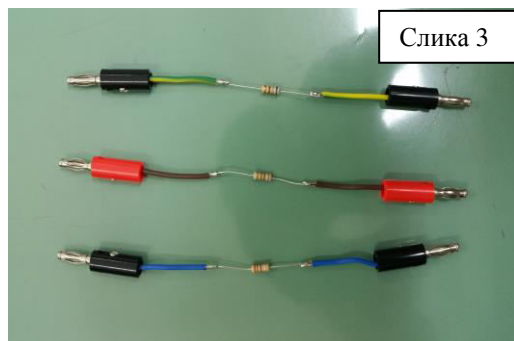


9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.

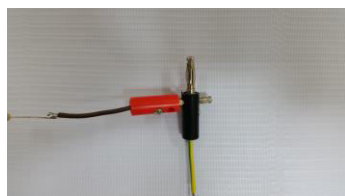


Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд
9-10.05.2015.



Слика 3



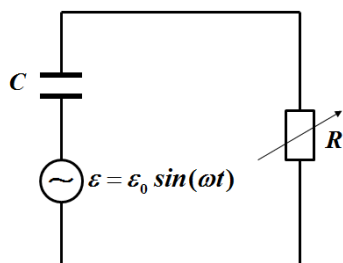
Слика 5
Веза једног
краја
отпорника
и кабла



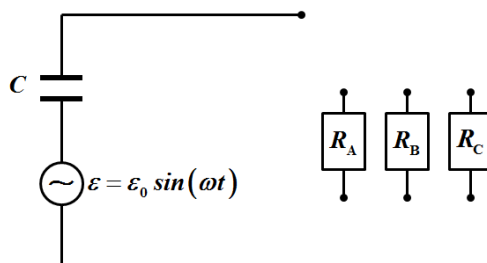
Слика 4

Слика 4.
1 и 2. прикључци за
мерење отпора R (Ω),
напона U (једносмерно
— и наизменичног $\sim$) и
струје I (mA, једносмерне
— и наизменичне $\sim$,
вредности до 2 mA).
4,5. мерни опсези
отпорности
3,6. мерни опсези
наизменичног напона
7. преклопник

На схеми (слика 6) кондензатор капацитета C и отпорник R су редно везани и прикључени на извор наизменичног напона амплитуде ε_0 и фреквенције $f = 50$ Hz. Снага која се ослобађа на отпорнику зависи од вредности величина ε_0 , f , R и C .



Слика 6



Слика 7

Задатак 1. Одредити средњу (активну) снагу $\bar{P}$ која се ослобађа на отпорнику R . Средњу снагу $\bar{P}$ изразити преко величина ε_0 , ω , R и C . **(0,3 поена)**

Задатак 2. На основу резултата Задатка 1. одредити за коју вредност R је средња снага $\bar{P}$ максимална и коју релацију морају да задовољавају величине ω , C , и R у том случају. **(0,2 поена)**

У случају да не знате да урадите задатке 1 и 2 обратите се дежурном члану комисије – добићете одговарајуће формуле, али ће вам бити одузет двоструко већи број бодова од бодова предвиђених за решење!

Поступак мерења

Потребно је волтметром мерити зависност напона U на отпорности R од те отпорности – $U=f(R)$.

Жељене отпорности R у колу се постижу одговарајућим међусобним повезивањем отпорника R_A , R_B и R_C . У већини случајева се крајеви отпорника утичу на одговарајући начин у утичнице на струјном склопу. Водити рачуна да је по неколико утичница међусобно кратко спојено и да су једне од њих везане за кондензатор, друге за извор, а треће само међусобно. Остваривање неке везе је могуће само уз међусобно директно спајање отпорника.



**9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.**

Друштво физичара Србије



**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд
9-10.05.2015.**

Задатак 3.1 Први начин. Помоћу максималне средње снаге која се развија на отпорнику. Пратити зависност средње снаге $\bar{P}$ на отпорнику R од вредности његове отпорности и проценити максимум функције $\bar{P} = f(R)$.

Користећи претходно добијену релацију одредити вредност капацитета кондензатора. **(10,4 поена)**

Задатак 3.2 Други начин. Показати да се зависност дата изразом одређеним у Задатку 1. може линеаризовати на зависност облика $\frac{1}{RP} = f\left(\frac{1}{R^2}\right)$. Нацртати одговарајући график и из његових параметара одредити вредност капацитета кондензатора. **(9,1 поен)**

Проценити грешке свих директно и индиректно мерених величина.

Познавањем класе тачности k и мерног опсега x_m инструмента којим се врши мерење вредности напона и отпорности, може се проценити апсолутна грешка појединачног мерења као $\Delta x = \frac{k_x \cdot x_m}{100\%}$, где је $x = U, R$. Класа тачности датог мултиметра је $k_U = k_R = 0,5\%$ за опсеге који се користе приликом мерења.

Задатак припремили: Владимир Чубровић, Проф.др Мићо Митровић, Биљана Радиша и Бранислава Мисаиловић, Физички факултет, Београд

Рецензенти: др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац, Владимир Чубровић, Бранислава Мисаиловић, Биљана Радиша и Проф.др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

10-11.05.2014.

РЕШЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ЗАДАТКА (20 поена)

Задатак 1.

Примењујући Кирхофово правило за дато коло (комплексне вредности струје, напона) добијамо

$$\underline{\varepsilon} = \underline{I} \left(R - \frac{j}{\omega C} \right), \quad \underline{I} = \frac{\underline{\varepsilon}}{\left(R - \frac{j}{\omega C} \right) \left(R + \frac{j}{\omega C} \right)} = \frac{R + j \frac{1}{\omega C}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \underline{\varepsilon} \Rightarrow I_0 = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \varepsilon_0,$$

тако да је $\bar{P} = \frac{1}{2} \frac{1}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \varepsilon_0^2 \cdot R$ (1) [0,3 п].

Задатак 2.

Максимална снага се добија из услова $\frac{d\bar{P}}{dR} = 0$. Како је $\frac{d\bar{P}}{dR} = \frac{1}{2} \varepsilon_0^2 \frac{\frac{1}{\omega^2 C^2} - R^2}{\left(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} \right)^2}$ следи да је снага $\bar{P}_{\max}$

максимална када је $\frac{1}{\omega^2 C^2} - R^2 = 0$, односно $\omega CR = 1$ (2) [0,2 п].

Задатак 3. Црвени кондензатор

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0^2 R}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

10-11.05.2014.

		0,1 поен	0,05 поена	0,1 поен	0,05 поена	0,1 поен	0,05 поена
	Веза отпорника	$R_e [\Omega]$	$\Delta R_e [\Omega]$	$U_{\text{eff}, R_e} [\text{V}]$	$\Delta U_{\text{eff}, R_e} [\text{V}]$	$\bar{P} = \frac{U_{\text{eff}, R_e}^2}{R_e} [\text{W}]$	$\Delta \bar{P} [\text{W}]$
1	R_A	671 670	10	11,2 11,2	0,1	0.1869 0.187	0.0061 0.007
2	R_B	1487 1490	10	18,9 18,9	0,1	0.2402 0.240	0.0041 0.005
3	R_C	3230 3200	100	23,80 24	1	0.1753 0.18	0.020 0.02
4	$R_A + R_B$	2150 2200	100	21,7 22	1	0.219 0.22	0.030 0.03
5	$R_A \parallel R_B$	462 460	10	8.26 8.3	0,1	0.1477 0.148	0.0067 0.007
6	$R_B + R_C$	4723 4700	100	24.7 25	1	0.129 0.13	0.013 0.02
7	$R_B \parallel R_C$	1018 1020	10	15.44 15.4	0,1	0.2342 0.234	0.0053 0.006
8	$R_A + R_C$	3900 3900	100	24.1 24	1	0.148 0.15	0.01618 0.02
9	$R_A \parallel R_C$	555 560	10	9.68 9.7	0,1	0.1688 0.169	0.0065 0.007
10	$R_A + R_B + R_C$	5360 5400	100	24.1 24	1	0.108 0.11	0.01101 0.02
11	$(R_A \parallel R_B) + R_C$	3700 3700	100	24 24	1	0.155 0.16	0.017 0.02
12	$(R_B \parallel R_C) + R_A$	1688 1690	10	19.9 19.9	0,1	0.2346 0.235	0.0037 0.004
13	$(R_A \parallel R_C) + R_B$	2030 2000	100	21.3 21	1	0.223 0.22	0.031 0.04
14	$R_A \parallel R_B \parallel R_C$	403 400	10	7.25 7.2	0,1	0.1304 0.130	0.0068 0.007
15	$(R_A + R_B) \parallel R_C$	1294 1290	10	17.6 17.6	0,1	0.2394 0.239	0.0045 0.005
16	$(R_B + R_C) \parallel R_A$	587 590	10	10.12 10.1	0,1	0.1744 0.174	0.0064 0.007
17	$(R_A + R_C) \parallel R_B$	1077 1080	10	16.04 16	0,1	0.2389 0.239	0.0052 0.006

Табела 1.

За комплетну табелу 1. дати **7,65 поена**. Бодовати маркиране вредности.

Апсолутна грешка средње снаге се рачуна по формули $\Delta(\bar{P}) = \bar{P} \cdot \left(2 \cdot \frac{\Delta U_{\text{eff}, R_e}}{U_{\text{eff}, R_e}} + \frac{\Delta R_e}{R_e} \right)$. $\bar{P}_{\text{max}}$ за



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

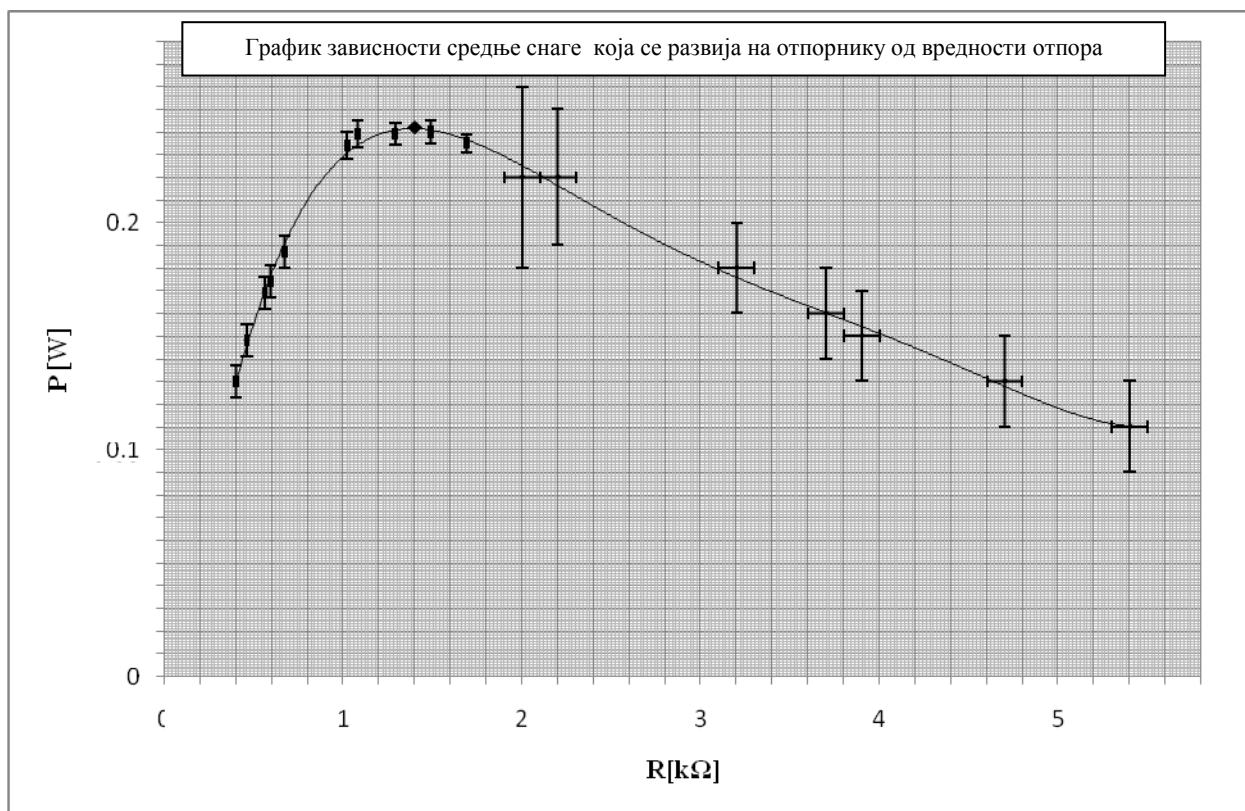
Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

10-11.05.2014.

$$R_{P_{\max}} = 1400 \Omega, C = \frac{1}{2\pi f R_{P_{\max}}} = 2,274 \mu\text{F}, \text{ па је } \Delta C = C \frac{\Delta R_{P_{\max}}}{R_{P_{\max}}} = 0,064 \mu\text{F} \text{ и } C = (2,27 \pm 0,07) \mu\text{F} \quad [0,4+0,1\text{п}]$$

$\Delta R_{P_{\max}} = 40 \Omega$ - два најмања поделка x-осе (најмањи поделак 20Ω). Важи процена од 1 до 5 поделка.

ГРАФИК 1 . Исправно нацртан график носи 2,25 поена.



Негативни поени за график, између осталог за:

- Координатне осе треба цртати по ивицама милиметарског папира [-0,05п]
- График приказан без наслова [-0,05п] (наслов није $y = f(x)$)
- Лоша размера величине графика [-0,15п] (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Лоша размера подеока [-0,2п] (1 mm на милиметарском папиру може да одговара ... 0.05; 0.1; 0.2; 0.4; 0.5; 1; 2; 4; 5; 10 ... јединица величине која се приказује)
- Осе нису обележене и недостају јединице [-0,1п] (за сваку осу [-0,05п])
- Унете су мерене бројне вредности на осе [-0,05п]
- Повлачене линије од оса до нанетих тачака [-0,1п]
- Ако прва изабрана тачка није између треће и четврте експерименталне тачке [-0,25п]
- Ако друга изабрана тачка није између претпоследње и последње експерименталне тачке [-0,25п]
- Лоше унете, или изостављене, вредности [-0,3].
- Лоше унете, или изостављене, вредности грешака [-0,25п]
- На квалитет одабраних тачака за одређивање положаја максимума до [-0,3п]

Задатак 4. Линеризацијом израза (1) на тражени облик добијамо

$$\frac{1}{RP} = \frac{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}{\varepsilon_0^2 R^2} \Rightarrow \frac{1}{RP} = \frac{2}{\varepsilon_0^2} + \frac{2}{\varepsilon_0^2} \frac{1}{\omega^2 C^2} \frac{1}{R^2}, \text{ тј. } \frac{1}{RP} = n + k \frac{1}{R^2} \text{ где је } n = \frac{2}{\varepsilon_0^2} \text{ и } k = \frac{2}{\varepsilon_0^2} \frac{1}{\omega^2 C^2} \text{ тако да је}$$



**9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.**



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

10-11.05.2014.

$\frac{n}{k} = \omega^2 C^2$, стога је капацитет кондензатора једнак $C = \sqrt{\frac{n}{k\omega^2}}$. Укупно **[0,1п]**.

				0,1 поен	0,05 поена			0,1 поен	0,05 поена
	Веза отпорника	R_e [Ω]	ΔR_e [Ω]	$\frac{1}{R_e^2}$ [10 ⁻⁶ Ω ⁻²]	$\Delta\left(\frac{1}{R_e^2}\right)$ [10 ⁻⁶ Ω ⁻²]	U_{eff, R_e} [V]	$\Delta U_{\text{eff}, R_e}$ [V]	$\frac{1}{R_e P} =$ $\frac{1}{U_{\text{eff}, R_e}^2}$ [V ⁻²]	$\Delta\left(\frac{1}{R_e P}\right)$ [V ⁻²]
1	R_A	671 670	10	2,221 2,22	0,067 0,07	11,2 11,2	0,1	0.0079 0.008	0.00014 0.0002
2	R_B	1487 1490	10	0,4522 0,452	0,00608 0,006	18,9 18,9	0,1	0.00279 0.0028	0.000029 0.00003
3	R_C	3230 3200	100	0,09585 0,096	0,0059 0,006	23,80 24	1	0.00176 0.0018	0.00014 0.0002
4	$R_A + R_B$	2150 2200	100	0,2163 0,22	0,0201 0,02	21,7 22	1	0.00212 0.0021	0.00019 0.0002
5	$R_A R_B$	462 460	10	4,685 4,7	0,2028 0,2	8.26 8.3	0,1	0.01465 0.0147	0.00035 0.0004
6	$R_B + R_C$	4723 4700	100	0,04483 0,045	0,0019 0,002	24.7 25	1	0.00163 0.0016	0.00013 0.0002
7	$R_B R_C$	1018 1020	10	0,9649 0,96	0,019 0,02	15.44 15.4	0,1	0.004194 0.00419	0.000054 0.00006
8	$R_A + R_C$	3900 3900	100	0,0657 0,066	0,0034 0,004	24.1 24	1	0.00172 0.0017	0.00014 0.0002
9	$R_A R_C$	555 560	10	3,246 3,2	0,12 0,2	9.68 9.7	0,1	0.01067 0.0107	0.00022 0.0003
10	$R_A + R_B + R_C$	5360 5400	100	0,03481 0,035	0,0013 0,002	24.1 24	1	0.00172 0.0017	0.00014 0.0002
11	$(R_A R_B) + R_C$	3700 3700	100	0,073046 0,073	0,0039 0,004	24 24	1	0.00173 0.0017	0.00014 0.0002
12	$(R_B R_C) + R_A$	1688 1690	10	0,3509 0,351	0,0042 0,005	19.9 19.9	0,1	0.0025251 0.00253	0.000025 0.00003
13	$(R_A R_C) + R_B$	2030 2000	100	0,2426 0,24	0,024 0,03	21.3 21	1	0.00220 0.0022	0.00020 0.0002
14	$R_A R_B R_C$	403 400	10	6,157 6,2	0,30 0,3	7.25 7.2	0,1	0.0190 0.019	0.00052 0.0006
15	$(R_A + R_B) R_C$	1294 1290	10	0,5972 0,60	0,0093 0,01	17.6 17.6	0,1	0.003228 0.00323	0.000036 0.00004
16	$(R_B + R_C) R_A$	587 590	10	2,9202 2,9	0,099 0,1	10.12 10.1	0,1	0.00976 0.0098	0.0001930 0.0002
17	$(R_A + R_C) R_B$	1077 1080	10	0,8621 0,86	0,016 0,02	16.04 16	0,1	0.003886 0.00389	0.000048 0.00005

Табела 2.

За комплетну табелу 2. дати 5,1 поен. Бодовати сваку маркирану вредност.



9. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

10-11.05.2014.

Апсолутне грешке величина чије вредности уносимо на график су рачунате по следећим формулама:

$$\Delta\left(\frac{1}{R_e^2}\right) = 2 \cdot \frac{\Delta R_e}{R_e^3}, \quad \Delta\left(\frac{1}{RP}\right) = 2 \cdot \frac{1}{R_e P} \cdot \frac{\Delta U_{\text{eff},R}}{U_{\text{eff},R}} = 2 \cdot \frac{\Delta U_{\text{eff},R}}{U_{\text{eff},R}^2}$$

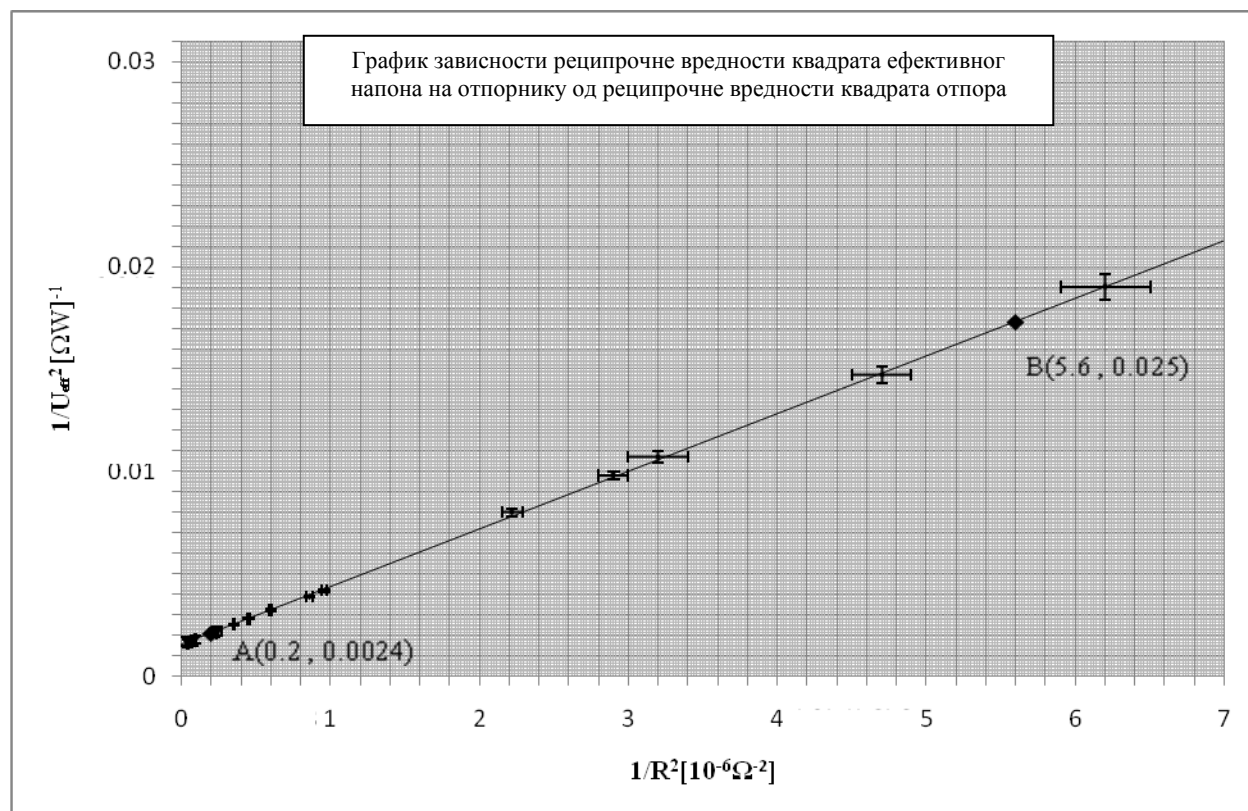


ГРАФИК 2. Исправно нацртан график носи 2,25 поена.

Две изабране неексперименталне тачке су редом: **A(0,2 ; 0,0021)** [0,2п] и **B(5,6 ; 0,0173)** [0,2п]

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0,0173 - 0,0021}{5,6 - 0,2} \cdot 10^6 \frac{\Omega^2}{V^2} \approx 2,814 \cdot 10^3 \frac{\Omega^2}{V^2},$$

Грешка вредности коефицијента правца се може изразити као : $\Delta k = |k| \left(\frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{|y_B - y_A|} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{|x_B - x_A|} \right)$

, где су $\Delta x_A, \Delta x_B, \Delta y_A$ и Δy_B апсолутне грешке одређивања координата x_A, x_B, y_A и y_B са графика. Свака од ових грешака $\Delta x_A, \Delta x_B, \Delta y_A$ и Δy_B је једнака већој од одговарајућих апсолутних грешака суседних тачака.

Ни једна од ових грешака не може бити мања од тачности очитавања координата са графика односно, најмањег подеока на милиметарском папиру, тако да је $\Delta x_A = 0,02$; $\Delta x_B = 0,3$; $\Delta y_A = 0,0002$ и $\Delta y_B = 0,0006$

$$\Delta k = |k| \left(\frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{|y_B - y_A|} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{|x_B - x_A|} \right) = 2,814 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{0,02 + 0,3}{5,6 - 0,2} + \frac{0,0002 + 0,0006}{0,0173 - 0,0021} \right) \frac{\Omega^2}{V^2} \approx 0,314 \cdot 10^3 \frac{\Omega^2}{V^2}$$

$$k = (2,8 \pm 0,4) \cdot 10^3 \frac{\Omega^2}{V^2} \quad [0,4+0,1п]$$



9. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2014/2015. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије Београд

10-11.05.2014.

Вредност одсечка је $n \approx 0,001563 \frac{1}{V^2}$ а његова апсолутна грешка $\Delta n \approx 0,0006 \frac{1}{V^2}$ (највећа апсолутна грешка величине која се наноси на у-осу)

$$n = (0,0016 \pm 0,0006) \frac{1}{V^2} \quad [0,25п]$$

Стога је :

$$C = \sqrt{\frac{n}{k\omega^2}} = \sqrt{\frac{0,00156 \frac{1}{V^2}}{2814 \frac{\Omega^2}{V^2} \cdot (2 \cdot 3,14 \cdot 50\text{Hz})}} = 2,37 \mu\text{F}$$

$$\Delta C = C \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta n}{n} + \frac{1}{2} \frac{\Delta k}{k} \right) \approx 0,58 \mu\text{F}$$

$$C = (2,4 \pm 0,6) \mu\text{F} \quad [0,4+0,1п]$$