



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије

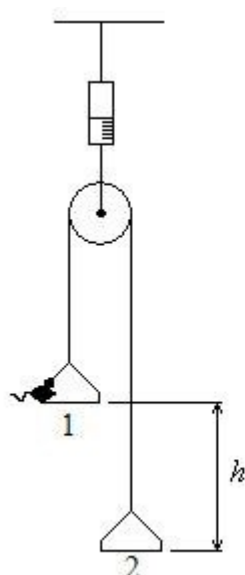


Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ

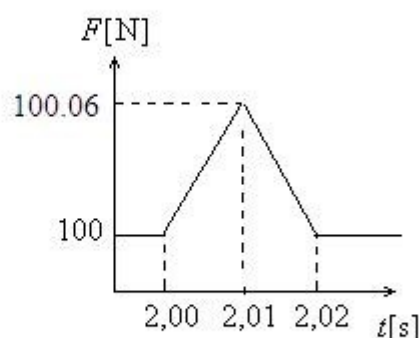
НОВИ САД
10-11.05.2014.

Задатак 1: Нестаини миш (10 поена)

Идеалан котур занемарљиве масе је преко идеалног динамометра окачен о плафон. Преко котура је пребачена идеална нит, на чијим крајевима су везана два таса, сваки масе M . У почетном тренутку разлика висина на којима су тасови је $h = 1\text{ m}$ и миш масе m стоји на почетку таса 1 (као на слици 1). У том тренутку се систем препусти сам себи, а миш почне да иде константном брзином ка тасу 2. Тачно у тренутку $t_1 = 2\text{ s}$ кад су се тасови поравнали, миш је био на крају таса 1, тако да је без скока наставио да се равномерно креће по тасу 2. Сматрати да да у току посматраног кретања нити остају вертикалне.



Слика 1.



Слика 2.

- А. Изразити убрзање које у вертикалном правцу има миш док се налази на првом тасу (до тренутка t_1), преко масе миша m и масе таса M . (0,5 поена)
- Б. Колика је сила затезања нити до тренутка t_1 . (0,5 поена)
- В. Изразити силу затезања нити преко масе миша m и масе таса M . (0,5 поена)
- Г. Одредити масу m миша. (1,5 поена)
- Д. Одредити масу M таса. (1,5 поена)
- Ђ. Испитати како се сила затезања мења у току преласка миша са једног на други тас. У ком тренутку је она максимална? (2 поена)
- Претпоставити да се претходна зависност силе затезања од времена (нелинеарна) може апроксимирати графиком датим на слици 2
- Е. Одредити убрзање центра масе система кога чине миш и тасови a_{cm} у тренутку $t' = 2.01\text{ s}$. (1,5 поена)
- Ж. Одредити брзину центра масе система кога чине миш и тасови v_{cm} у тренутку $t_2 = 2.02\text{ s}$. (2 поена)

Задатак припремила: Ивана Ранчић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: Бранислава Мисаиловић, Физички факултет, Београд
Биљана Радиша, Физички факултет, Београд



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ

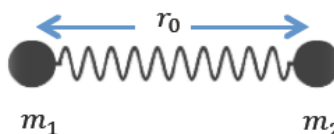
НОВИ САД
10-11.05.2014.

Задатак 2: Двоатомски молекул (10 поена)

Двоатомски молекул састоји се од два атома који су повезани хемијском везом. Хемијске везе овог типа можемо објаснити законима квантне механике. У различитим моделима могу се увести различите класичне апроксимације како би се проблем поједноставио.

Проблем 1. Вибрације двоатомских молекула (5 поена)

Једноставан модел за разматрање вибрација двоатомских молекула су два сферна атома повезана опругом константе еластичности k , на равнотежном растојању r_0 (слика 1.). Овај модел се често користи за проучавање вибрација ниских енергија, а потенцијална енергија може се изразити као потенцијална енергија линеарног хармонијског осцилатора: $U(r) = \frac{1}{2}k(r - r_0)^2$, где је r тренутно растојање између атома. Из овог израза можемо добити силу која делује између атома: $F(r) = -k(r - r_0)$.



Слика 1.

Када хоћемо да направимо модел вибрација у области високих енергија, можемо искористити Морзеов потенцијал: $U(r) = D_e \left[1 - e^{-a(r-r_0)} \right]^2$, где су D_e и a константе.

А. Разматрамо двоатомски молекул чије су масе атома m_1 и m_2 и равнотежно растојање између атома r_0 . Одредите растојање центра масе у односу на атом m_1 . (0,5 поена)

Б. Чисто ротирајући молекул. Угаона брзина око осе нормалне на праву која спаја атоме и пролази кроз центар масе износи ω . Ако претпоставимо да нема вибрација молекула, односно да су атоми круто везани, одредите кинетичку енергију ротације овог молекула у зависности од m_1 , m_2 , r_0 и ω . (1 поен)

В. Претпоставимо сада да молекул не ротира, већ само вибрира. Одредити угаону фреквенцију вибрација ω_0 молекула у области ниских енергија. (1 поен)

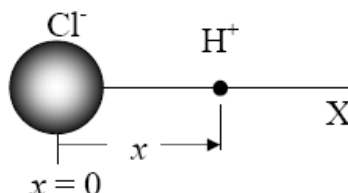
Г. Размотрићемо још један ефекат који је битан у спектроскопским истраживањима молекула, а то је центрифугална дисторзија. Центрифугална дисторзија је појава да приликом ротационог кретања молекула растојање између атома расте. Одредити ново равнотежно растојање између атома r_0^* у функцији од r_0 , ω и ω_0 . Приликом разматрања занемарити вибрације. (1,5 поена)

Д. Приликом малих осцилација Морзеов потенцијал се понаша веома слично као потенцијал хармонијских осцилација. Изразити константу еластичности k преко константи D_e и a у случају малих осцилација. (1 поен)



Проблем 2. Модел молекула HCl (5 поена)

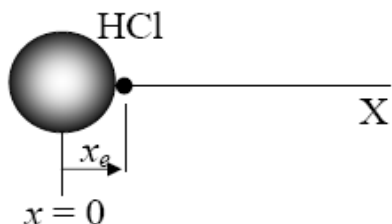
Молекул хлороводоника састоји се од јона Cl^- и H^+ . Како је маса јона хлора много већа од масе протона (јон H^+), можемо сматрати да јон хлора практично мирује у положају $x = 0$, а да се јон водоника може кретати дуж x осе као што је представљено на слици 2.



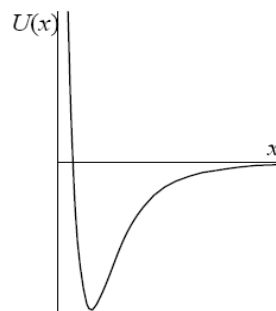
Слика 2.

Подразумеваћемо да су молекули HCl у гасном стању и да је сваки молекул јако мало пертурбован услед присуства других молекула. У оваквим условима јон Cl^- једног молекула електростатички привлачи H^+ јон. Међутим да би систем био у равнотежи на равнотежном растојању x_e (слика 3.), међу јонима се јавља и јака одбојна сила на малим растојањима. Потенцијалну енергију интеракције између јона можемо записати као $U(x) = -k \frac{e^2}{x} + \frac{B}{x^9}$, (слика 4.), где је

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \text{ и } B \text{ позитивна константа.}$$



Слика 3.



Слика 4.

Ђ. Имајући у виду да је у равнотежном положају сила која делује на јон H^+ једнака нули одредити равнотежно растојање x_e . (0,5 поена)

Е. Показати да је потенцијал интеракције записан преко x_e : $U(x) = ke^2 \left(-\frac{1}{x} + \frac{x_e^8}{9x^9} \right)$. (0,5 поена)

Ж. Јон H^+ се никада не може наћи тачно на равнотежном растојању x_e , већ прави мале осцилације око равнотежног положаја. Те осцилације можемо сматрати хармонијским и потенцијал можемо представити као $U(x) = \frac{1}{2}K(x - x_e)^2 + \text{чланови вишег реда}$. Одредити константу K хармонијског осциловања у близини равнотежног положаја у функцији од познатих константи и x_e . (1 поен)



**8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.**

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

НОВИ САД

ЗАДАЦИ

10-11.05.2014.

З. Одредити фреквенцију малих осцилација ν око равнотежног положаја. Масу јона водоника сматрати познатом. **(1 поен)**

И. Експериментално добијена фреквенција износи $\nu = 8.66 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$. Знајући да је маса H^+ једнака $m_H = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, одредити равнотежно растојање x_e . **(0,5 поена)**

Ј. Одредити и израчунати енергију дисоцијације једног мола хлороводоника W_d . **(1,5 поена)**

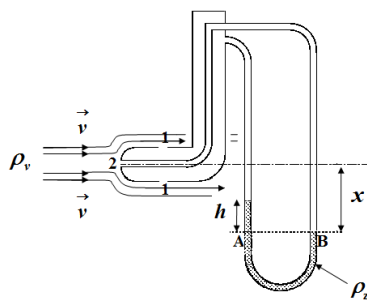
Задатак припремила: Александра Димић, Физички факултет, Београд

Рецензент: Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд

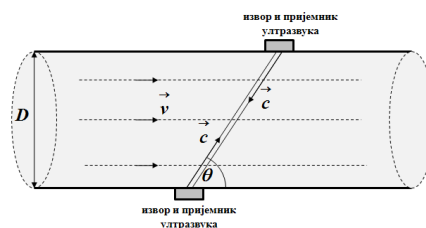


Задатак 3: Разни мерни уређаји (10 поена)

A.1. Prandtl-ова цев је уређај за одређивање брзине струјања ваздуха и њена схема је приказана на слици 1. Уређај се поставља тако да један отвор цеви буде нормалан на правац струјања ваздуха (отвор 1), а други крај цеви у смеру струјања ваздуха (отвор 2). Правац и смер струјних линија је приказан на слици 1. Унутар цеви се налази жива густине ρ_z . Густина ваздуха је ρ_v . Колика је брзина струјања ваздуха v ако је разлика нивоа живиних стубова у цеви h . Флуид је идеалан. Занемарити висинску разлику између отвора 1 и 2. **(1,5 поена)**



Слика 1.



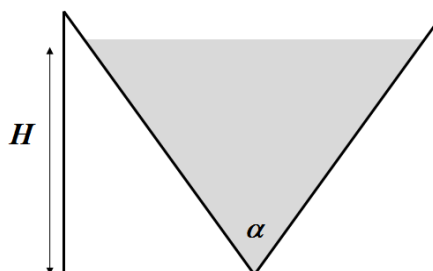
Слика 2.

A.2. Једна од метода ултразвучног мерења протока је и метод заснован на мерењу времена проласка ултразвука кроз флуид (**Ultrasonic Flowmeter**). На цилиндричну цев кроз коју протиче флуид брзином v монтирана су два уређаја. Уређаји су идентични и истовремено су и извори и пријемници ултразвука (слика 2), а линија која их спаја је под углом θ у односу на хоризонтални правац. Оба уређаја истовремено емитују ултразвучне таласе који међусобно не интерагују. Временски интервал између регистрација ултразвучних таласа је Δt . Брзина простирања ултразвука у флуиду када флуид мирује је c . Пречник попречног пресека цеви је D . Одредити брзину флуида. Брзина флуида је константа на свим местима дуж цеви. Трење занемарити. Узети да важи $c \gg v$. **(1 поен)**

A.3. За одређивање протока воде користи се брана чији је попречни пресек облика троугла (**'V' Notch Weir**, слика 3.а). Брзина протицања воде v кроз попречни пресек (на одређеном растојању од врха слободне површине воде) бране једнака је брзини којом истиче вода из широког суда кроз узан отвор који се налази на дубини h у односу на ниво течности (Торичелијева теорема). Међутим услед трења и контракције млаза реална брзина протицања воде је $v_r = C_v v$, где је C_v - коефицијент брзине, а реални попречни пресек млаза воде је $A_r = C_c A$, где је C_c коефицијент контракције. Ако су параметри бране, H (висина течности изнад дна бране) и α угао при дну бране (слика 3.б), одредити запремински проток воде. Величине H , α , g , C_v и C_c сматрати познатим. **Разматрати само протицање воде кроз попречни пресек бране.** **(1,5 поена)**



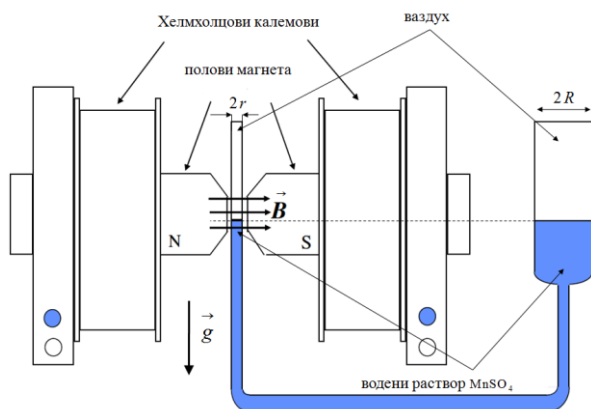
Слика 3.а.



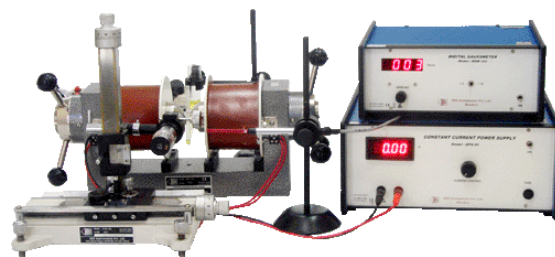
Слика 3.б.



Б. Quincke-ова метода се користи за одређивање магнетне суспектибилности дијамагнетних или парамагнетних супстанци у форми течности или водених раствора. Схема уређаја је приказана на слици 4.а. У цилиндричној U-цеви налази се водени раствор MnSO_4 и ваздух. Јони Mn^{2+} су парамагнетни. Један крај цеви (полупречника r) се поставља у простор између полова магнета, тј између Хелмхолцових калемова. Помоћу Хелмхолцових калемова се формира униформно магнетно поље B . Други (десни) крај U-цеви (полупречника R) налази се ван магнетног поља, тако да је магнетно поље у том крају цеви на слободној површини течности једнако нули. Ако се након укључивања магнетног поља (магнетно поље тренутно достиже константну вредност B), положај слободне површине течности у левом крају цеви, након успостављања равнотеже, промени за Δz одредити магнетну суспектибилност воденог раствора. Густина воденог раствора је ρ_s , а убрзање Земљине теже је g . У реалној ситуацији за магнетну пропустљивост ваздуха можемо узети да је $\mu_v \approx \mu_0$, а густина ваздуха ρ_v се може занемарити. **Напомена: тангенцијална компонента величине H на граници раствор-ваздух је непрекидна.** Додатак: Приликом практичне реализације леви крај U цеви се поставља вертикално, јако близу и симетрично у односу на вертикалне стране магнета, а слободна површина раствора у левом крају цеви се пре укључивања магнетног поља налази тик изнад доњих ивица вертикалних страна магнета. Померај се мери микроскопом (travelling microscope), а магнетно поље уређајима магнетометрима (слика 4.б). **(1,5 поена)**



Слика 4.а.



Слика 4.б.

Ц.1. NTC (Negative temperature coefficient) термистор је полупроводнички отпорник чија отпорност експоненцијално опада са порастом температуре. Карактерише их велика осетљивост у односу на платинске отпорнике, и могу бити малих димензија. Веза између отпора термистора на температурама T и T_1 , може се написати у облику $R(T) = R(T_1) e^{B(1/T - 1/T_1)}$, где је B константа за дати термистор.



Међутим температура термистора при устаљеном режиму је увек виша од температуре околине услед претварања електричне енергије у топлоту. Ако се у термистору, при константној температури околине развија снага P , разлика температуре термистора и околине је $\Delta T = P/k$, где је k -дисипациона константа. Отпорност термистора који ради у режиму са знатним самозагревањем, при сталној температури околине T_0 , може се написати у облику $R(T_0 + \Delta T) = R(T_0) e^{B(1/(T_0 + \Delta T) - 1/T_0)}$. Одредити температуру термистора T_{max} тако да напон на термистору у режиму са знатним самозагревањем има максималну вредност и одредити ту вредност. За вредност T_{max} узети мању од добијених вредности. **(1 поен)**



Ц.2. Блумлајнов капацитивни претварач помераја
(Blumlein capacitive displacement transducer)

За мерење помераја користи се Блумлајнов капацитивни претварач помераја (слика 5). Одредити померај Δd ако су дати : U - ефективни напон напајања моста, ω - кружна учестаност напона напајања моста, C_0 капацитет кондензатора за d_0 које представља почетно растојање између електрода кондензатора, L ($L_1 = L_2 = L$) - индуктивност калемова, k - коефицијент спреге међусобне индукције чија је вредност $k = 1$, U_1 - ефективни излазни напон моста који се мери помоћу уређаја са великом унутрашњом отпорношћу ($R_i \rightarrow \infty$) (видети слику). Приликом решавања

узети да члан $\left(\frac{\Delta d}{d_0}\right)^2$ има малу вредност и да се она може занемарити.

(3,5 поена)

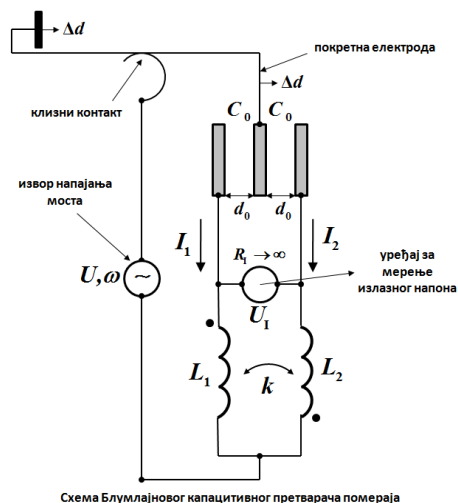


Схема Блумлајновог капацитивног претварача помераја

Слика 5.

Напомена: тачке на слици 5, које су придружене калемовима означавају да ли се узајамни флуксеви сабирају или одузимају. При датом положају тачака, и при смеровима струја као на слици, флукс кроз калем 1 (L_1) је дат формулом $\Phi_1 = L_1 I_1 - M_{21} I_2$. Коефицијент међусобне индукције је $M = M_{12} = M_{21} = k \sqrt{L_1 L_2}$.

Напомена: Сва решења детаљно објаснити!

Задатак припремио: Владимир Чубровић, Физички факултет, Београд

Рецензенти: Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац

Александра Димић, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо срећан рад и пуно успеха!!!



Задатак 1: Нестабилни миш

А. Динамичке једначине до тренутка $t_1 = 2\text{ s}$, кад миш пређе на други тас, гласе:

$$(m + M)a = (m + M)g - T \quad \text{- за систем 1. тас и миш,}$$

$$Ma = T - Mg \quad \text{- за 2. тас.}$$

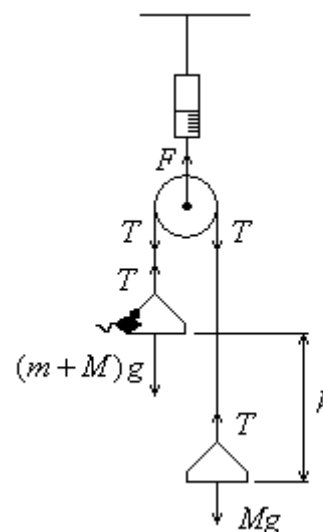
Из система једначина може се изразити тражено убрзање:

$$a = \frac{m}{m + 2M}g \quad (0,5\text{п})$$

Б. До тренутка t_1 динамометар показује равнотежну силу

$$F_1 = 2T, \text{ са графика } F_1 = 100\text{ N} \text{ па је сила затезања нити до тог}$$

$$\text{тренутка } T = \frac{F_1}{2} = 50\text{ N} \quad (0,5\text{п})$$



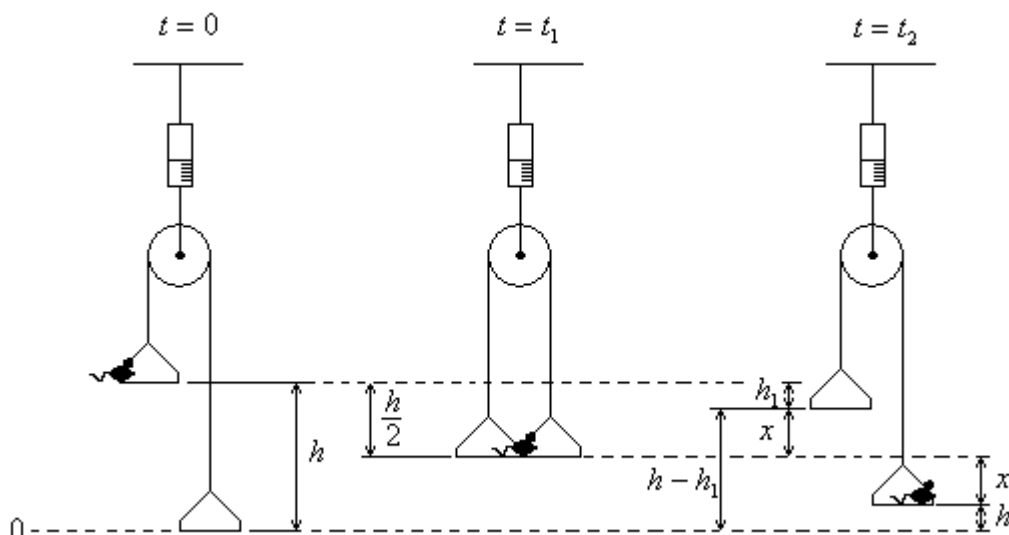
$$\text{В. } T = \frac{2(m + M)M}{m + 2M}g \quad (0,5\text{п})$$

Г. До тренутка t_1 динамометар показује равнотежну силу $F_1 = 2T$ и први тас се спусти за

$$\frac{1}{2}h = \frac{1}{2}at_1^2. \text{ На основу те две једначине, када се у њих уврсте } a = \frac{m}{m + 2M}g \text{ (изражено под а) и}$$

$$T = \frac{2(m + M)M}{m + 2M}g \text{ (изражено под в), добија се } m = \frac{F_1 h t_1^2}{g^2 t_1^4 - h^2} = 0,26\text{ kg} \quad (1,5\text{п}) \text{ и}$$

$$\text{Д. } M = \frac{F_1 t_1^2}{2(h + g t_1^2)} = 4,97\text{ kg} \quad (1,5\text{п})$$





8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**

Решења

10-11.05.2014.

Ђ. Напишимо једначине кретања тасова у тренутку када је део масе миша $\Delta m = \frac{m}{t_0} t$ (1) прешао са првог на други тас, где је $t_0 = 0.02 \text{ s}$ временски интервал преласка миша са једног таса на други, $t \in (0, 0.2) \text{ s}$:

$$(M + m - \Delta m)a = (M + m - \Delta m)g - T \quad (2) \quad (0.5\text{п}) \quad \text{и} \quad (M + \Delta m)a = T - (M + \Delta m)g \quad (3) \quad (0.5\text{п}).$$

Елиминисањем убрзања и комбиновањем једначина (1), (2) и (3) добијамо

$$T(t) = \frac{2(M + m - \frac{m}{t_0}t)(M + \frac{m}{t_0}t)}{2M + m} g \quad (0.5\text{п}). \text{ Диференцирањем силе затезања по времену добијамо}$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{2m^2 g}{(2M + m)t_0} (1 - 2\frac{t}{t_0}) \quad (0.3\text{п}), \text{ одакле видимо да је максимум силе затезања на } t = \frac{t_0}{2} \quad (0.2\text{п}).$$

Е. Укупна спољна сила R , која делује на ова три тела једнака је алгебарском збиру гравитационе и силе F , коју показује динамометар, па је једначина кретања центра масе:

$$(m + 2M)a_{cm} = R = (m + 2M)g - F, \text{ одакле је у траженом тренутку: } a_{cm2} = \frac{(m + 2M)g - F_2}{m + 2M} = 0 \quad (1.5\text{п}).$$

Ж. Између тренутака $t_1 = 2 \text{ s}$ и $t_2 = 2.02 \text{ s}$ постоји скок силе F . Пре и после овог скока (пре t_1 и после t_2) убрзање a_{cm1} је исто тако да скок утиче једино на брзину којом се ЦМ креће. Пошто је $\Delta t = t_2 - t_1 = 0.02 \text{ s}$ јако мало, кретање ЦМ од t_1 до t_2 се може занемарити и сматрати да ЦМ у тренутку t_2 има висину $\frac{1}{2}h$ (у односу на ниво таса 2 у $t = 0$), убрзање a_{cm1} и брзину v_{cm}

(надоле), која се може наћи из укупне промене импулса система од тренутка t_1 до t_2 .

$$\bar{R} = \frac{\Delta p_{cm}}{\Delta t} = \frac{m_{cm} \Delta v_{cm}}{\Delta t} = \frac{(m + 2M)(v_{cm} - a_{cm1}t_1)}{\Delta t} \quad (0.5\text{п}), \text{ где је } a_{cm1} = \frac{(m + 2M)g - F_1}{m + 2M} = 6.08 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (0.5\text{п}).$$

$$\bar{R} = (m + 2M)g - \bar{F} = (m + 2M)g - \frac{1}{2}(F_1 + F_2) \quad (0.5\text{п})$$

где је са F_2 означена максимална вредност силе F коју показује динамометар, са графика $F_2 = 100.06 \text{ N}$. Из претходне једначине је:

$$v_{cm} = \frac{\left[(m + 2M)g - \frac{1}{2}(F_1 + F_2) \right] \Delta t}{m + 2M} + a_{cm1}t_1 = 0.0122 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (0.5\text{п})$$



8. SRПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**

Решења

10-11.05.2014.

Задатак 2: Двоатомски молекул

А. У општем случају положај центра масе одређујемо као $\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$ **(0.2п)**. Да бисмо

одредили положај центра масе у односу на m_1 треба да израчунамо $r_{cm1} = |\vec{r}_{cm} - \vec{r}_1| = \frac{m_2 r_{01}}{m_1 + m_2}$

(0.3п).

Б. Пошто сматрамо да су атоми круто везани то је $|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = r_0$ константно растојање између атома у молекулу. Растојање сваког од атома и центра масе износи $R_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r_0$ и

$R_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r_0$. **(0.2п)** Момент инерције молекула у односу на центар масе износи

$I = m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r_0^2$ **(0.3п)** па је кинетичка енергија ротације:

$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r_0^2 \omega^2$ **(0.5п).**

В. Једначине кретања атома можемо написати као:

$m_1 a_1 = k(-\xi_1 + \xi_2 - r_0)$ **(0.1п)** и $m_2 a_2 = -k(-\xi_1 + \xi_2 - r_0)$ **(0.1п)** где су ξ_1 и ξ_2 тренутне координате атома у односу на центар масе. Комбиновањем једначина добијамо:

$a_2 - a_1 = \left(-\frac{k}{m_2} - \frac{k}{m_1}\right)(\xi_2 - \xi_1 - r_0)$ што је еквивалентно $a_2 - a_1 = -\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} k(\xi_2 - \xi_1 - r_0)$ **(0.3п)**. Ако

уведемо $a = a_2 - a_1$ и $r = \xi_2 - \xi_1$, једначина постаје $a = -\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} k(r - r_0)$ **(0.2п)** па је

$\omega_0^2 = \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} k$ односно $\omega_0 = \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} k}$ **(0.3п).**

Г. При новом равнотежном растојању r_0^* укупна центрифугална сила

$F_{cf} = (m_1 r_1 + m_2 r_2) \omega^2 = 2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \omega^2 r_0^*$ (искоришћене су релације $r_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r_0^*$ и $r_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} r_0^*$)

(0.5п) уравнотежена је са укупном еластичном силом $F_{el} = 2k(r_0^* - r_0) = 2k(r_1 + r_2 - r_0)$ **(0.5п)**, тј.

$F_{cf} = F_{el}$. Из претходних израза и коришћењем резултата из дела **В**, добијамо $r_0^* = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} r_0$

(0.5п).

Д. За мале осцилације Морзев потенцијал можемо развити по малом параметру $r - r_0$:

$U(r) = D \left[1 - e^{-a(r-r_0)}\right]^2 \approx D e^{a^2} (r - r_0)^2$ **(0.5п)**. Поређењем са $U(r) = \frac{1}{2} k (r - r_0)^2$ имамо

$k = 2 D e^{a^2}$ **(0.5п).**



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**

Решења

10-11.05.2014.

Ђ. Како је потенцијална енергија $U(x) = -k \frac{e^2}{x} + \frac{B}{x^9}$ сила је $F(x) = -\frac{dU}{dx} = -ke^2 \frac{1}{x^2} + \frac{9B}{x^{10}}$ **(0.2п).** У

равнотежном положају је $F(x_e) = 0$ па одатле следи да је $x_e = \left(\frac{9B}{ke^2}\right)^{\frac{1}{8}}$ **(0.3п).**

Е. Претходни резултат заменимо у $U(x)$ и добијамо $U(x) = ke^2 \left[-\frac{1}{x} + \frac{x_e^8}{9x^9} \right]$ **(0.5п).**

Ж. Ако развијемо потенцијалну енергију у ред око x_e :

$U(x) = U(x_e) + \left(\frac{dU}{dx}\right)_{x_e} (x - x_e) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_e} (x - x_e)^2 + \dots$, како је $\left(\frac{dU}{dx}\right)_{x_e} = 0$, можемо написати

$U(x) = U(x_e) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_e} (x - x_e)^2$ **(0.5п).** Поређењем са потенцијалном еластичном енергијом

имамо $K = \left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_e}$. Како је $\frac{d^2U}{dx^2} = ke^2 \left[-\frac{2}{x^3} + \frac{10x_e^8}{x^{11}} \right]$ **(0.2п)** следи да је $\left(\frac{d^2U}{dx^2}\right)_{x_e} = \frac{8ke^2}{x_e^3}$, па је

$K = \frac{8ke^2}{x_e^3}$ **(0.3п).**

З. Како је K еквивалентна реституциона константа то је фреквенција осциловања јона масе m :

$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$ **(0.5п).** За случај јона водоника имамо $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8ke^2}{m_H x_e^3}}$ **(0.5п)**

И. Коришћењем претходног израза имамо: $x_e = \left(\frac{2ke^2}{\pi^2 \nu^2 m_H}\right)^{\frac{1}{3}}$ одакле следи да је $x_e = 1.55 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

(0.5п).

Ј. Потенцијална енергија износи 0 када се јон водоника јако одаљи од јона хлора. Енергију дисоцијације једног молекула можемо одредити као $-U(x_e)$:

$w_d = -U(x_e) = -ke^2 \left[-\frac{1}{x_e} + \frac{x_e^8}{9x_e^9} \right] = \frac{8ke^2}{9x_e}$ **(0.8п)** па је $w_d = 1.32 \cdot 10^{-18} \text{ J}$. Када изразимо енергију по

једном молу хлороводоника добијамо $W_d = N_A w_d$ **(0.4п)** односно $W_d = N_A \frac{8ke^2}{9x_e}$ па је

$W_d = 796 \text{ kJ / mol}$. **(0.3п)**

Допуна уз решење:

Нека су вектори положаја тела 1 и 2 редом $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, њихов релативни вектор положаја $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, а

вектор положаја центра масе $\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$ (1). Једначине кретања тела су

$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_{21} \Rightarrow \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \frac{1}{m_1} \vec{F}_{21}$ и $m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \vec{F}_{12} \Rightarrow \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = \frac{1}{m_2} \vec{F}_{12}$ како је $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ добијамо:



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**

Решења

10-11.05.2014.

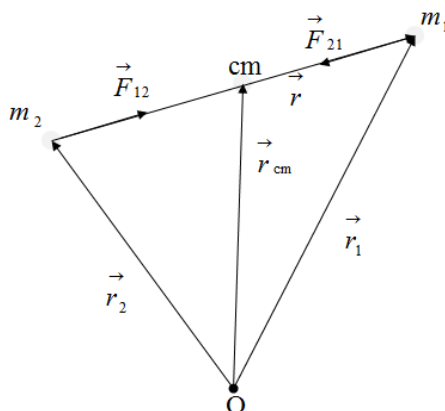
$m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} = \vec{F}_{21}$ (2) и $m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} = -\vec{F}_{21}$ (3). Ако два пута диференцирамо израз (1) по времену добијамо

$(m_1 + m_2) \frac{d^2 \vec{r}_{cm}}{dt^2} = m_1 \frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2}$ (4). Ако саберемо једначине (2) и (3) и узмемо у обзир израз (4)

добијамо $(m_1 + m_2) \frac{d^2 \vec{r}_{cm}}{dt^2} = 0$, дакле убрзање центра масе је једнако нули, што је и очекивано јер су силе којима интерагују тела унутрашње силе. Ако одузмемо једначине (2) и (3) и након

сређивања добијамо: $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{d^2 \vec{r}_1}{dt^2} - \frac{d^2 \vec{r}_2}{dt^2} \right) = \vec{F}_{21} = -k \left(\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \right)$ тј. $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{d^2 \left(\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \right)}{dt^2} \right) + k \left(\vec{r}_1 - \vec{r}_2 \right) = 0$.

Кретање можемо да посматрамо у систему центра масе. Пошто је убрзање центра масе система једнако нули, систем центра масе је инерцијални систем (притом је $\vec{r}_{cm}^* = 0$), и пошто је релативни вектор положаја исти у свим инерцијалним системима $\vec{r}^* = \vec{r}$, последња једначина важи и у систему везаном за центар масе.





8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**

Решења

10-11.05.2014.

Задатак 3: Разни мерни уређаји

A.1. Притисци у тачкама А и В су редом $p_A = p_1 + \rho_v g(x-h) + \rho_z gh$ [0,3п] и $p_B = p_2 + \rho_v gx$ [0,3п] и притом важи $p_A = p_B$ [0,3п]. Како је на отвору 2 струјање флуида нарушено $v_2 = 0$, а на отвору 1 није нарушено $v_1 = v$, Бернулијева једначина примењена на отворе 1 и 2 има облик $p_2 = p_1 + \rho_v v^2 / 2$ [0,3п],

тако да из претходних једначина добијамо да је брзина струјања флуида једнака $v = \sqrt{\frac{2gh(\rho_z - \rho_v)}{\rho_v}}$, и

како је $\rho_v \ll \rho_z$, добијамо $v = \sqrt{\frac{2gh\rho_z}{\rho_v}}$ [0,3п].

A.2. Времена пролаза ултразвучног таласа низводно (t_1) и узводно (t_2) дата су редом изразима

$t_1 = \frac{L}{c + v \cos \theta}$ [0,2п] и $t_2 = \frac{L}{c - v \cos \theta}$ [0,2п], где је $L = D / \sin \theta$. Разлика времена пролаза низводно и

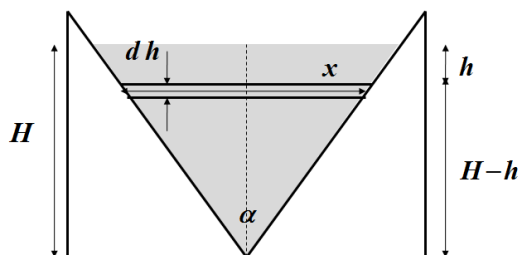
узводно је $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2vL \cos \theta}{c^2 - v^2 \cos^2 \theta} \approx \frac{2vD}{c^2 \tan \theta}$ [0,5п], тако да је брзина флуида једнака $v \approx \frac{c^2 \tan \theta}{2D} \Delta t$ [0,1п].

A.3. Према Торичелијевој теореме и услови задатка, брзина истицања воде кроз попречни пресек бране, на висини $H - h$ од дна, односно на висини h од врха течности је $v = \sqrt{2gh}$ [0,3п] (слика 1). Проток кроз

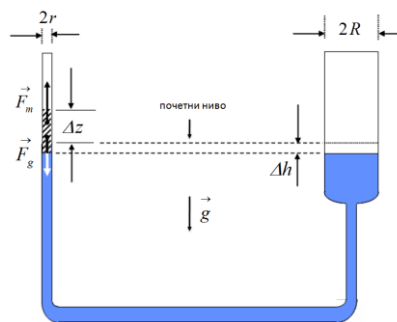
елементарну траку $dQ = dA_{xr} v_{xr} = C_c x dh \cdot C_v \sqrt{2gh}$ [0,3п] $\Rightarrow dQ = C_c C_v 2 \sqrt{2g} \tan(\alpha/2) (H - h) \sqrt{h} dh$ [0,3п]

тако да је укупни проток једнак $Q = C_c C_v 2 \sqrt{2g} \tan(\alpha/2) \int_0^H (H - h) \sqrt{h} dh$ [0,3п] тј.

$Q = \frac{8}{15} C_c C_v \sqrt{2g} \tan(\alpha/2) H^{5/2}$ [0,3п].



Слика 1.



Слика 2.

Б. Пошто је у питању парамагнетна супстанца магнетно поље ће тежити да је увуче у простор између полова магнета. Како је тангенцијална компонента величине H на граници раствор-ваздух непрекидна,

тј. не мења се следи $H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{B_s}{\mu_s}$. Нека се течност подигне у левом крају цеви за вредност Δz . Густина

енергије магнетног поља је дата релацијом $\omega_m = \frac{1}{2} \mu_s H^2$ [0,2п], а елемент запремине $\Delta V = r^2 \pi \Delta z$ [0,1п]

тако да је промена магнетне енергије једнака $\Delta W_m = \frac{1}{2} (\mu_s - \mu_0) H^2 \cdot r^2 \pi \Delta z$ [0,4п]. Рад који изврши

магнетна сила је $A = F_m \Delta z = \Delta W_m$ [0,3п], тако да је $F_m = \frac{1}{2} (\mu_s - \mu_0) r^2 \pi H^2$ [0,1п]. Гравитациона сила је



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**

Решења

10-11.05.2014.

$F_g = \rho_s (\Delta h + \Delta z) \pi r^2 g = \pi r^2 g \rho_s (1 + r^2 / R^2) \Delta z$ [0,1п], где је искоришћено $\Delta h = \Delta z \frac{r^2}{R^2}$. Равнотежа ће наступити када је испуњен услов $F_m = F_g$ [0,1п] и како је $\mu_s = \mu_0 (1 + \chi_s)$ [0,1п] добијамо:

$\frac{1}{2} \mu_0 \chi_s r^2 \pi H^2 = \pi r^2 g (1 + r^2 / R^2) \rho_s \Delta z$, тако да је магнетна суспензибилност раствора једнака

$$\chi_s = \frac{2 \mu_0 \rho_s g (1 + r^2 / R^2)}{B^2} \Delta z \text{ [0,1п].}$$

Ц.1. Из напонско струјне карактеристике термистора имамо $U = IR(T_0) e^{B(1/(T_0 + \Delta T) - 1/T_0)}$, како је $\Delta T = T - T_0 = UI / k = P / k$, прва једначина може да се напише у облику

$U = \sqrt{k(T - T_0) R(T_0) e^{B(1/T - 1/T_0)}}$ [0,2п]. Температура T_{max} , када напон на термистору достиже максимум добија се из услова $dU / dT = 0$ [0,2п], тако да се добија квадратна једначина $T_{max}^2 - BT_{max} + BT_0 = 0$ [0,2п], а

решење које одговара максимуму напона је $T_{max} = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4BT_0}}{2}$ [0,2п] (1), па је максимални напон

$U_{max} = \sqrt{k(T_{max} - T_0) R(T_0) e^{B(1/T_{max} - 1/T_0)}}$ [0,2п], где је величина T_{max} дата изразом (1).

Ц.2. Када се покретна електрода помери за растојање Δd удесно, нове вредности капацитета кондензатора су редом $C_1 = C_0 / (1 + \Delta d / d_0)$ [0,2п] и $C_2 = C_0 / (1 - \Delta d / d_0)$ [0,2п]. Како је $k = 1$ следи $M = M_{12} = M_{21} = kL = L$ [0,1п].

У комплексном домену излазни напон је $\overline{U}_1 = \frac{1}{i\omega C_1} \overline{I}_1 - \frac{1}{i\omega C_2} \overline{I}_2$ [0,5п], где су $\overline{I}_1$ и $\overline{I}_2$ комплексне струје

које теку кроз гране са кондензаторима и завојницама (видети слику). Ако применимо II Кирхофово правило добијамо $\overline{U} = \left(\frac{1}{i\omega C_1} + i\omega L \right) \overline{I}_1 - i\omega M \overline{I}_2$ [0,5п] и $\overline{U} = \left(\frac{1}{i\omega C_2} + i\omega L \right) \overline{I}_2 - i\omega M \overline{I}_1$ [0,5п]. Решавањем

претходне две једначине добијамо изразе за комплексне струје и оне су редом:

$$\overline{I}_1 = -i \frac{\omega C_1 (1 - 2\omega^2 L C_2)}{\omega^2 L (C_1 + C_2) - 1} \cdot \overline{U} \text{ [0,4п]} \text{ и } \overline{I}_2 = -i \frac{\omega C_2 (1 - 2\omega^2 L C_1)}{\omega^2 L (C_1 + C_2) - 1} \cdot \overline{U} \text{ [0,4п],}$$

$$\overline{U}_1 = \frac{2\omega^2 L (C_2 - C_1)}{\omega^2 L (C_1 + C_2) - 1} \cdot \overline{U} \text{ [0,2п].}$$

Ако искористимо почетне две једначине добијамо $\overline{U}_1 = \frac{4\omega^2 L C_0}{2\omega^2 L C_0 - 1 + \left(\frac{\Delta d}{d_0} \right)^2} \cdot \frac{\Delta d}{d_0} \cdot \overline{U}$ [0,3п], па ако занемаримо члан $\left(\frac{\Delta d}{d_0} \right)^2$, и након сређивања добијамо да

$$\text{је померај једнак } \Delta d = \frac{2\omega^2 L C_0 - 1}{4\omega^2 L C_0} \cdot d_0 \cdot \frac{\overline{U}_1}{\overline{U}} \text{ [0,1п]} \text{ тј. } \Delta d = \frac{2\omega^2 L C_0 - 1}{4\omega^2 L C_0} \cdot d_0 \cdot \frac{U_1}{U} \text{ [0,1п].}$$



**8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.**

Друштво физичара Србије



**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије НОВИ САД
Решења 10-11.05.2014.**



Експериментални задатак

Пригушене осцилације стуба течности

Циљ експеримента

У овом експерименту проучаваћемо осцилације воденог стуба у U цеви. Пошто постоји трење између воде и зидова цеви, ове осцилације су пригушене и после свега неколико осцилација се успоставља равнотежа. У овом случају ваш задатак ће бити да одредите ефективни радијус цеви и коефицијент пригушења.

Експериментална поставка

На располагању су вам:

1. Сталак са учвршћеним цревом у коме ћете посматрати осциловање воденог стуба. На сталак је причвршћен део метарске траке за одређивање положаја менискуса течности.
2. Регулатор висине воденог стуба који се по потреби навлачи приближно 0.5 cm на десни крак црева. Дувањем кроз стерилисано танко црево ниво воде у десном краку спустите мало више него што је потребно. Фино подешавање на потребни ниво вршите померањем точкића - испуштањем удубаног ваздуха.
3. Шприц запремине 50 ml којим сипате у црево одређену потребну количину воде.
4. Две пластичне чаше. Једна са водом, а друга за испуштање воде из црева.
5. Штоперица (хронометар).

Напомена: Када год мислите да је потребно, воду из црева можете испразнити извртањем целокупне поставке.

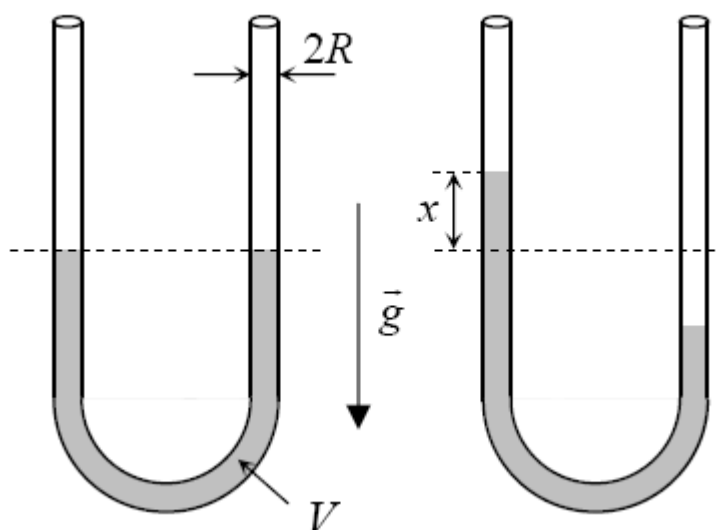
Штоперица се стартује притиском на тастер “D”, стопира такође притиском на тастер “D”, а ресетује притиском на тастер “S”.



Теоријски модел

У равнотежи, ниво воде у два крака U цеви је једнак. Када се систем изведе из равнотеже и пусти, ниво воде x осцилује око равнотежног положаја. Није тешко показати да су у одсуству трења ове осцилације хармонијске: $x = A \cos \omega_0 t$, са периодом осциловања $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$, који је дат

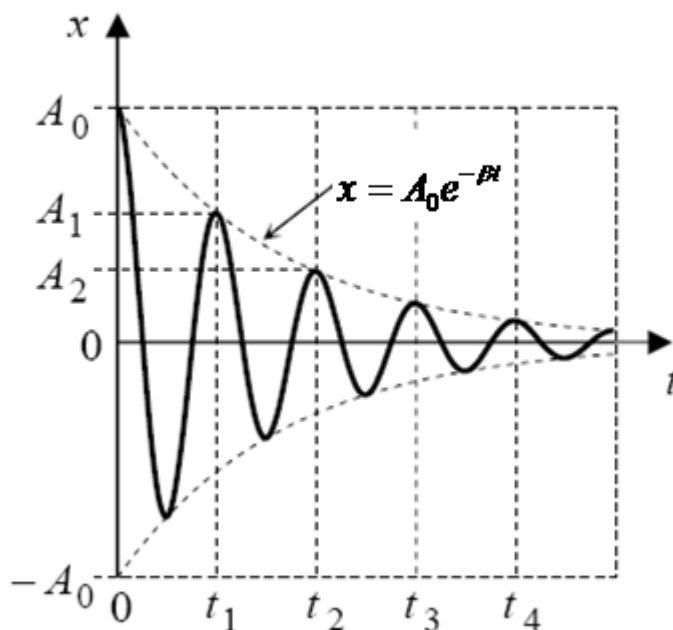
изразом $T_0^2 = \frac{2\pi}{gR^2} V$ где је g гравитационо убрзање, R радијус цеви, а V запремина воде.



Слика 1. Приказ воде у U цеви

У одсуству трења, A је амплитуда која је константна током времена. У реалном случају постоји трење између воде и зидова цеви. Ако сматрамо да је сила трења пропорционална брзини воде у цеви, решавањем диференцијалне једначине добијамо зависност елонгације од времена $x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$, где су: A_0 - амплитуда у почетном тренутку, β - коефицијент пригушења и ω фреквенција пригушених осцилација. Видимо да амплитуда опада током времена и након целог броја периода $t_n = nT$ износи $A_n = A_0 e^{-\beta t_n}$.

Услед интеракције течности и зидова суда, сви слојеви течности не осцилују на исти начин, већ површински слој уз зидове суда остаје да мирује. То за последицу има да је ефективни радијус осцилујућег стуба течности мањи од реалног радијуса цеви и период осциловања можемо написати као: $T^2 = \frac{2\pi}{gR_{ef}^2} V$, $R_{ef} < R$ и $T > T_0$. Фреквенција слободних и пригушених осцилација и коефицијент пригушења су повезани једначином $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$.



Слика 2. Пригушене осцилације

У првом делу експеримента урадићете серију мерења како бисте измерили ефективни и реални радијус цеви. У другом делу ћете мерити коефицијент пригушења на два начина.

Задатак 1. Одређивање радијуса и ефективног радијуса црева

Помоћу шприца којег имате на столу, додајте воду у цев тако да запремине буду редом

$$V = 30, 40, 50, 60, 70 \text{ и } 80 \text{ cm}^3$$

Урадите то тако да грешка мерења буде што је могуће мања.

У сваком од ових случајева:

1.А. Мерење унутрашњег пречника црева (несавијеног) (4 поена)

Осмислите начин на који можете, што је могуће тачније, измерити унутрашњи пречник несавијеног дела цеви (приближно кружни пресек). При томе користите воду. Процените грешку мерења.

1.Б Мерење ефективног радијуса црева R_{ef} (4 поена)

Мерите штоперицом период осцилација стуба за различите количине воде.

Из одговарајуће линеарне зависности мерених величина одредите ефективни полупречник црева R_{ef} . Процените грешку мерења.

Задатак 2. Одређивање коефицијента пригушења - први начин (8 поена)

Сипајте 60 cm^3 воде у црево. Поставите регулатор нивоа на десни крак црева. Ослободите проток ваздуха кроз танко црево померањем точкића. Дувањем у танко црево ниво воде у десном краку спустите за мало више од 20 cm испод равнотежног. Померањем точкића прекините проток ваздуха. Пажљивим померањем точкића регулатора пустите ваздух у црево и подесите ниво воде у десном краку на око 20 cm испод равнотежног нивоа.

На описани начин сте дефинисали почетну амплитуду осциловања воденог стуба A_0 .



**8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.**

Друштво физичара Србије



**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије НОВИ САД
10-11.05.2014.**

Скидањем регулатора са црева водени стуб почиње да осцилује.

А. Мерите амплитуде током даљег осциловања. Понављајте процес колико год пута мислите да је потребно да бисте добили што је могуће боље резултате. **(4 поена)**

Б. Направите одговарајућу линеаризацију и из добијених података графички одредите коефицијент пригушења β . Процените грешку мерења. **(4 поена)**

Задатак 3. Одређивање коефицијента пригушења - други начин (4 поена)

Одредите сопствене фреквенције које би имали стубови воде из првог дела када би треће било занемарљиво. Из линеаризоване зависности фреквенције пригушених од фреквенције сопствених осцилација одредите коефицијент пригушења. Процените грешку мерења
Прокоментаришите који од два метода (задатак 2 или задатак 3) даје тачнији резултат.

Задатак припремили: Проф. др Мићо Митровић и Александра Димић, Физички факултет, Београд

Рецензент: Бранислава Мисаиловић и Биљана Радиша, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Свим такмичарима желимо успешан рад!



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**
10-11.05.2014.

РЕШЕЊЕ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ЗАДАТКА

Задатак 1.

1.А. Најбољи начин је из промене положаја менисуса стуба течности са променом количине течности у њему, измерити унутрашњи полупечник црева. Овде можемо искористити линеаризацију $\Delta l = \frac{1}{2R^2\pi} \Delta V$. **(1п)**

Напомена: За друге начине проценити адекватност коришћеног метода.

Табела 1. Висине нивоа течности при одговарајућим запреминама

l [cm]	V [cm ³]
39.5	30
33.1	40
26.5	50
19.8	60
13.4	70
6.5	80

За очитане вредности као у табели 1. дати 0.3 поена.

Табела 2. Промена висине стуба течности у зависности од промене запремине

Δl [cm]	$\Delta(\Delta l)$ [cm]	ΔV [cm ³]	$\Delta(\Delta V)$ [cm ³]
6.4	0.2	10	1
13.0	0.2	20	1
19.7	0.2	30	1
26.1	0.2	40	1
33.0	0.2	50	1

Грешку очитавања за $\Delta(\Delta l)$ [cm] може се проценити као два или један подеок **0.2 cm** или **0.1 cm**, док за грешку за запремину не можемо проценити мање од половине најмањег подеока на шприцу (**1 cm³** или **0.5 cm³**). За прву и трећу колону **0.3**, за другу и четврту по **0.1 п.** (укупно **0.8п**)

За коректно нацртан график дати 1 поен.

Избор експерименталних тачака је А(14.0 cm³, 9.2 cm), В(44.0 cm³, 29.0 cm). **(0.2п)** Добијамо да је

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(29.0 - 9.2) \text{ cm}}{(44 - 14) \text{ cm}^3} = 0.660 \text{ cm}^{-2}. \quad \textbf{(0.2п)}$$

Даље имамо $\Delta k = \left(\frac{2\Delta x}{|x_B - x_A|} + \frac{2\Delta y}{|y_B - y_A|} \right) k$, $\Delta k = \left(\frac{2 \cdot 1 \text{ cm}^3}{30 \text{ cm}^3} + \frac{2 \cdot 0.2 \text{ cm}}{19.8 \text{ cm}} \right) \cdot 0.660 \text{ cm}^{-2} \Rightarrow \Delta k = 0.0573 \text{ cm}^{-2} \Rightarrow \Delta k = 0.06 \text{ cm}^{-2} \quad \textbf{(0.1п)}$

односно $k = (0.66 \pm 0.06) \text{ cm}^{-2}$. Полупречник и грешку за полупречник једноставно рачунамо по следећим

формулама
$$R = \sqrt{\frac{1}{2k\pi}} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 0.660 \text{ cm}^{-2} \cdot 3.14}} = 0.491 \text{ cm} \quad \textbf{(0.3п)},$$

, $\Delta R = \sqrt{\frac{1}{2k\pi}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k} = 0.491 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{0.057 \text{ cm}^{-2}}{0.660 \text{ cm}^{-2}} = 0.028 \text{ cm} \quad \textbf{(0.1п)}$ одакле добијамо $R = (0.49 \pm 0.03) \text{ cm}$.



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије НОВИ САД
10-11.05.2014.

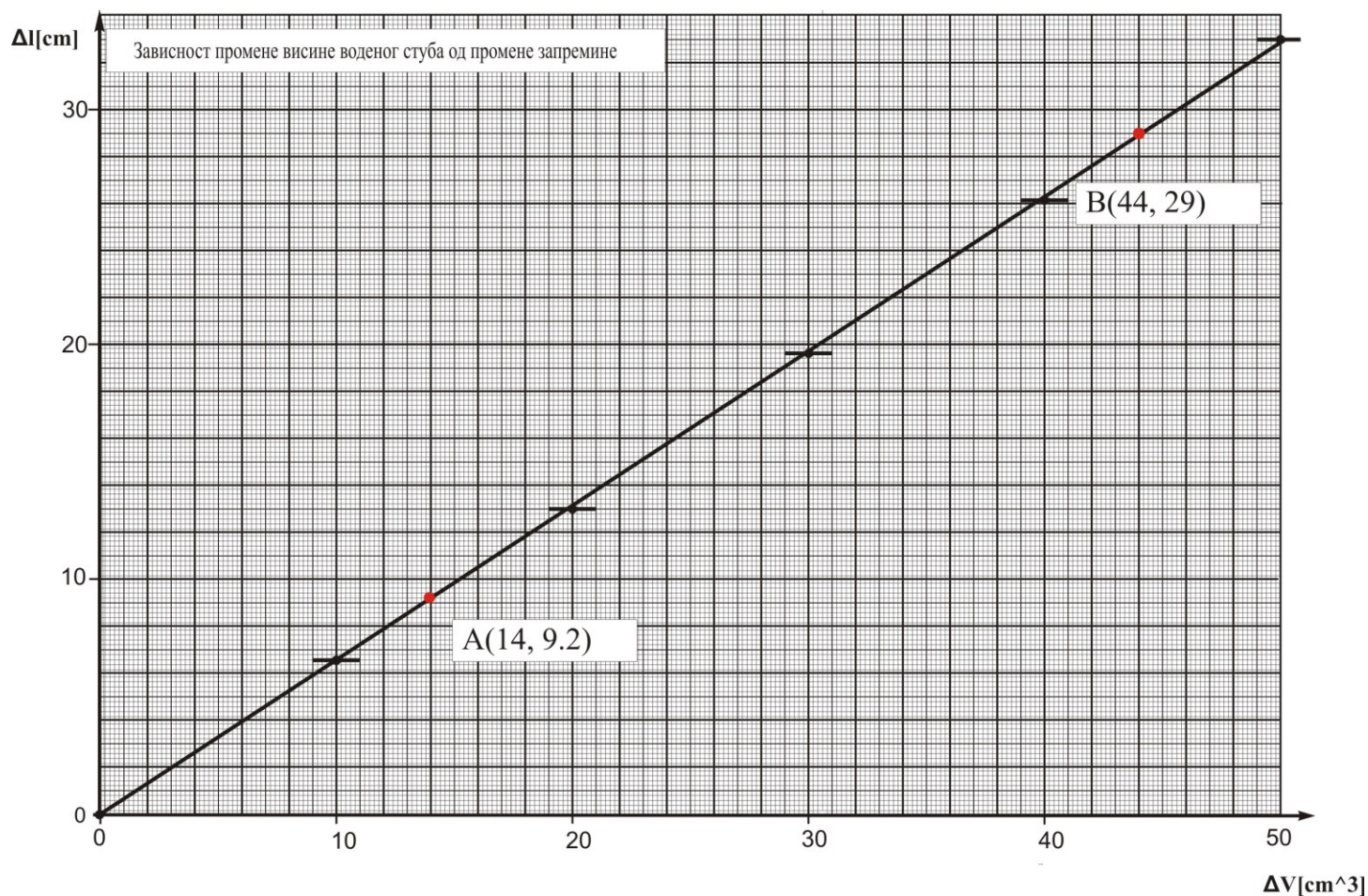


График 1.

1.Б За сваку запремину четири пута је мерен период тако што је мерено време за 4 осцилације. Прихватљиве 3 осцилације. Ако је рађено за 1 осцилацију, свуда где се бодују грешке дати 0 поена, а за резултате трећину од предвиђеног броја поена. Резултати су дати у табели 3.

Лоше мерење - пригушење због вискозности ваздуха и слично 0 поена

Табела 3. Мерење периода осциловања при различитим запреминама:

V [cm ³]	ΔV [cm ³]	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_4 [s]	t_{sr} [s]		Δt [s]		T [s]		ΔT [s]	
30	0.5	3.60	3.78	3.60	3.69	3.67	3.7	0.12	0.2	0.917	0.92	0.028	0.03
40	0.5	4.15	4.06	4.06	4.32	4.14	4.1	0.17	0.2	1.037	1.04	0.043	0.05
50	0.5	4.52	4.69	4.46	4.69	4.59	4.6	0.13	0.2	1.148	1.15	0.032	0.04
60	1	5.25	5.25	5.19	5.18	5.217	5.22	0.033	0.04	1.304	1.30	0.0083	0.01
70	1	5.72	5.65	5.66	5.69	5.680	5.68	0.040	0.04	1.420	1.42	0.010	0.01
80	1	6.00	6.12	6.03	5.97	6.030	6.03	0.090	0.09	1.508	1.51	0.022	0.03

За грешку мерења времена мора се узети највећа од вредности за максимално одступање од средње



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије НОВИ САД
10-11.05.2014.

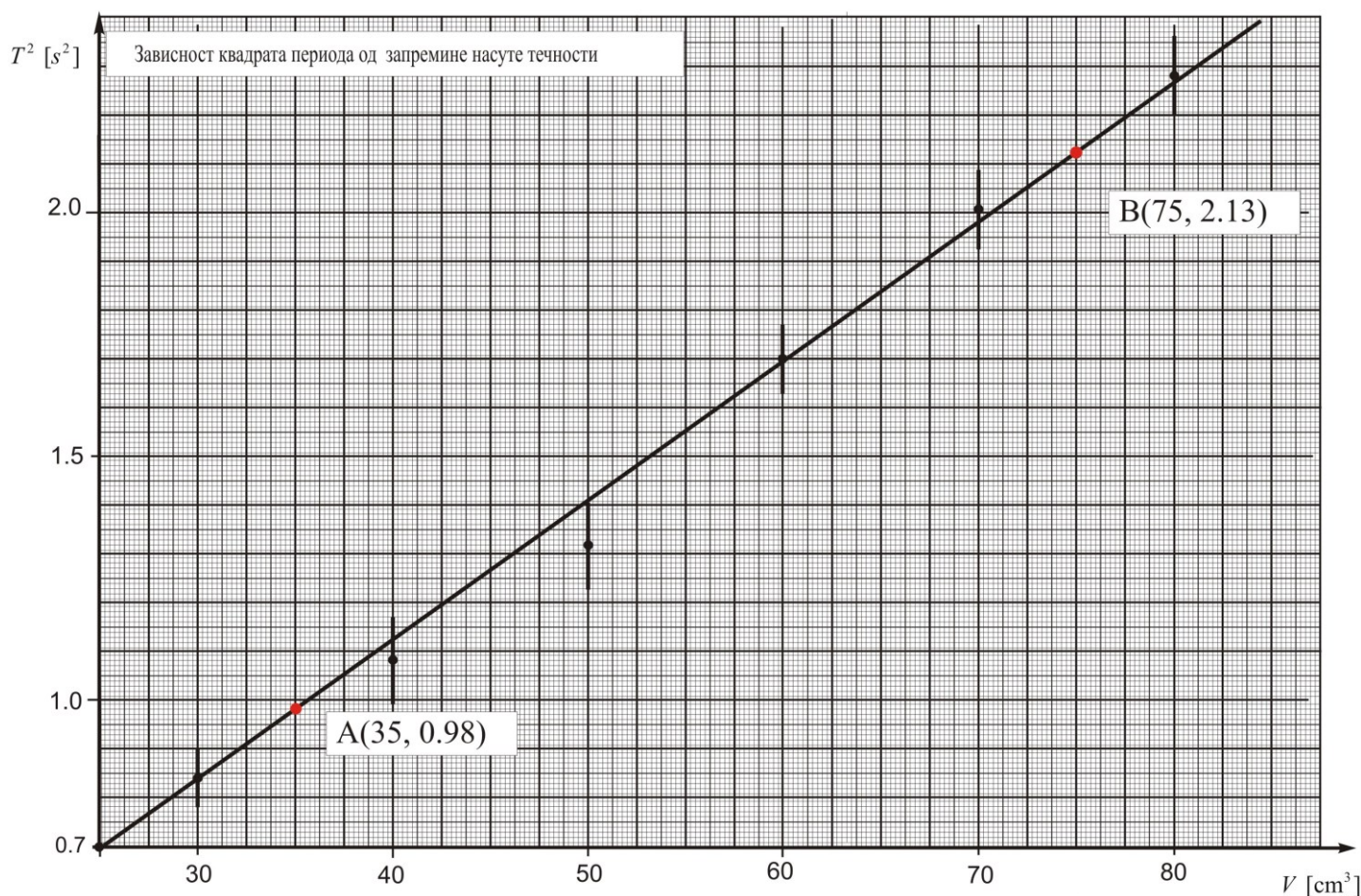
вредности.

За коректно изведена мерења и табелу 3. дати 1.3 поен. Неправилно заокруживање, лоша процена грешке и сл. -0.1п.

Табела 4. Табела за вредности за график 2.

V [cm^3]	ΔV [cm^3]	T^2 [s^2]	ΔT^2 [s^2]
30	0.5	0.84	0.06
40	0.5	1.08	0.09
50	0.5	1.32	0.08
60	1	1.70	0.07
70	1	2.01	0.08
80	1	2.27	0.08

За табелу која има форму и вредности исте или сличне вредностима из табеле 4 дати 0.4 поена, по 0.2 за трећу и четврту колону.



За исправно нацртан график дати 1 поен.

Избор експерименталних тачака је $A(35 \text{ cm}^3, 0.98 \text{ s}^2)$, $B(75 \text{ cm}^3, 2.13 \text{ s}^2)$. (0.2п) Добијамо да је



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**
10-11.05.2014.

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(2.13 - 0.98) \text{ s}^2}{(75 - 35) \text{ cm}^3} = 0.02875 \text{ s}^2/\text{cm}^3. \text{ (0.3п)}$$

Даље имамо

$$\Delta k = \left(\frac{\Delta x_A + \Delta x_B}{|x_B - x_A|} + \frac{\Delta y_A + \Delta y_B}{|y_B - y_A|} \right) k, \Delta k = \left(\frac{2 \cdot 0.5 \text{ cm}^3}{40 \text{ cm}^3} + \frac{(0.09 + 0.08) \text{ s}^2}{1.15 \text{ s}^2} \right) \cdot 0.02875 \text{ s}^2/\text{cm}^3 \Rightarrow \Delta k = 0.00496 \text{ s}^2/\text{cm}^3 \Rightarrow \Delta k = 0.005 \text{ s}^2/\text{cm}^3 \text{ (0.1п)}$$

односно $k = (0.029 \pm 0.005) \text{ s}^2/\text{cm}^3$. Ефективни радијус и грешку рачунамо по следећим формулама

$$R_{ef} = \sqrt{\frac{2\pi}{gk}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.14}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot 0.02875 \frac{\text{s}^2}{\text{cm}^3}}} = 0.472 \text{ cm} \text{ (0.5п)},$$

$$\Delta R_{ef} = \sqrt{\frac{2\pi}{gk}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta k}{k} = 0.472 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{0.00496 \text{ s}^2/\text{cm}^3}{0.02875 \text{ s}^2/\text{cm}^3} = 0.040 \text{ cm} \text{ (0.2п)} \text{ одакле добијамо } R_{ef} = (0.47 \pm 0.04) \text{ cm}.$$

Задатак 2.

А. Референтни равнотежни положај течности био је на $r_0 = (19.5 \pm 0.1) \text{ cm}$. **(0.2п)**

За почетну амплитуду узето је $A_0 = (20.5 \pm 0.2) \text{ cm}$. **(0.2п)** Мерена је амплитуда, односно положај течности

након $\frac{(2n+1)T}{2}$, $n=0,1,2,3,4$ и добијени су резултати приказани у табели 4.

Табела 4. Положаји амплитуде пригушених осцилација

$t[s]$	$r_1[cm]$	$r_2[cm]$	$r_3[cm]$	$r_{sr}[cm]$		$\Delta r[cm]$	
$T/2$	5.9	6.0	5.9	5.933	5.9	0.067	0.1
$3T/2$	12.4	12.5	12.4	12.433	12.4	0.067	0.1
$5T/2$	15.8	16.0	15.9	15.900	15.9	0.1	0.1
$7T/2$	17.8	17.7	17.7	17.733	17.7	0.067	0.1

Мора се водити рачуна о томе да је сигурна грешка читавања у сваком од случајева 0.1 cm.

За табелу 4 дати 2 поена.

Амплитуду и грешку за амплитуду добијамо као $A_i = r_0 - r_{sr}$, $\Delta A_i = \Delta r_0 + \Delta r_i$. Резултати су дати у табели 5.

Табела 5.

$t[s]$	$A[cm]$	$\Delta A[cm]$
0.65	13.6	0.2
1.95	7.1	0.2
3.25	3.6	0.2
4.55	1.8	0.2

За табелу 5. дати 1.6 поена. По 0.8п за колоне 3 и 4.

Протекло време је једнако бројном умношку периода који се не мењају. Њихова бројна вредност није од значаја, па ни грешка њиховог мерења.

Б. Пошто имамо да је $A = A_0 e^{-\beta t}$, одатле добијамо тражену линеарну зависност $\beta t = \ln \frac{A_0}{A}$ **(0.2п)**. Грешку за

логаритам рачунамо као $\Delta(\ln \frac{A_0}{A}) = \frac{\Delta A_0}{A_0} + \frac{\Delta A}{A}$. **(0.2п)**



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**
10-11.05.2014.

Табела 6. Логаритам амплитуде у зависности од времена

$t[s]$	$\ln \frac{A_0}{A}$	$\Delta(\ln \frac{A_0}{A})$		
0.65	0.41036	0.41	0.02446	0.03
1.95	1.06033	1.06	0.03793	0.04
3.25	1.73949	1.74	0.06531	0.07
4.55	2.43264	2.43	0.12087	0.13

За табелу дати 1.6 поена, по 0.8п за трећу и четврту колону.

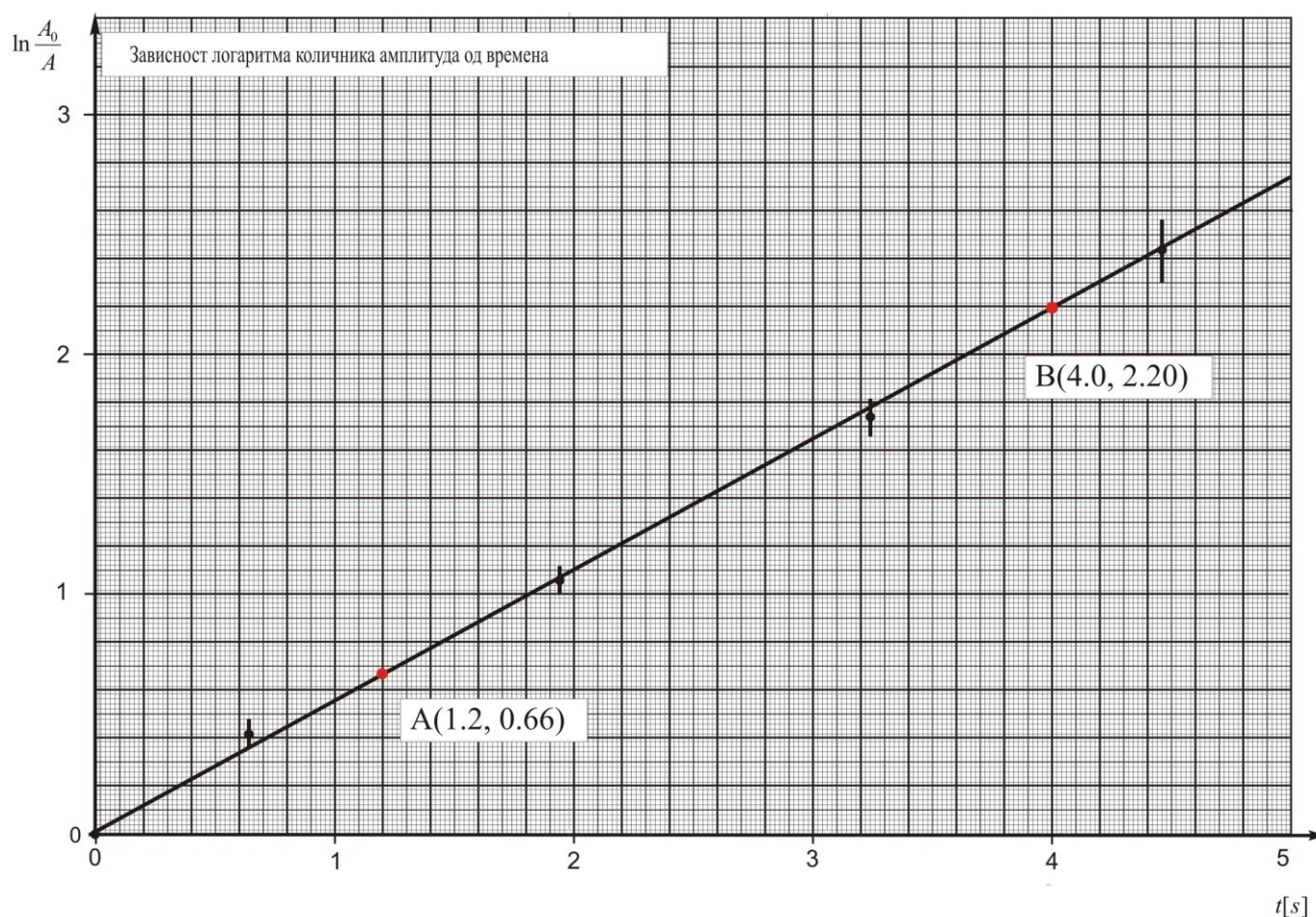


График 3.

За исправно нацртан график дати 1 поен.

Избор експерименталних тачака је $A(1.2 \text{ s}, 0.66)$, $B(4.0 \text{ s}, 2.20)$. **(0.2п)** Добијамо да је

$$\beta = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(2.20 - 0.66)}{(4.0 - 1.2) \text{ s}} = 0.550 \text{ s}^{-1}. \text{ (0.6п)}$$

Даље имамо $\Delta\beta = \frac{\Delta y_A + \Delta y_B}{|y_B - y_A|} \beta$, $\Delta\beta = \frac{0.17}{1.54} \cdot 0.550 \text{ s}^{-1} \Rightarrow \Delta\beta = 0.060 \text{ s}^{-1} \Rightarrow \Delta\beta = 0.06 \text{ s}^{-1}$ **(0.2п)** односно $\beta = (0.55 \pm 0.06) \text{ s}^{-1}$.



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије **НОВИ САД**
10-11.05.2014.

Задатак 3.

Из теоријске зависности имамо $\omega_0^2 = \frac{2\pi g R_0^2}{V}$ **(0.2п)**, и одговарајућу грешку $\Delta(\omega_0^2) = \frac{2\pi g R_0^2}{V} \left(2 \frac{\Delta R_0}{R_0} + \frac{\Delta V}{V} \right)$

(0.1п) Са друге стране је $\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$ **(0.1п)** а одговарајућа грешка износи $\Delta(\omega^2) = \omega^2 \frac{2\Delta T}{T}$ **(0.1п)**.

Табела 7. Квадрати угаоних фреквенција осциловања

$\omega^2 [\text{s}^{-2}]$		$\Delta \omega^2 [\text{s}^{-2}]$		$\omega_0^2 [\text{s}^{-2}]$		$\Delta \omega_0^2 [\text{s}^{-2}]$	
47.0	47	3.4	4	49.33098	49	6.1	7
36.7	37	3.0	3	36.99824	37	4.6	5
30.0	30	1.8	2	29.59859	30	3.7	4
23.2	23	1.0	1	24.66549	25	3.1	4
19.58	19.6	0.78	0.8	21.14185	21	2.6	3
17.37	17.4	0.61	0.7	18.49912	18	2.3	3

За комплетну табелу 7. дати 1.2 поена, 0.4 за колоне 1 и 3, а по 0.2 за колоне 2 и 4.

Због поделе и једноставности цртања графика, узећемо зависност $\omega_0^2 = \omega^2 - \beta^2$.



8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.

Друштво физичара Србије



Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије НОВИ САД
10-11.05.2014.

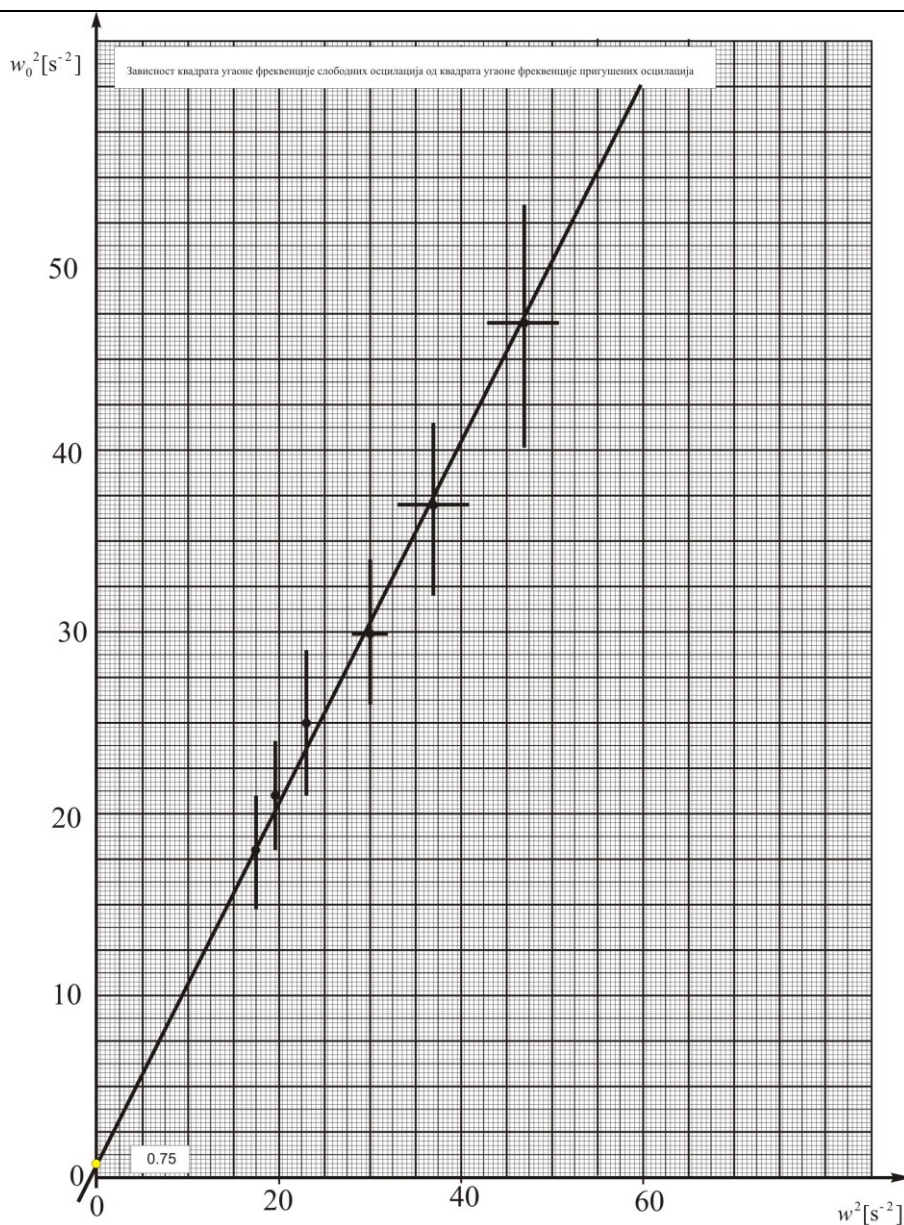


График 4.

За исправно нацртан график дати 1 поен.

Са графика можемо прочитати $\beta^2 = 0.75 \text{ s}^{-2}$ (0.3п) са грешком која одговара грешки најближе тачке читавања, или максималној грешци на апсциси, $\Delta(\beta^2) = 3 \text{ s}^{-2}$ (0.3п). Видимо да је процењена грешка мерења већа од измерене вредности. То значи да је резултат мерења сасвим непоуздан (0.4п)
Према томе, закључујемо да је први метод мерења много бољи (0.3п).



**8. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2013/2014. ГОДИНЕ.**

Друштво физичара Србије



**Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије НОВИ САД
10-11.05.2014.**

Напомена за оцењивање графика:

- Координатне осе треба цртати по ивицама милиметарског папира **[-0.05п]**
- График приказан без наслова **[-0.05п]** (наслов није $y = f(x)$)
- Лоша размера величине графика **[-0.05п]** (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Лоша размера подеока **[-0.05п]** (1 mm на милиметарском папиру може да одговара ... 0.05; 0.1; 0.2; 0.4; 0.5; 1; 2; 4; 5; 10 ... јединица величине која се приказује)
- Осе нису обележене и недостају јединице **[-0.05п]** (за сваку осу)
- Унете су мерене бројне вредности на осе **[-0.05п]**
- Повлачене линије од нанетих тачака **[-0.05п]**
- Ако прва изабрана тачка није између прве и друге експерименталне тачке **[-0.05п]**
- Ако друга изабрана тачка није између претпоследње и последње експерименталне тачке **[-0.05п]**
- Изабране тачке нису у мереном опсегу **[-0.1п]**
- На график се не уносе апсолутне грешке ако су мање од вредности најмањег одговарајућег подеока графика. За сваку унуту апсолутну грешку која је мања од најмањег подеока **[-0.03п]**