

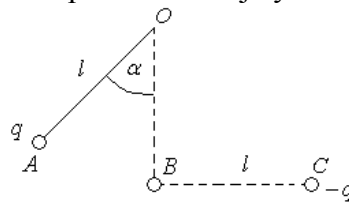


1. Играч голфа изводи два удараца. У првом упућује лоптицу под углом од 60° према хоризонталу. После ког времена играч треба да изведе други ударац у истом смеру, под углом од 45° према хоризонталу, да би се лоптице судариле у лету? Почетна брзина лоптица у оба случаја износи $v_0 = 70 \text{ m/s}$.

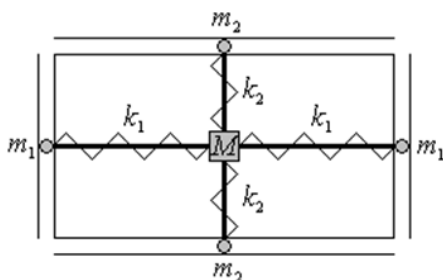
2. На лакој неистегљивој нити OA направљеној од изолатора дужине l (окаченој у тачки O) виси куглица масе m и наелектрисања q . У тачки C је учвршћена друга куглица наелектрисања $-q$ као што је приказано на слици 1. Прва куглица се пусти без почетне брзине из тачке A у којој нит заклапа са вертикалом угао $\alpha = 45^\circ$. Ако је $OB = BC = l$ и ако тачке A , B и C леже у једној равни, одредити силу затезања нити у тренутку када прва куглица пролази кроз тачку B .

3. Систем приказан на слици 2 (а) се састоји од тела масе M кроз које су на различитим местима провучена два лака штапа тако да се међусобно не додирују. На крајевима штапова су причвршћене куглице маса m_1 и m_2 које могу да клизе по унутрашњости фиксираних цеви. Тело је са куглицама повезано опругама коефицијената еластичности k_1 и k_2 као на слици. Одредити однос k_1 и k_2 ако тело масе M описује трајекторију приказану на слици 2 (б), такозвану Лисажову фигуру. Цео систем се налази у хоризонталној равни, и трења су занемарљива.

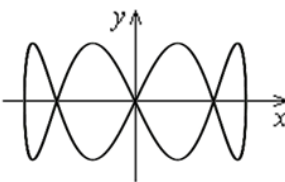
4. Хомоген метални штап масе $m = 1 \text{ kg}$ и дужине $H = 0,74 \text{ m}$ обешен је једним крајем о тачку O тако да око ње може слободно да ротира у равни цртежа. Штап додирује жицу чија отпорност по јединици дужине износи $r = 1 \Omega/\text{m}$ и која је постављена на удаљеност $h = 0,5 \text{ m}$ од тачке O . Почетак жице A налази се на $L = 1 \text{ m}$ од тачке додира жице и штапа када је штап постављен у вертикалан положај. Цео систем се налази у хомогеном магнетном пољу индукције $B = 1 \text{ T}$ чији је правац нормалан на раван цртежа и смер према цртежу. Занемарити све отпорности у колу, осим отпорности поменуте хоризонталне жице. Сви делови кола, осим штапа, фиксирани су. Сматрати да Амперова сила делује у тачки која се налази на средини дела штапа кроз који тече струја. Занемарити међусобну интеракцију проводника. Одредити електромоторну силу батерије ако штап отклоњен за угао $\alpha = 30^\circ$ од вертикале остаје у том положају (слика 3).



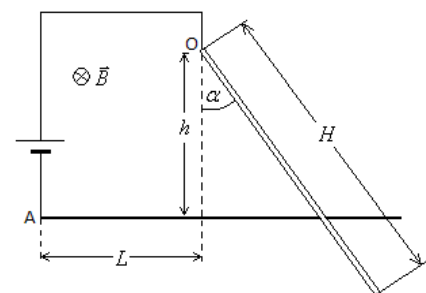
Слика 1.



Слика 2.а



Слика 2.б



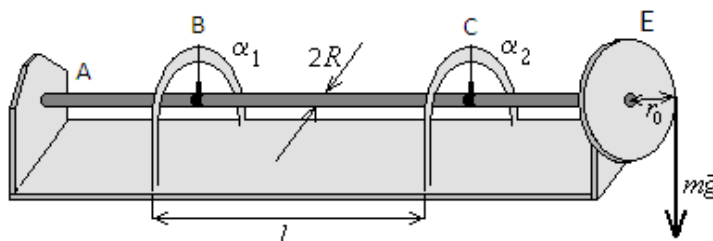
Слика 3.



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



5. Модуо смицања шипке статичком методом се одређује помоћу апаратуре приказане на слици. Цилиндрична шипка константног попречног пресека, чији модуо смицања се одређује, је на крају А чврсто везана са непомичним постољем, док је на крају D чврсто везана са диском Е, који се може обртати око своје осе са занемарљивим трењем. Око диска Е обмотана је метална сајла на чијем крају је носач тегова занемарљиве масе. На носач се стављају тегови различитих маса и тако се образује статички момент који уврће шипку за изврстан угао. За мерење угла увртања шипке служе две казаљке – В и С, које су учвршћене на почетку и на крају дела шипке на којем се врши мерење, и показују углове увртања на лучним скалама.



Релација која повезује модуо смицања G и торзиону константу c за увртање једног цилиндричног штапа или жице је дата обрасцем: $G = \frac{2lc}{\pi R^4}$, где је l - дужина штапа или жице, R - полупречник штапа или жице, а c торзиона константа. Торзиона константа се одређује релацијом $c = \frac{M}{\alpha}$, где је M - одговарајући момент спрега сила (односно у овом експерименту момент тежине тега којим вршимо оптерећење на шипку преко диска Е) у односу на осу ротације и угла увртања α .

У табели су приказане вредности угла увртања у положају казаљке С (α_2) и на крају мерене дужине шипке, у положају казаљке В (α_1), за дато оптерећење (теговима одређених маса).

Вредност угла увртања на датој дужини шипке је једнака разлици очитаних углова $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$.

m [kg]	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00
α_1 [°]	2,1	2,9	3,8	5,0	5,9
α_2 [°]	4,3	7,2	10,4	14,1	17,1

НАПОМЕНА: Вредности угла α изразити у радијанима.

$R = (3,20 \pm 0,01) \text{ mm}$, $r_0 = (47,60 \pm 0,01) \text{ mm}$, $l = (50,0 \pm 0,1) \text{ cm}$.

- Изразити везу између угла увртања и масе тега којим се врши оптерећење.
- Добијену линеарну зависност приказати на графику.
- Користећи график, одредити модуо смицања шипке и проценити апсолутну грешку мерења.
Апсолутне грешке мерених величина су: $\Delta m = 0,01 \text{ kg}$ и $\Delta \alpha_1 = \Delta \alpha_2 = 0,1^\circ$.

Сви задаци носе по 20 поена.

Задатке припремила: Ивана Ранчић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



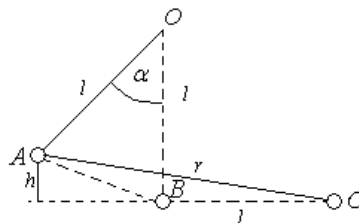
III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – бозонска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
26-27.04.2014.

1. Компоненте почетне брзине првог хица износе: $v_{0x1} = \frac{1}{2}v_0$ (1), $v_{0y1} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ (1), а другог: $v_{0x2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$ (1) и $v_{0y2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$ (1). Ако протичање времена посматрамо од тренутка упућивања друге лоптице, у тренутку када она путује време t , прва лоптица путује $t + \Delta t$, па њихове једначине кретања имају облик: $x_1 = \frac{1}{2}v_0(t + \Delta t)$ (1), $y_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0(t + \Delta t) - \frac{1}{2}g(t + \Delta t)^2$ (1) и $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0t$ (1), $y_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (1). До судара куглица долази ако у истом тренутку имају једнаке координате. Из једнакости $x_1 = x_2$ (2), може се добити време путовања друге куглице до судара $t = \frac{\Delta t}{\sqrt{2} - 1}$ (3). Из једнакости $y_1 = y_2$ (2), елиминацијом t , може се одредити тражено време $\Delta t = \frac{v_0}{g} \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ (4), $\Delta t \approx 3,08\text{s}$ (1).

2. Други Њутнов закон се за прву куглицу може написати у облику $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_e$ (1). Пошто се куглица креће по кружници полупречника l , њено централно убрзање износи $a_c = \frac{v^2}{l}$ (1). Када куглица пролази кроз тачку B на њу делује Кулонова сила у хоризонталном правцу, а њено централно убрзање је вертикално па је $ma_c = \frac{mv^2}{l} = T - mg$ па је $T = \frac{mv^2}{l} + mg$ (2). Закон одржања енергије за кретање куглице из тачке A у тачку B може се изразити преко одговарајућих кинетичких, гравитационих потенцијалних и електростатичких потенцијалних енергија: $E_{kA} + E_{pgA} + E_{peA} = E_{kB} + E_{pgB} + E_{peB}$ (1), $E_{kA} = 0$ (0,5), $E_{pgA} = mgh$ (0,5), $E_{peA} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{r}$ (0,5), $E_{kB} = \frac{mv^2}{2}$ (0,5), $E_{pgB} = 0$ (0,5), $E_{peB} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{l}$ (0,5). Са слике се види да је $h = l(1 - \cos \alpha) = l(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$ (2) и $r = \sqrt{h^2 + (l \sin \alpha)^2} = l\sqrt{3}$ (2), па из закона одржања енергије следи израз: $mgl(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{l\sqrt{3}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{l}$ (3), заменом mv^2 из ове једначине у израз за силу затезања добија се: $T = (3 - \sqrt{2})mg + \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{q^2}{l^2} (1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$ (5).



Слика уз решење 2. задатка

3. Пројекција једначине кретања тела на x -осу је $Ma_x = N_x - 2k_1x$ (2), где је N_x сила којом вертикалан штап делује на тело. Једначина кретања вертикалног штапа је $2m_2a_x = -N_x$ (2), одакле се добија $(M + 2m_2)a_x + 2k_1x = 0$ (1) па тело у правцу x -осе хармонијски осцилује са кружном фреквенцијом $\omega_x = \sqrt{\frac{2k_1}{M + 2m_2}}$ (2). У правцу y -осе: $Ma_y = N_y - 2k_2y$ (2), $2m_1a_y = -N_y$ (2), $(M + 2m_1)a_y + 2k_2y = 0$ (1), $\omega_y = \sqrt{\frac{2k_2}{M + 2m_1}}$ (2). На основу облика



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



трајекторије тела за време једног периода осцилација x -координате прођу четири периода осцилација y -координате: $T_x = 4T_y$, односно $\omega_y = 4\omega_x$ (3). За тражени однос се добија $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{16} \frac{M + 2m_2}{M + 2m_1}$ (3).

4. Отпорност дела жице кроз који протиче струја износи $R = r(L + x) = r(L + htg\alpha)$ (2), па према Омовом закону кроз штап протиче струја: $I = \frac{E}{R} = \frac{E}{r(L + htg\alpha)}$ (2). Дужина дела штапа кроз који протиче струја износи:

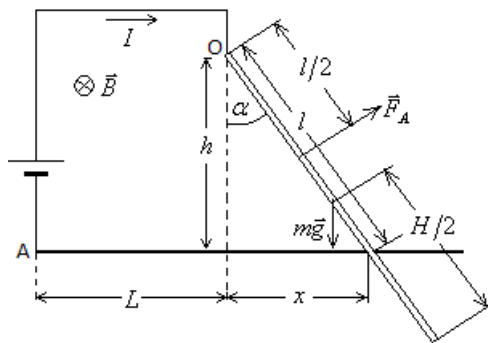
$$l = \sqrt{h^2 + x^2} = h\sqrt{1 + tg^2\alpha} \quad (2). \text{ Интензитет Амперове силе која делује на штап износи } F_A = IB = \frac{h\sqrt{1 + tg^2\alpha}}{r(L + htg\alpha)} EB \quad (2).$$

Да би штап био у равнотежи момент силе Земљине теже и Амперове силе треба да буду једнаки $M_1 = M_2$ (2).

Моменти силе Земљине теже и Амперове силе износе: $M_1 = mg \frac{H}{2} \sin\alpha$ (3) и

$$M_2 = F_A \frac{l}{2} = \frac{I^2 B}{2} = \frac{h^2 EB(1 + tg^2\alpha)}{2r(L + htg\alpha)} \quad (3). \text{ Тражена ЕМС је } E = \frac{mgHr(L + htg\alpha) \sin\alpha}{Bh^2(1 + tg^2\alpha)} \quad (3), E \approx 14 \text{ V} \quad (1).$$

НАПОМЕНА: Признаје се свако тачно решење где је E изражено преко познатих величина. На пример, $\cos^2\alpha = 1/(1 + tg^2\alpha)$ па је $E = \frac{mgHr(L + htg\alpha) \sin\alpha}{Bh^2} \cos^2\alpha$.



Слика уз решење 4. задатка

5. а) Тражену релацију добијамо комбинацијом датих израза $G = \frac{2lc}{\pi R^4}$, $c = \frac{M}{\alpha}$ и израза за момент силе $M = mgr_0$ (1)

$$\alpha = \frac{2lgr_0}{\pi R^4 G} \cdot m \quad (2) \Rightarrow \alpha = k \cdot m, \text{ где је коефицијент правца } k = \frac{2lgr_0}{\pi R^4 G}.$$

б) График (5)

m [kg]	α_1 [°]	α_2 [°]	α [°]	α [rad]
2,00	2,1	4,3	2,2	0,0384
4,00	2,9	7,2	4,3	0,0750
6,00	3,8	10,4	6,6	0,1152
8,00	5,0	14,1	9,1	0,1588
10,00	5,9	17,1	11,2	0,1954
				0,195

Правилно заокружене вредности у радијанима – (1)

Апсолутне грешке величина приказаних у табели су следеће:

$$\Delta m = 0,01 \text{ kg}, \quad \Delta \alpha_1 = \Delta \alpha_2 = 0,1^\circ, \quad \Delta \alpha = \Delta \alpha_1 + \Delta \alpha_2 = 0,2^\circ, \quad \Delta \alpha = 0,0034 \text{ rad} \approx 0,004 \text{ rad}$$

в) Одабирањем две неексперименталне тачке са праве, А – између прве и друге и В – између претпоследње и последње експерименталне тачке, на пример А(2,3 kg, 0,045 rad) и В(9,0 kg, 0,175 rad) одређује се коефицијент правца праве као:



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



$$k = \frac{\alpha_B - \alpha_A}{m_B - m_A} = \frac{0,175 - 0,045 \text{ rad}}{9,0 - 2,3 \text{ kg}} = 1,94 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \approx 1,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \quad (3).$$

Како су одговарајуће апсолутне грешке суседних експерименталних тачака (тачкама А и В) за вредности угла веће од тачности читавања одговарајућих координата са графика узимамо одговарајућу грешку мерења ($\Delta\alpha_A = \Delta\alpha_B = 0,0034 \text{ rad}$). Пошто су одговарајуће апсолутне грешке суседних експерименталних тачака (тачкама А и В) мање од вредности најмањег подеока на ординати, узимамо апсолутну грешку читавања координата са графика $\Delta m_A = \Delta m_B = 0,1 \text{ kg}$.

Апсолутна грешка израчунатог коефицијента правца је $\Delta k = \frac{\alpha_B - \alpha_A}{m_B - m_A} \left(\frac{\Delta\alpha_B + \Delta\alpha_A}{\alpha_B - \alpha_A} + \frac{\Delta m_B + \Delta m_A}{m_B - m_A} \right)$

$$\Delta k = \frac{0,175 - 0,045 \text{ rad}}{9,0 - 2,3 \text{ kg}} \left(\frac{0,0034 + 0,0034}{0,175 - 0,045} + \frac{0,1 + 0,1}{9,0 - 2,3} \right) = 1,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \approx 0,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \quad (2).$$

Коефицијент правца је $k = (1,9 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}}$.

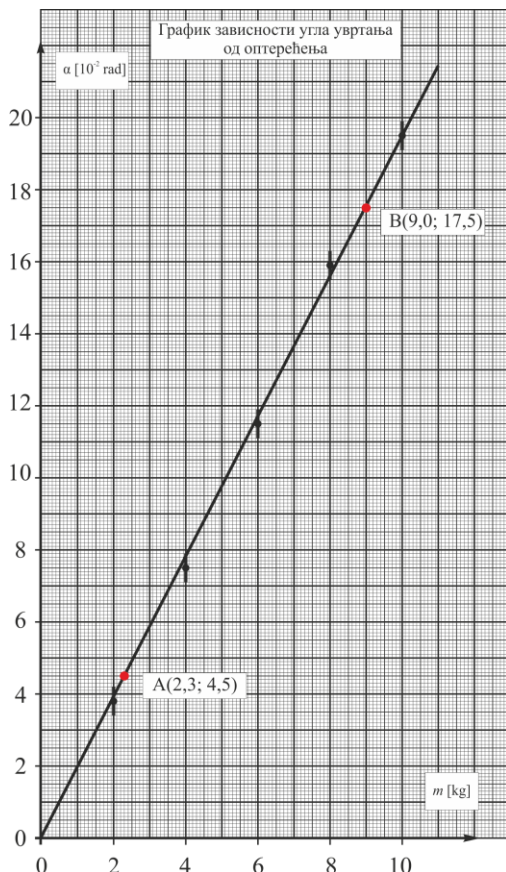
Па је модуо смицања шипке: $G = \frac{2 \lg r_0}{\pi R^4 k} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 47,6 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (3,2 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 1,94 \cdot 10^{-2}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} = 7,31 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \approx 7,3 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \quad (4),$

$$\Delta G = \frac{2k \lg r_0}{\pi R^4} \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta r_0}{r_0} + \frac{\Delta \pi}{\pi} + 4 \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta k}{k} \right)$$

$$\Delta G = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 47,6 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (3,2 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 1,94 \cdot 10^{-2}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \left(\frac{0,1}{50,0} + \frac{0,005}{9,81} + \frac{0,01}{47,60} + \frac{0,005}{3,14} + 4 \frac{0,01}{3,20} + \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{1,94} \right)$$

$$\Delta G = 1,3 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \approx 0,2 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \quad (2).$$

Модуо смицања шипке је $G = (7,3 \pm 0,2) \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}}$.



Негативни поени за график, између осталог за:

- Без наслова -0.5 (наслов није $\alpha = f(m)$)
- Лоша размера -0.5 (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Недостају јединице -0.5
- Унете на осе мерене бројне вредности -0.5
- Ако изабране тачке нису између 1. и 2, односно претпоследње и последње експерименталне -0.5
- Изабрране тачке нису у мереном опсегу -1
- Нису нанете грешке -0.5
- Лоша размера подеока -0.5

Негативни поени за рачун, између осталог за:

- Лоша размера – за коефицијент правца 50% предвиђених бодова
- Ако нису изабране добре тачке са графика – за тражене величине 50% предвиђених бодова
- Лоше заокруживање резултата или грешке, по -0.5 поена.
- Коришћење експерименталних тачака уместо тачака са графика не доноси поене, осим поена за линеаризацију.

НАПОМЕНА: Пошто график пролази кроз координатни почетак (сигурна тачка је 0,0) довољна је једна неекспериментална тачка (В), између претпоследње и последње експерименталне тачке, за одређивање коефицијента правца (грешка овог одређивања је мања). Прихватају се решења и са једном и са две неексперименталне тачке.

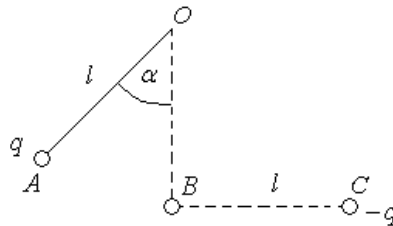


1. Играч голфа изводи два удараца. У првом упућује лоптицу под углом од 60° према хоризонталу. После ког времена играч треба да изведе други ударац у истом смеру, под углом од 45° према хоризонталу, да би се лоптице судариле у лету? Почетна брзина лоптица у оба случаја износи $v_0 = 70 \text{ m/s}$.

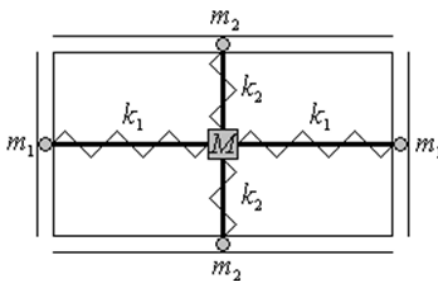
2. На лакој неистегљивој нити $O\bar{A}$ направљеној од изолатора дужине l (окаченој у тачки O) виси куглица масе m и наелектрисања q . У тачки C је учвршћена друга куглица наелектрисања $-q$ као што је приказано на слици 1. Прва куглица се пусти без почетне брзине из тачке A у којој нит заклапа са вертикалом угао $\alpha = 45^\circ$. Ако је $O\bar{B} = B\bar{C} = l$ и ако тачке A , B и C леже у једној равни, одредити силу затезања нити у тренутку када прва куглица пролази кроз тачку B .

3. Систем приказан на слици 2 (а) се састоји од тела масе M кроз које су на различитим местима провучена два лака штапа тако да се међусобно не додирују. На крајевима штапова су причвршћене куглице маса m_1 и m_2 које могу да клизе по унутрашњости фиксираних цеви. Тело је са куглицама повезано опругама коефицијената еластичности k_1 и k_2 као на слици. Одредити однос k_1 и k_2 ако тело масе M описује трајекторију приказану на слици 2 (б), такозвану Лисажуову фигуру. Цео систем се налази у хоризонталној равни, и трења су занемарљива.

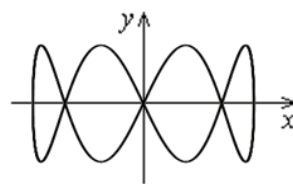
4. Одредити све струје у контури приказаној на слици 3, ако је хомогено магнетно поље нормално на раван у којој лежи контура и мења се по закону $B = B_0 - kt$. Отпор проводника по јединици дужине је r . Дужина a је позната.



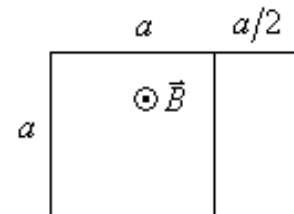
Слика 1.



Слика 2.а



Слика 2.б



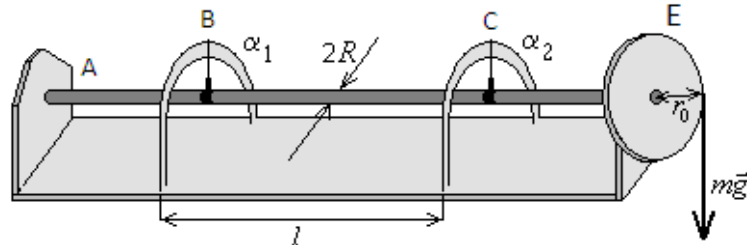
Слика 3.



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



5. Модуо смицања шипке статичком методом се одређује помоћу апаратуре приказане на слици. Цилиндрична шипка константног попречног пресека, чији модуо смицања се одређује, је на крају А чврсто везана са непомичним постољем, док је на крају D чврсто везана са диском Е, који се може обртати око своје осе са занемарљивим трењем. Око диска Е обмотана је метална сајла на чијем крају је носач тегова занемарљиве масе. На носач се стављају тегови различитих маса и тако се образује статички момент који уврће шипку за изврстан угао. За мерење угла увртања шипке служе две казаљке – В и С, које су учвршћене на почетку и на крају дела шипке на којем се врши мерење, и показују углове увртања на лучним скалама.



Релација која повезује модуо смицања G и торзиону константу c за увртање једног цилиндричног штапа или жице је дата обрасцем: $G = \frac{2lc}{\pi R^4}$, где је l - дужина штапа или жице, R - полупречник штапа или жице, а c торзиона константа. Торзиона константа се одређује релацијом $c = \frac{M}{\alpha}$, где је M - одговарајући момент спрега сила (односно у овом експерименту момент тежине тега којим вршимо оптерећење на шипку преко диска Е) у односу на осу ротације и угла увртања α .

У табели су приказане вредности угла увртања у положају казаљке С (α_2) и на крају мерене дужине шипке, у положају казаљке В (α_1), за дато оптерећење (теговима одређених маса).

Вредност угла увртања на датој дужини шипке је једнака разлици очитаних углова $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$.

$m[\text{kg}]$	2,00	4,00	6,00	8,00	10,00
$\alpha_1 [^\circ]$	2,1	2,9	3,8	5,0	5,9
$\alpha_2 [^\circ]$	4,3	7,2	10,4	14,1	17,1

НАПОМЕНА: Вредности угла α изразити у радијанима.

$R = (3,20 \pm 0,01) \text{ mm}$, $r_0 = (47,60 \pm 0,01) \text{ mm}$, $l = (50,0 \pm 0,1) \text{ cm}$.

- Изразити везу између угла увртања и масе тега којим се врши оптерећење.
- Добијену линеарну зависност приказати на графику.
- Користећи график, одредити модуо смицања шипке и проценити апсолутну грешку мерења.
Апсолутне грешке мерених величина су: $\Delta m = 0,01 \text{ kg}$ и $\Delta \alpha_1 = \Delta \alpha_2 = 0,1^\circ$.

Сви задаци носе по 20 поена.

Задатке припремила: Ивана Ранчић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



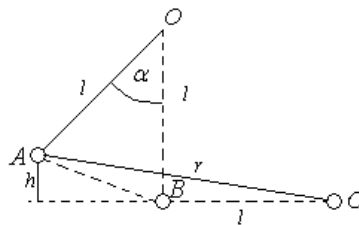
III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – фермионска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
26-27.04.2014.

1. Компоненте почетне брзине првог хица износе: $v_{0x1} = \frac{1}{2}v_0$ (1), $v_{0y1} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ (1), а другог: $v_{0x2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$ (1) и $v_{0y2} = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0$ (1). Ако протичање времена посматрамо од тренутка упућивања друге лоптице, у тренутку када она путује време t , прва лоптица путује $t + \Delta t$, па њихове једначине кретања имају облик: $x_1 = \frac{1}{2}v_0(t + \Delta t)$ (1), $y_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0(t + \Delta t) - \frac{1}{2}g(t + \Delta t)^2$ (1) и $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0t$ (1), $y_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}v_0t - \frac{1}{2}gt^2$ (1). До судара куглица долази ако у истом тренутку имају једнаке координате. Из једнакости $x_1 = x_2$ (2), може се добити време путовања друге куглице до судара $t = \frac{\Delta t}{\sqrt{2} - 1}$ (3). Из једнакости $y_1 = y_2$ (2), елиминацијом t , може се одредити тражено време $\Delta t = \frac{v_0}{g} \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}}$ (4), $\Delta t \approx 3,08s$ (1).

2. Други Њутнов закон се за прву куглицу може написати у облику $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_e$ (1). Пошто се куглица креће по кружници полупречника l , њено централно убрзање износи $a_c = \frac{v^2}{l}$ (1). Када куглица пролази кроз тачку B на њу делује Кулонова сила у хоризонталном правцу, а њено централно убрзање је вертикално па је $ma_c = \frac{mv^2}{l} = T - mg$ па је $T = \frac{mv^2}{l} + mg$ (2). Закон одржања енергије за кретање куглице из тачке A у тачку B може се изразити преко одговарајућих кинетичких, гравитационих потенцијалних и електростатичких потенцијалних енергија: $E_{kA} + E_{pgA} + E_{peA} = E_{kB} + E_{pgB} + E_{peB}$ (1), $E_{kA} = 0$ (0,5), $E_{pgA} = mgh$ (0,5), $E_{peA} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{r}$ (0,5), $E_{kB} = \frac{mv^2}{2}$ (0,5), $E_{pgB} = 0$ (0,5), $E_{peB} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{l}$ (0,5). Са слике се види да је $h = l(1 - \cos\alpha) = l(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$ (2) и $r = \sqrt{h^2 + (l \sin\alpha + l)^2} = l\sqrt{3}$ (2), па из закона одржања енергије следи израз: $mg l(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{l\sqrt{3}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q^2}{l}$ (3), заменом mv^2 из ове једначине у израз за силу затезања добија се: $T = (3 - \sqrt{2})mg + \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{q^2}{l^2} (1 - \frac{\sqrt{3}}{3})$ (5).



Слика уз решење 2. задатка

3. Пројекција једначине кретања тела на x -осу је $Ma_x = N_x - 2k_1x$ (2), где је N_x сила којом вертикалан штап делује на тело. Једначина кретања вертикалног штапа је $2m_2a_x = -N_x$ (2), одакле се добија $(M + 2m_2)a_x + 2k_1x = 0$ (1) па тело у правцу x -осе хармонијски осцилује са кружном фреквенцијом $\omega_x = \sqrt{\frac{2k_1}{M + 2m_2}}$ (2). У правцу y -осе: $Ma_y = N_y - 2k_2y$ (2), $2m_1a_y = -N_y$ (2), $(M + 2m_1)a_y + 2k_2y = 0$ (1), $\omega_y = \sqrt{\frac{2k_2}{M + 2m_1}}$ (2). На основу облика



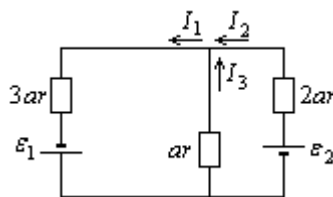
**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



трајекторије тела за време једног периода осцилација x -координате прођу четири периода осцилација y -координате: $T_x = 4T_y$, односно $\omega_y = 4\omega_x$ (3). За тражени однос се добија $\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{16} \frac{M + 2m_2}{M + 2m_1}$ (3).

4. Дату контуру у променљивом магнетном пољу можемо заменити са еквивалентним струјним колом са одговарајућим изворима ЕМС – схема еквивалентног кола (3). $\varepsilon_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{S\Delta B}{\Delta t} = Sk$ (1), па је $\varepsilon_1 = a^2k$ (1) и $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}a^2k$ (1). На основу I Кирхофовог правила може се написати: $I_1 = I_2 + I_3$ (1), а на основу II правила за обе контуре $\varepsilon_1 = 3arI_1 + arI_3$ (2) и $\varepsilon_2 = 2arI_2 - arI_3$ (2). Решавањем система једначина добијају се тражене вредности: $I_1 = \frac{7}{22} \frac{ka}{r}$ (3), $I_2 = \frac{6}{22} \frac{ka}{r}$ (3) и $I_3 = \frac{1}{22} \frac{ka}{r}$ (3).

НАПОМЕНА: Признају се тачно написана Кирхофова правила за произвољно одабран смер контура и/или другачије означен смер струја (уколико је другачије одабран смер струја, у крајњем изразу за јачину одговарајуће струје треба да стоји минус).



Слика уз решење 4. задатка

5. а) Тражену релацију добијамо комбинацијом датих израза $G = \frac{2lc}{\pi R^4}$, $c = \frac{M}{\alpha}$ и израза за момент силе $M = mgr_0$ (1)
 $\alpha = \frac{2lgr_0}{\pi R^4 G} \cdot m$ (2) $\Rightarrow \alpha = k \cdot m$, где је коефицијент правца $k = \frac{2lgr_0}{\pi R^4 G}$.

б) График (5)

m [kg]	α_1 [°]	α_2 [°]	α [°]	α [rad]
2,00	2,1	4,3	2,2	0,0384 0,038
4,00	2,9	7,2	4,3	0,0750 0,075
6,00	3,8	10,4	6,6	0,1152 0,115
8,00	5,0	14,1	9,1	0,1588 0,159
10,00	5,9	17,1	11,2	0,1954 0,195

Правилно заокружене вредности у радијанима – (1)

Апсолутне грешке величина приказаних у табели су следеће:

$$\Delta m = 0,01 \text{ kg}, \quad \Delta \alpha_1 = \Delta \alpha_2 = 0,1^\circ, \quad \Delta \alpha = \Delta \alpha_1 + \Delta \alpha_2 = 0,2^\circ, \quad \Delta \alpha = 0,0034 \text{ rad} \approx 0,004 \text{ rad}$$

в) Одабирањем две неексперименталне тачке са праве, А – између прве и друге и В – између претпоследње и последње експерименталне тачке, на пример А(2,3 kg, 0,045 rad) и В(9,0 kg, 0,175 rad) одређује се коефицијент правца праве као:

$$k = \frac{\alpha_B - \alpha_A}{m_B - m_A} = \frac{0,175 - 0,045 \text{ rad}}{9,0 - 2,3 \text{ kg}} = 1,94 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \approx 1,9 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \quad (3).$$

Како су одговарајуће апсолутне грешке суседних експерименталних тачака (тачкама А и В) за вредности угла веће од тачности читавања одговарајућих координата са графика узимамо одговарајућу грешку мерења ($\Delta \alpha_A = \Delta \alpha_B = 0,0034 \text{ rad}$). Пошто су одговарајуће апсолутне грешке суседних експерименталних тачака (тачкама А и В) мање од вредности најмањег подеока на ординати, узимамо апсолутну грешку читавања координата са графика $\Delta m_A = \Delta m_B = 0,1 \text{ kg}$.



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



Апсолутна грешка израчунатог коефицијента правца је $\Delta k = \frac{\alpha_B - \alpha_A}{m_B - m_A} \left(\frac{\Delta \alpha_B + \Delta \alpha_A}{\alpha_B - \alpha_A} + \frac{\Delta m_B + \Delta m_A}{m_B - m_A} \right)$

$$\Delta k = \frac{0,175 - 0,045}{9,0 - 2,3} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \left(\frac{0,0034 + 0,0034}{0,175 - 0,045} + \frac{0,1 + 0,1}{9,0 - 2,3} \right) = 1,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \approx 0,2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}} \quad (2).$$

Коефицијент правца је $k = (1,9 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{kg}}$.

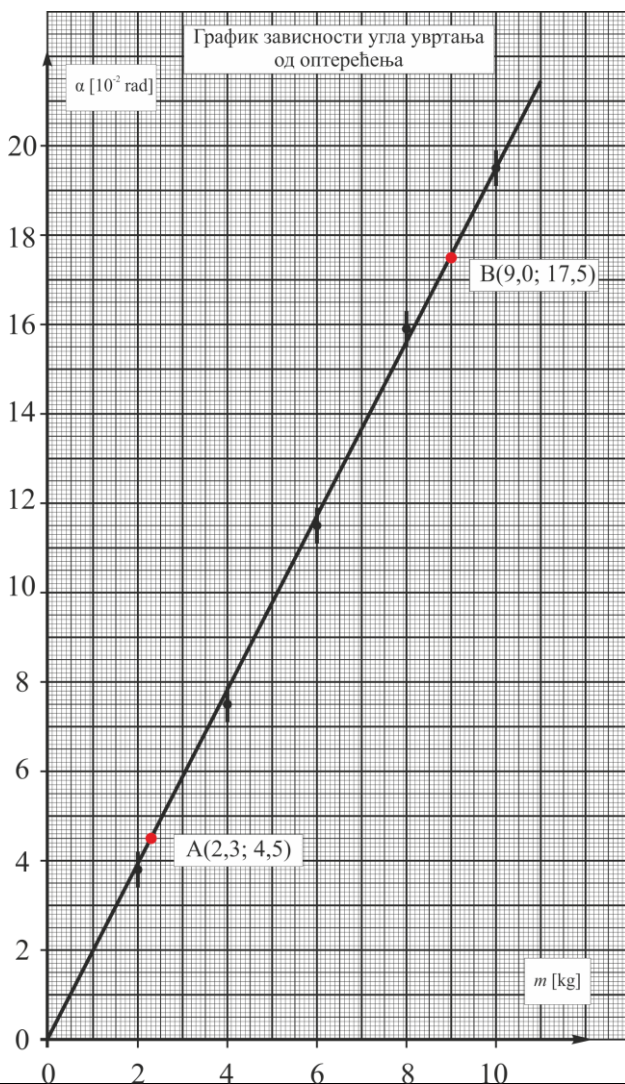
Па је модуо смицања шипке: $G = \frac{2 \lg r_0}{\pi R^4 k} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 47,6 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (3,2 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 1,94 \cdot 10^{-2}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} = 7,31 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \approx 7,3 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \quad (4),$

$$\Delta G = \frac{2k \lg r_0}{\pi R^4} \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta r_0}{r_0} + \frac{\Delta \pi}{\pi} + 4 \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta k}{k} \right)$$

$$\Delta G = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 9,81 \cdot 47,6 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot (3,2 \cdot 10^{-3})^4 \cdot 1,94 \cdot 10^{-2}} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \left(\frac{0,1}{50,0} + \frac{0,005}{9,81} + \frac{0,01}{47,60} + \frac{0,005}{3,14} + 4 \frac{0,01}{3,20} + \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{1,94} \right)$$

$$\Delta G = 1,3 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \approx 0,2 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}} \quad (2).$$

Модуо смицања шипке је $G = (7,3 \pm 0,2) \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \text{rad}}$.



Негативни поени за график, између осталог за:

- Без наслова -0.5 (наслов није $\alpha = f(m)$)
- Лоша размера -0.5 (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Недостају јединице -0.5
- Унете на осе мерене бројне вредности -0.5
- Ако изабране тачке нису између 1. и 2, односно претпоследње и последње експерименталне -0.5
- Изабране тачке нису у мереном опсегу -1
- Нису нанете грешке -0.5
- Лоша размера подеока -0.5

Негативни поени за рачун, између осталог за:

- Лоша размера – за коефицијент правца 50% предвиђених бодова
- Ако нису изабране добре тачке са графика – за тражене величине 50% предвиђених бодова
- Лоше заокруживање резултата или грешке, по - 0.5 поена.
- Коришћење експерименталних тачака уместо тачака са графика не доноси поене, осим поена за линеаризацију.

НАПОМЕНА: Пошто график пролази кроз координатни почетак (сигурна тачка је 0,0) довољна је једна неекспериментална тачка (В), између претпоследње и последње експерименталне тачке, за одређивање коефицијента правца (грешка овог одређивања је мања). Прихватају се решења и са једном и са две неексперименталне тачке.