

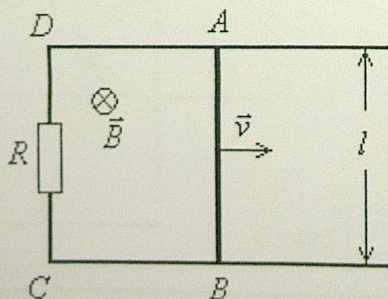
1. Нит једног од математичких клатана је за $\Delta l = 15 \text{ cm}$ дужа од нити другог. За време док прво клатно направи седам осцилација, друго направи за једну више. Одредити периоде осцилација ова два клатна. (20 поена)

2. У хомогеном магнетном пољу индукције $B = 0,5 \text{ T}$ налази се метални правоугаони рам $ABCD$, при чему су линије сила нормалне на површину рама (слика 1). Страна рама AB , дужине $l = 50 \text{ cm}$, клизи брзином $v = 4 \text{ m/s}$ удесно, не прекидајући контакт међу проводницима. У непокретном делу рама је везан отпорник отпорности $R = 0,2 \Omega$. Одредити силу којом треба деловати на страну AB да би она одржавала равномерно кретање, ако су занемарљиви отпорност метала и трење (20 поена)

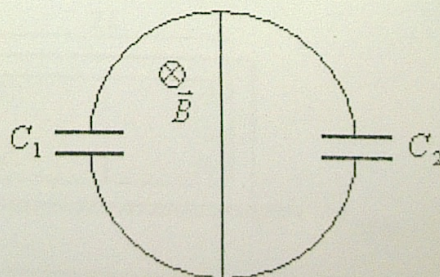
3. Тело масе $m = 1 \text{ g}$ хармонијски осцилује са амплитудом $x_0 = 10 \text{ cm}$. У тренутку када је елонгација $x_1 = 4 \text{ cm}$, брзина тела је $v_1 = 0,05 \text{ m/s}$. Колика је елонгација у моменту када на тело делује сила $F_2 = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ N}$? (20 поена)

4. Штап од проводног материјала лежи дуж пречника проводног прстена полупречника R , као што је приказано на слици 2. На леву и десну половину прстена прикључени су кондензатори капацитета C_1 и C_2 ($C_1 > C_2$), који су у почетку били празни. Раван прстена је нормална у односу на линије сила магнетног поља чији се интензитет мења по закону $B = kt$ ($k = \text{const.}$) У произвољном тренутку штап је уклоњен, а промена магнетног поља прекинута. Одредити равнотежне количине наелектрисања на облогама оба кондензатора. (Млади физичар 64) (20 поена)

5. Кроз три паралелна праволинијска дуга проводника 1, 2 и 3 смештена у вакууму теку струје I_1 , I_2 и I_3 . Проводници раван нормалну на њихов правац пресецају у теменима једнакостраничног троугла стране a . У проводницима 1 и 2 су смерови струја исти, а у проводнику 3 је смер струје супротан него у друга два. Одредити силу која дејствује по јединици дужине на сваки од проводника. (20 поена)



Слика 1.



Слика 2.

Задатке припремила: Ивана Ранчић, Природно-математички факултет, Нови Сад

Рецензент: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд

1. Периоди осциловања клатна су $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2 + \Delta l}{g}}$ (2п) и $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$ (2п). $7T_1 = 8T_2$ (2п), $7\sqrt{l_2 + \Delta l} = 8\sqrt{l_2}$ (3п).

Одатле добијамо $l_2 = \frac{49}{15}\Delta l$ (4п), па су $T_1 = 16\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{15g}}$ (3п), $T_1 = 1,60\text{ s}$ (1п) и $T_2 = 14\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{15g}}$ (2п), $T_2 = 1,40\text{ s}$ (1п).

2. Вредност индуковане ЕМС износи $\varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ (3п), $\varepsilon_i = Blv$ (3п). На шипку делује $F_A = IlB$ (3п), чији је смер супротан од смера кретања проводника. Да би шипка имала константну брзину, на њу треба деловати силом јачине $F = F_A$ (3п). Како је $I = \frac{\varepsilon_i}{R}$ (3п) добијамо да је $F = \frac{B^2 l^2 v}{R}$ (4п), $F = 1,25\text{ N}$ (1п).

3. Укупна енергија осцилатора је $E = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$ (3п), односно $\frac{kx_0^2}{2} = \frac{kx_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$ (3п), одакле је $k = \frac{mv_1^2}{x_0^2 - x_1^2}$ (4п).

Пошто је $F_2 = kx_2$ (3п), елонгацију када делује задата сила можемо изразити као $x_2 = \frac{F_2}{k}$ (2п), па је

$$x_2 = \frac{F_2(x_0^2 - x_1^2)}{mv_1^2} \quad (4п), \quad x_2 = 8,06\text{ cm} \quad (1п).$$

4. ЕМС које се индукују у две полукружне контуре међусобно су једнаке и износе $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B}{\Delta t} \frac{R^2\pi}{2} = k \frac{R^2\pi}{2}$

(3п), услед чега се (слика 1) кондензатори наелектришу количинама наелектрисања $q_1 = C_1\varepsilon_1 = kC_1 \frac{R^2\pi}{2}$ (2п) и

$q_2 = C_2\varepsilon_2 = kC_2 \frac{R^2\pi}{2}$ (2п). Након уклањања проводника и престанка промене магнетног поља долази до делимичног пражњења кондензатора и успостављања равнотеже, при чему су на плочама кондензатора равнотежна наелектрисања q'_1 и q'_2 (слика 2). Како се укупна количина наелектрисања у систему не мења, важи

$q_1 - q_2 = q'_1 + q'_2$ (4п). Користећи једнакост $\frac{q'_1}{C_1} = \frac{q'_2}{C_2}$ (3п), коначно добијамо наелектрисања $q'_1 = kC_1 \frac{R^2\pi}{2} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}$

(3п) и $q'_2 = kC_2 \frac{R^2\pi}{2} \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2}$ (3п).

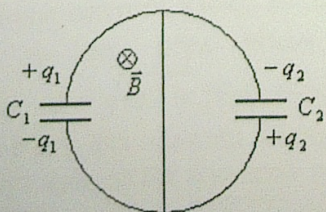
5. Проводници 1 и 2 привлаче се силом интензитета $F_{1,2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{a} l$ (1п), а проводници 1 и 3, као и 2 и 3 се одбијају

силама интензитета $F_{1,3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_3}{a} l$ (1п) и $F_{2,3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2 I_3}{a} l$ (1п), слика 3 (2п). Применом косинусне теореме

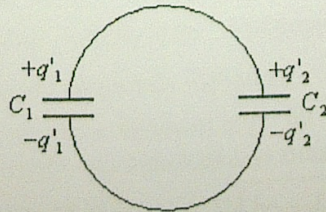
добијамо модуле резултујућих сила које делују на први, други и трећи проводник: $F_1 = \sqrt{F_{1,2}^2 + F_{1,3}^2 - F_{1,2} \cdot F_{1,3}}$ (3п),

$F_2 = \sqrt{F_{1,2}^2 + F_{2,3}^2 - F_{1,2} \cdot F_{2,3}}$ (3п) и $F_3 = \sqrt{F_{1,3}^2 + F_{2,3}^2 + F_{1,3} \cdot F_{2,3}}$ (3п), а силе које делују на јединицу дужине износе:

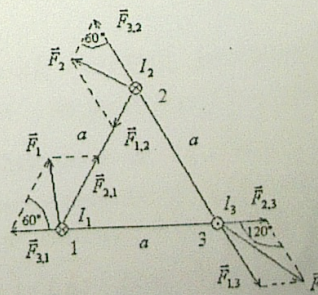
$$f_1 = \frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} \sqrt{I_2^2 + I_3^2 - I_2 I_3} \quad (2п), \quad f_2 = \frac{F_2}{l} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a} \sqrt{I_1^2 + I_3^2 - I_1 I_3} \quad (2п) \quad \text{и} \quad f_3 = \frac{F_3}{l} = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi a} \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_1 I_2} \quad (2п).$$



Слика 1.



Слика 2.



Слика 3.