



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



II

РАЗРЕД

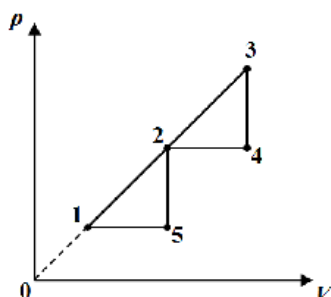
Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије

ДРЖАВНИ НИВО
КРАЉЕВО
26-27.04.2014.

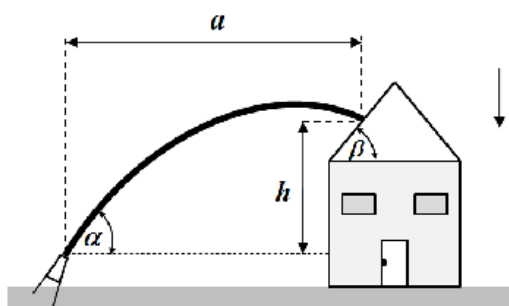
ЗАДАЦИ - бозонска категорија

1. На глатку непроводну нит дужине l навучене су три наелектрисане куглице занемарљивих димензија, чија су наелектрисања q_1 , q_2 и q_3 истог знака. Крајеви нити се споје и систем се препусти сам себи док не дође у равнотежу. У равнотежном положају куглице се налазе у теменима троугла. Одредити силу затезања нити T када је систем у равнотежи. (20 поена)

2. Топлотна машина, чије је радно тело идеални једноатомски гас, ради по циклусу 1-2-3-4-2-5-1 који је приказан на pV дијаграму (види слику 1). Тачке 1, 2 и 3 леже на правој линији која пролази кроз координатни почетак, а тачка 2 је на средини између тачака 1 и 3. Пронађите коефицијент корисног дејства машине која ради по таквом циклусу ако је однос максималне и минималне температуре у том циклусу μ . (20 поена)



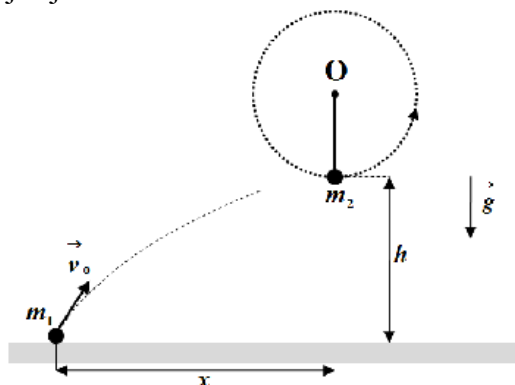
Слика 1.



Слика 2.

3. Одредити силу којом млаз воде ватрогасног шмрка делује на кров куће. (слика 2) Судар воде и крова је апсолутно нееластичан и занемарити ширење млаза. Задато је $h = 1.5 \text{ m}$, $a = 7.2 \text{ m}$, $\alpha = 37^\circ$, запремински проток је $Q = 7.9 \text{ l/s}$ густина течности $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, а нагиб крова $\beta = 40^\circ$. (20 поена)

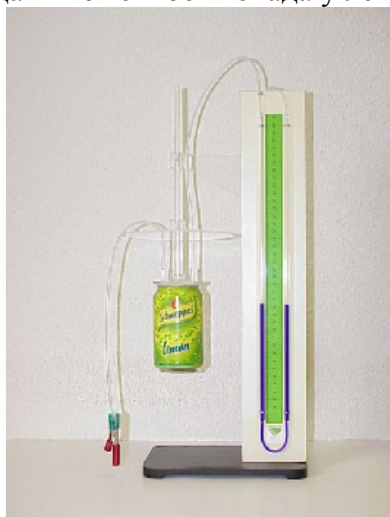
4. На висини $h = 3 \text{ m}$ се налази математичко клатно, које чине тело масе $m_2 = 2 \text{ kg}$ и неистегљива нит дужине $l = 1 \text{ m}$ (ослонац клатна се налази на висини $H = 4 \text{ m}$, слика 3). Са земље треба да се погоди чеоно куглица математичког клатна телом 1 масе $m_1 = 1 \text{ kg}$ и то тако, да приликом апсолутно нееластичног судара који се одвија на максималној висини тела 1, клатно направи цео круг, а да при томе сила затезања нити у највишој тачки путање клатна буде $T = 2m_2g$. Одредити брзину v_0 и растојање x са којег је избачено тело 1.



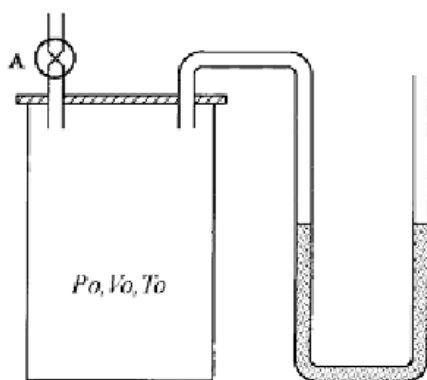
Слика 3.



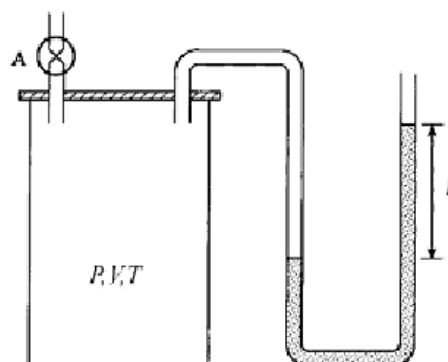
5. На слици 4а приказана је експериментална апаратура у којој се налази гас затворен у конзерви газираног пића, а на сликама 4б и 4в је поједностављен шематски приказ експеримента. На температури T_0 апсолутне скале (0 степени Целзијусове скале) течност која се налази у U цеви има исти ниво у обе гране, односно унутрашњи притисак p_0 једнак је атмосферском притиску. При овим условима запремина коју заузима гас је $V_0 = 0.333 \text{ l}$. Када се гас загреје до температуре T на апсолутној скали (температура t на Целзијусовој скали), може се приметити да ниво течности опада у левој грани, а расте у десној грани.



(а)



(б)



(в)

Слика 4 :експериментална поставка за проучавање ширења гасова

То се дешава јер повећање температуре на $T = T_0 + t$ изазива пораст притиска и запремине ($p = p_0 + \Delta p$, $V = V_0 + \Delta V$). Сматрати да је гас идеалан. У табели 1, дате су разлике у нивоима течности h у функцији од температуре гаса t .

Табела 1: Зависност разлике висина течности од температуре гаса

$t(^{\circ}\text{C})$	0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0
$h(\text{cm})$	0	5.8	11.6	17.3	23.1	28.8

За свако h , можемо одредити Δp и ΔV и анализом ових података можемо одредити вредност апсолутне нуле на Целзијусовој скали (у литератури је познато да је $-273,15^{\circ}\text{C}$). На основу датих експерименталних података, може се одредити и број молекула гаса.

Задаци

1. (2 поена) Користећи једначину идеалног гаса примењену на почетно стање (p_0, V_0, T_0) и стања (p, V, T), односно $p + \Delta p, V + \Delta V, T + t$ успоставите везу облика $Ah + Bh^2 = Ct$. Пошто је B занемарљиво, добили сте линеарну зависност.
2. (18 поена) Графички одредити (проверити) вредност T_0 и број молекула гаса. Проценити одговарајућу грешку. Висина се мери уз помоћ леђира баждареног милиметарском скалом, док се температура мери термометром чија је вредност најмањег подека 0.1°C .



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



Експерименталне константе	
Густина течности	$\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Гравитационо убрзање	$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
Унутрашњи пречник U цеви	$r = (2.5 \pm 0.1) \text{ mm}$
Атмосферски притисак	$p_0 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$
Запремина гаса на 0°C	$V_0 = (0.333 \pm 0.001) \text{ l}$
Универзална гасна константа	$R = 8.314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$
Авогадров број	$N_A = 6.0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Напомена: Сва решења детаљно објаснити

У свим задацима убрзање Земљине теже је $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Свим такмичарима желимо успешан рад!

Задатке припремили: Александар Васиљковић, Универзитет у Кембриџу (1,5); др Ненад Сакан, Институт за физику, Београд (4); Александра Димић, Физички факултет, Београд (2,3,5)

Рецензент: др Ненад Сакан, Институт за физику, Београд (1,2,3,5); Александра Димић, Физички факултет, Београд (4)

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



II РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-бозонска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
КРАЉЕВО
26-27.04.2014.

1. Пошто је нит глатка, сила затезања је истог интензитета између сваке две куглице (нема трећа између куглице и нити). Размотримо силе које делују на једну од куглица, на пример куглицу са наелектрисањем q_1 . На куглицу делују силе затезања интензитета T дуж праваца 1-2 и 1-3 ка другим куглицама и електростатичке силе дуж истих праваца, али супротних смерова у односу на силе затезања. Резултујућа сила која потиче од сила затезања је дуж симетрале угла код куглице 1, па пошто је систем у равнотежи, укупна резултујућа сила која делује на куглицу 1 је нула, онда је резултујућа сила од електростатичких сила дуж симетрале угла, што значи да су електростатичке силе истог интензитета. Исправна слика **4п**. То значи да је $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 l_2^2} = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 l_3^2}$, (**4п**) односно $q_2 l_2^2 = q_3 l_3^2 = q_1 l_1^2$ (последња

једнакост следи аналогно) (**3п**). Такође је $l = l_1 + l_2 + l_3$ (**2п**), односно $l = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} + \sqrt{\frac{q_1}{q_3}}}$ (**3п**), па је сила затезања

$$T = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 l_1^2} = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left(1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} + \sqrt{\frac{q_1}{q_3}} \right)^2 = \frac{(\sqrt{q_2 q_3} + \sqrt{q_1 q_3} + \sqrt{q_1 q_2})^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}. \quad (\mathbf{4п})$$

2. Написаћемо једначине стања идеалног гаса за процесе 1, 2 и 3 (на слици су задате ознаке за одговарајуће тачке). Имамо $p_1 V_1 = nRT_1$, $p_2 V_2 = nRT_2$, $p_3 V_3 = nRT_3$ (**1п**). Из услова задатка да су 1, 2 и 3 на истој правој и да 2 полови 1-3

имамо: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$ (**1п**), $V_2 = \frac{V_1 + V_3}{2}$ (**1п**), $p_2 = \frac{p_1 + p_3}{2}$ (**1п**). Комбиновањем тих једначина са једначинама стања

добивамо $T_2 = \frac{(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_3})^2}{4}$ (**3п**). Затим рачунамо коефицијент корисног дејства $\eta = \frac{Q_{ul} - Q_{ot}}{Q_{ul}}$, где је Q_{ul} уложена

(примљена топлота), а Q_{ot} отпуштена (ослобођена) топлота у циклусу (**1п**). Гас прима топлоту у процесу 1-2-3 и на

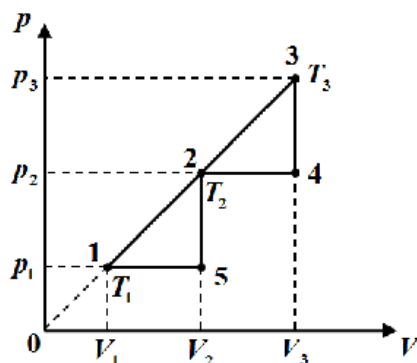
основу првог принципа термодинамике $Q_{ul} = \Delta U_{13} + \Delta A_{123} = \frac{3}{2} nR(T_3 - T_1) + \frac{1}{2} (p_1 + p_3)(V_3 - V_1)$ (**2п**). Тај израз можемо помоћу једначина стања и познатих односа трансформисати у $Q_{ul} = 2nR(T_3 - T_1)$ (**2п**). Сада ћемо израчунати количину топлоте коју гас отпушта током процеса 3-4-2-5-1:

$Q_{ot} = \Delta U_{13} + \Delta A_{15243} = \frac{3}{2} nR(T_3 - T_1) + p_1(V_2 - V_1) + p_2(V_3 - V_2)$ (**2п**). Након трансформације добијамо:

$Q_{ot} = \frac{nR}{2} (3T_3 - 5T_1 - 2T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2} + 2\sqrt{T_2 T_3}) = \frac{nR}{4} (7T_3 - 9T_1 + 2\sqrt{T_1 T_3})$ (**3п**). Сада можемо написати израз за

коефицијент корисног дејства $\eta = \frac{T_1 - 2\sqrt{T_1 T_3} + T_3}{8(T_3 - T_1)}$ што након замене односа температура $\frac{T_3}{T_1} = \mu$ износи

$$\eta = \frac{\sqrt{\mu} - 1}{8(\sqrt{\mu} + 1)} \quad (\mathbf{3п}).$$



Слика 1



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



3. Искористимо једначине за коси хитац $v_0 \cos \alpha t = a$, $v_0 \sin \alpha t - gt^2 / 2 = h$ **(4п)** и добијамо

$$v_0 = \sqrt{\frac{ga^2}{2(atg\alpha - h)\cos^2\alpha}} \approx 10.076 \text{ m/s} \quad \textbf{(2+1п)}. \text{ Време потребно да млаз воде удари о кров износи}$$

$$t = \frac{a}{v_0 \cos \alpha} = 0.895 \text{ s} \quad \textbf{(1п)} \quad \text{Компоненте брзине млаза у тренутку удара у кров износе}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 8.047 \text{ m/s}, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt = -2.711 \text{ m/s}. \quad \textbf{(2п)} \quad \text{Угао који млаз заклапа са хоризонталом износи}$$

$$\gamma = \arctg \frac{v_y}{v_x} = -18.618^\circ. \quad \textbf{(1п)} \quad \text{Угао између млаза и нормале на кров износи } \phi = \pi / 2 - \beta - |\gamma| = 31.382^\circ. \quad \textbf{(2п)} \quad \text{Кренемо од}$$

дефиниције силе $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ **(1п)**, а масу која удара у јединици времена о кров можемо изразити као $\Delta m = \rho Q$ **(1п)** и када

узмемо у обзир нееластичност судара јасно је да постоји само компонента силе нормална на кров. Коначно добијамо

$$F = \rho Q \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \cos \phi = 57.268 \text{ N}. \quad \textbf{(4+1п)}$$

4. Кретање у овом систему може се поделити на три дела. У првом се тело m_1 испаљује по путањи која треба да задовољи да се у темену косога хица деси чеони удар са телом m_2 . Потом се у нееластичном судару тела m_1 и m_2 спајају, а у трећем се тело $m_1 + m_2$ креће по кружној путањи, коју одређује нит, својом силом затезања. Прво ћемо

написати једначине за кретање m_1 . За кретање до судара имамо: $v_y^2 = 2gh$ **(1п)**, $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ **(1п)**, $x = v_x t = v_1 t$ **(1п)** и

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \textbf{(1п)}. \text{ За апсолутно нееластични судар можемо да напишемо закон одржања импулса:}$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2. \quad \textbf{(3п)} \quad \text{Након тога ћемо записати закон одржања енергије за клатно:}$$

$$\frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_3^2}{2} + 2(m_1 + m_2) gl \quad \textbf{(3п)}, \text{ где је } v_3 \text{ брзина клатна у највишој тачки и једначину кружног}$$

$$\text{кретања: } \frac{(m_1 + m_2) v_3^2}{l} = T + (m_1 + m_2) g \Rightarrow v_3 = \sqrt{\frac{m_1 + 3m_2}{m_1 + m_2} gl} \quad \textbf{(3п)} \quad \text{Одатле следи } v_2 = \sqrt{\frac{5m_1 + 7m_2}{m_1 + m_2} gl}. \quad \textbf{(3п)} \quad \text{Када}$$

вратимо добијени резултат у закон одржања импулса добијамо

$$v_x = v_1 = \frac{v_2 (m_1 + m_2)}{m_1} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{(5m_1 + 7m_2)(m_1 + m_2) gl}{m_1^2} + 2gh} \approx 25.25 \text{ m/s}. \quad \textbf{(2п)} \quad \text{А из закона кретања за коси хитац}$$

$$x = \sqrt{\frac{(5m_1 + 7m_2)(m_1 + m_2) 2hl}{m_1^2}} \approx 21.35 \text{ m} \quad \textbf{(2п)}$$

5. **(2п)** Напишемо једначину стања за почетни тренутак и за неки произвољни тренутак када дође до промене температуре: $p_0 V_0 = nRT_0$, $pV = nRT$. Када искористимо $p = p_0 + \Delta p$, $V = V_0 + \Delta V$ добијамо

$$p_0 \Delta V + V_0 \Delta p + \Delta p \Delta V = p_0 V_0 \frac{t}{T_0}. \quad \text{Такође је } \Delta p = \rho gh, \Delta V = \frac{1}{2} \pi r^2 h, \quad \text{одакле закључујемо}$$

$$p_0 \frac{1}{2} \pi r^2 h + V_0 \rho gh + \rho gh \frac{1}{2} \pi r^2 h = p_0 V_0 \frac{t}{T_0} \quad \text{односно} \quad \left(\underbrace{\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0}_A \right) h + \underbrace{\frac{1}{2} \rho g \pi r^2 h^2}_B = \underbrace{\frac{p_0 V_0}{T_0} t}_C$$

2. Како смо утврдили да је квадратни члан занемарљив, то можемо записати $Ah = Ct$, односно видимо да можемо успоставити линеарну зависност између температуре и разлике висина воденог стуба. **(1п)** **За добро нацртан график у одговарајућој размери дати 5 поена.** Са графика читавамо експерименталне тачке A (0.8°C , 2.4 cm), B (8.8°C , 25.6 cm). Коефицијент правца рачунамо као

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(25.6 - 2.4) \text{ cm}}{(8.8 - 0.8)^\circ\text{C}} = 2.9 \text{ cm}/^\circ\text{C} \quad \textbf{(2п)}. \quad \text{Грешка за коефицијент правца износи}$$



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



$$\Delta k = \left(\frac{2\Delta x}{|x_B - x_A|} + \frac{2\Delta y}{|y_B - y_A|} \right), k = \left(\frac{2 \cdot 0.1 \text{ cm}}{23.2 \text{ cm}} + \frac{2 \cdot 0.1 \text{ }^\circ\text{C}}{8.0 \text{ }^\circ\text{C}} \right) \cdot 2.9 \text{ cm}/^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta k = 0.0975 \text{ cm}/^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta k = 0.1 \text{ cm}/^\circ\text{C}.$$

Стога имамо $k = (2.9 \pm 0.1) \text{ cm}/^\circ\text{C}$. **(4п)** С друге стране је $k = \frac{p_0 V_0}{(\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0) T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{p_0 V_0}{(\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0) k}$, па

можемо израчунати $T_0 = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 0.333 \text{ l}}{(\frac{1}{2} 101325 \text{ Pa} \cdot \pi \cdot 6.25 \text{ mm}^2 + 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.333 \text{ l}) \cdot 2.9 \text{ cm}/^\circ\text{C}} \approx 273,024 \text{ }^\circ\text{C}$. **(2п)**

Грешку израчунавамо на следећи начин $\Delta T_0 = T_0 \left(\frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta V_0}{V_0} + \frac{p_0 \pi r \Delta r + \rho g \Delta V_0}{\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0} \right) \approx 15.96 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow \Delta T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Коначно

је $T_0 = (270 \pm 20) \text{ }^\circ\text{C}$ **(2п)**. Укупан број молекула рачунамо из једначине стања за почетно стање:

$$N = \frac{p_0 V_0}{RT_0} N_A = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 0.333 \text{ l}}{8.314 \text{ J/molK} \cdot 273 \text{ K}} \cdot 6.0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \approx 8.9524 \cdot 10^{21}.$$

Када израчунамо грешку

$$\Delta N = N \left(\frac{\Delta T_0}{T_0} + \frac{\Delta V_0}{V_0} \right) \approx 0.69 \cdot 10^{21} \rightarrow \Delta N = 0.7 \cdot 10^{21}$$

па имамо да је број молекула $N = (8.9 \pm 0.7) \cdot 10^{21}$. **(2п)**

Напомене везано за начин бодовања:

Негативни поени за график, између осталог за:

- Без наслова -0.5 (наслов није $h = f(t)$)
- Лоша размера -0.5 (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Недостају јединице -0.5
- Унете на осе мерене бројне вредности -0.5
- Ако 1. и 2. изабрана тачка није између 1. и 2., односно претпоследње и последње експерименталне -0.5
- Изабране тачке нису у мереном опсегу -1
- Нису уцртане грешке -0.5
- Лоша размера подеока -0.5 (1 mm на милиметарском папиру може да одговара ... 0.05; 0.1; 0.2; 0.4; 0.5; 1; 2; 4; 5; 10 ... јединица величине која се приказује)

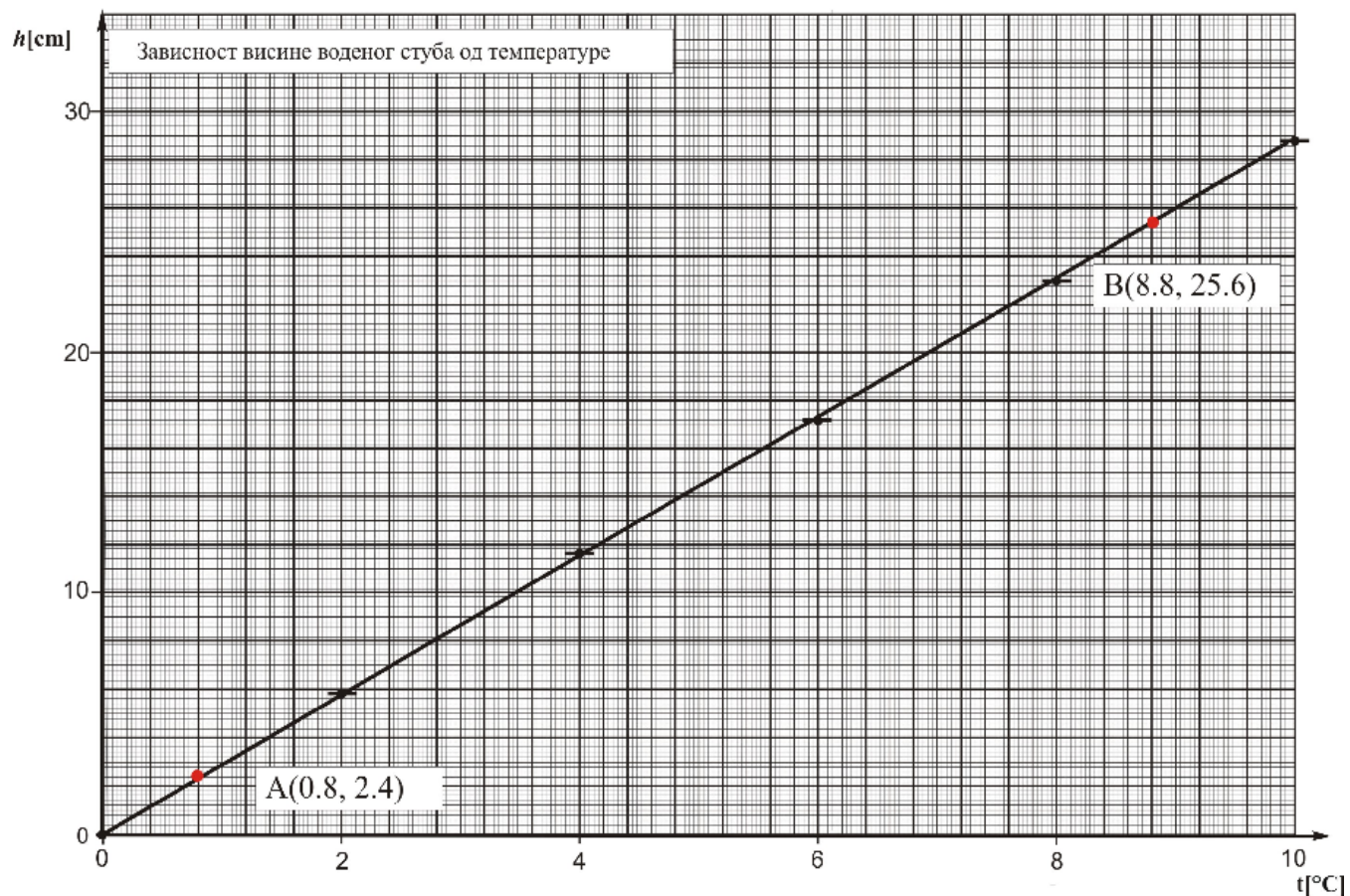
Негативни поени за рачун, између осталог за:

- Лоша размера – за коефицијент правца 50% предвиђених бодова
- Ако нису изабране добре тачке са графика – за тражене величине 50% предвиђених бодова
- Лоше заокруживање резултата или грешке, по -0.5 поена.

Коришћење експерименталних тачака уместо тачака са графика не доноси поене, осим поена за линеаризацију.



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.





II
РАЗРЕД

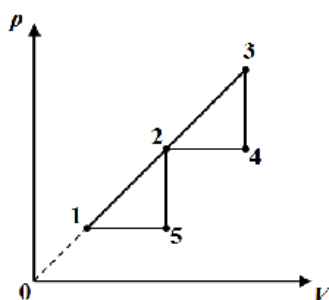
Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије

ДРЖАВНИ НИВО
КРАЉЕВО
26-27.04.2014.

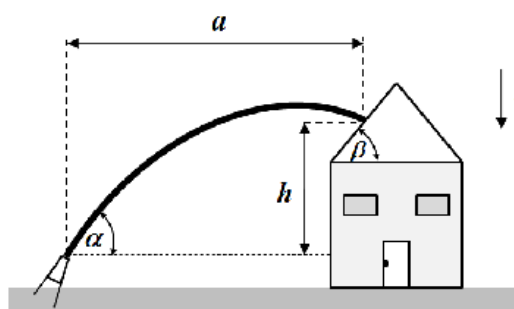
ЗАДАЦИ - фермионска категорија

1. На глатку непроводну нит дужине l навучене су три наелектрисане куглице занемарљивих димензија, чија су наелектрисања q_1 , q_2 и q_3 истог знака. Крајеви нити се споје и систем се препусти сам себи док не дође у равнотежу. У равнотежном положају куглице се налазе у теменима троугла. Одредити силу затезања нити T када је систем у равнотежи. (20 поена)

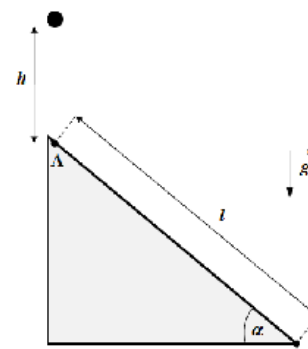
2. Топлотна машина, чије је радно тело идеални једноатомски гас, ради по циклусу 1-2-3-4-2-5-1 који је приказан на pV дијаграму (види слику 1). Тачке 1, 2 и 3 леже на правој линији која пролази кроз координатни почетак, а тачка 2 је на средини између тачака 1 и 3. Пронађите коефицијент корисног дејства машине која ради по таквом циклусу ако је однос максималне и минималне температуре у том циклусу μ . (20 поена)



Слика 1.



Слика 2.



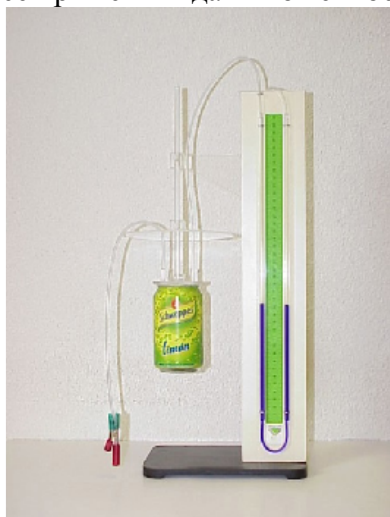
Слика 3.

3. Одредити силу којом млаз воде ватрогасног шпркца делује на кров куће. (слика 2) Судар воде и крова је апсолутно нееластичан и занемарити ширење млаза. Задато је $h = 1.5 \text{ m}$, $a = 7.2 \text{ m}$, $\alpha = 37^\circ$, запремински проток је $Q = 7.9 \text{ l/s}$ густина течности $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, а нагиб крова $\beta = 40^\circ$. (20 поена)

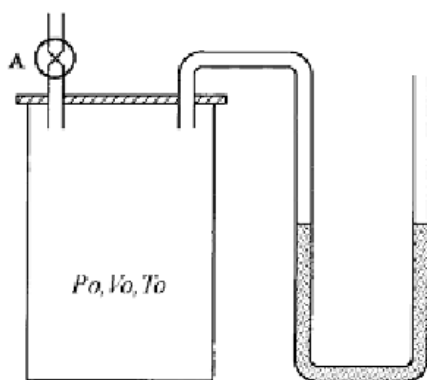
4. Куглица занемарљивих димензија, пусти се да слободно пада из тачке која се налази на висини h у односу на тачку А непокретне стрме равни нагибног угла $\alpha = 45^\circ$ (слика 3). Одредити висину h са које пада куглица, тако да након њеног апсолутно еластичног судара са стрмом равни падне тачно у њено подножје (у тачку В). Растојање између тачака А и В износи $\overline{AB} = l = 5 \text{ m}$. Све силе отпора занемарити. (20 поена).



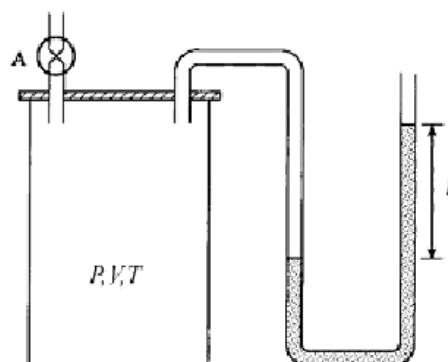
5. На слици 4а приказана је експериментална апаратура у којој се налази гас затворен у конзерву газираног пића, а на сликама 4б и 4в је поједностављен шематски приказ експеримента. На температури T_0 апсолутне скале (0 степени Целзијусове скале) течност која се налази у U цеви има исти ниво у обе гране, односно унутрашњи притисак p_0 једнак је атмосферском притиску. При овим условима запремина коју заузима гас је $V_0 = 0.333$ l. Када се гас загреје до температуре T на апсолутној скали (температура t на Целзијусовој скали), може се приметити да ниво течности опада у левој грани, а расте у десној грани.



(а)



(б)



(в)

Слика 4 :експериментална поставка за проучавање ширења гасова

То се дешава јер повећање температуре на $T = T_0 + t$ изазива пораст притиска и запремине ($p = p_0 + \Delta p$, $V = V_0 + \Delta V$). Сматрати да је гас идеалан. У табели 1, дате су разлике у нивоима течности h у функцији од температуре гаса t .

Табела 1: Зависност разлике висина течности од температуре гаса

$t(^{\circ}\text{C})$	0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0
$h(\text{cm})$	0	5.8	11.6	17.3	23.1	28.8

За свако h , можемо одредити Δp и ΔV и анализом ових података можемо одредити вредност апсолутне нуле на Целзијусовој скали (у литератури је познато да је $-273,15^{\circ}\text{C}$). На основу датих експерименталних података, може се одредити и број молекула гаса.

Задаци

1. (2 поена) Користећи једначину идеалног гаса примењену на почетно стање (p_0, V_0, T_0) и стања (p, V, T) , односно $p + \Delta p, V + \Delta V, T + t$ успоставите везу облика $Ah + Bh^2 = Ct$. Пошто је B занемарљиво, добили сте линеарну зависност.
2. (18 поена) Графички одредити (проверити) вредност T_0 и број молекула гаса. Проценити одговарајућу грешку. Висина се мери уз помоћ лежира баждареног милиметарском скалом, док се температура мери термометром чија је вредност најмањег подеока 0.1°C .



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



Експерименталне константе	
Густина течности	$\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Гравитационо убрзање	$g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$
Унутрашњи пречник U цеви	$r = (2.5 \pm 0.1) \text{ mm}$
Атмосферски притисак	$p_0 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$
Запремина гаса на 0°C	$V_0 = (0.333 \pm 0.001) \text{ l}$
Универзална гасна константа	$R = 8.314 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Авогадров број	$N_A = 6.0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Напомена: Сва решења детаљно објаснити
У свим задацима убрзање Земљине теже је $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.
Свим такмичарима желимо успешан рад!

Задатке припремили: Александар Васиљковић, Универзитет у Кембриџу (1,4,5); Александра Димић, Физички факултет, Београд (2,3,5)

Рецензент: др Ненад Сакан, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: Проф. др Мићо Митровић, Физички факултет, Београд



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.



II РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете, науке и технолошког
развоја Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА-фермионска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
КРАЉЕВО
26-27.04.2014.

1. Пошто је нит глатка, сила затезања је истог интензитета између сваке две куглице (нема трећа између куглице и нити). Размотримо силе које делују на једну од куглица, на пример куглицу са наелектрисањем q_1 . На куглицу делују силе затезања интензитета T дуж праваца 1-2 и 1-3 ка другим куглицама и електростатичке силе дуж истих праваца, али супротних смерова у односу на силе затезања. Резултујућа сила која потиче од сила затезања је дуж симетрале угла код куглице 1, па пошто је систем у равнотежи, укупна резултујућа сила која делује на куглицу 1 је нула, онда је резултујућа сила од електростатичких сила дуж симетрале угла, што значи да су електростатичке силе истог интензитета. Исправна слика 4п. То значи да је $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 l_2^2} = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 l_3^2}$, (4п) односно $q_2 l_2^2 = q_3 l_3^2 = q_1 l_1^2$ (последња

једнакост следи аналогно) (3п). Такође је $l = l_1 + l_2 + l_3$ (2п), односно $l_1 = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} + \sqrt{\frac{q_1}{q_3}}}$ (3п), па је сила затезања

$$T = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 l_1^2} = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 l^2} \left(1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} + \sqrt{\frac{q_1}{q_3}} \right)^2 = \frac{(\sqrt{q_2 q_3} + \sqrt{q_1 q_3} + \sqrt{q_1 q_2})^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}. \quad (4п)$$

2. Написаћемо једначине стања идеалног гаса за процесе 1, 2 и 3 (на слици су задате ознаке за одговарајуће тачке). Имамо $p_1 V_1 = nRT_1$, $p_2 V_2 = nRT_2$, $p_3 V_3 = nRT_3$ (1п). Из услова задатка да су 1, 2 и 3 на истој правој и да 2 полови 1-3

имамо: $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$ (1п), $V_2 = \frac{V_1 + V_3}{2}$ (1п), $p_2 = \frac{p_1 + p_3}{2}$ (1п). Комбиновањем тих једначина са једначинама

стања добијамо $T_2 = \frac{(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_3})^2}{4}$ (3п). Затим рачунамо коефицијент корисног дејства $\eta = \frac{Q_{ul} - Q_{ot}}{Q_{ul}}$, где је Q_{ul}

уложена (примљена топлота), а Q_{ot} отпуштена (ослобођена) топлота у циклусу. (1п) Гас прима топлоту у процесу

1-2-3 и на основу првог принципа термодинамике $Q_{ul} = \Delta U_{13} + \Delta A_{23} = \frac{3}{2} nR(T_3 - T_1) + \frac{1}{2} (p_1 + p_3)(V_3 - V_1)$ (2п). Тај

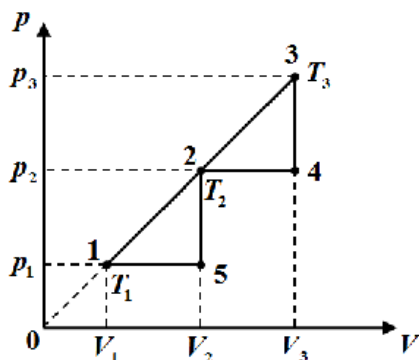
израз можемо помоћу једначина стања и познатих односа трансформисати у $Q_{ul} = 2nR(T_3 - T_1)$ (2п). Сада ћемо израчунати количину топлоте коју гас отпушта током процеса 3-4-2-5-1:

$Q_{ot} = \Delta U_{13} + \Delta A_{15243} = \frac{3}{2} nR(T_3 - T_1) + p_1(V_2 - V_1) + p_2(V_3 - V_2)$ (2п). Након трансформације добијамо:

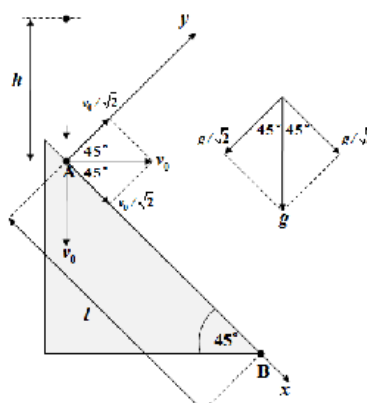
$Q_{ot} = \frac{nR}{2} (3T_3 - 5T_1 - 2T_2 + 2\sqrt{T_1 T_2} + 2\sqrt{T_2 T_3}) = \frac{nR}{4} (7T_3 - 9T_1 + 2\sqrt{T_1 T_3})$ (3п). Сада можемо написати израз за

коефицијент корисног дејства $\eta = \frac{T_1 - 2\sqrt{T_1 T_3} + T_3}{8(T_3 - T_1)}$ што након замене односа температура $\frac{T_3}{T_1} = \mu$ износи

$$\eta = \frac{\sqrt{\mu} - 1}{8(\sqrt{\mu} + 1)} \quad (3п).$$



Слика 1.



Слика 2.



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



3. Искористимо једначине за коси хитац $v_0 \cos \alpha t = a$, $v_0 \sin \alpha t - gt^2 / 2 = h$ **(4п)** и добијамо

$$v_0 = \sqrt{\frac{ga^2}{2(atg\alpha - h)\cos^2\alpha}} \approx 10.076 \text{ m/s} \quad \textbf{(2+1п)}.$$

$$t = \frac{a}{v_0 \cos \alpha} = 0.895 \text{ s.} \quad \textbf{(1п)}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 8.047 \text{ m/s}, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt = -2.711 \text{ m/s.} \quad \textbf{(2п)}$$

$$\gamma = \arctg \frac{v_y}{v_x} = -18.618^\circ. \quad \textbf{(1п)}$$

$$\text{од дефиниције силе } \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \textbf{(1п)}$$

а масу која удара у јединици времена о кров можемо изразити као $\Delta m = Q\rho$ **(1п)** и

$$\text{када узмемо у обзир нееластичност судара јасно је да постоји само компонента силе нормална на кров. Коначно добијамо } F = \rho Q \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \cos \phi = 57.268 \text{ N.} \quad \textbf{(4+1п)}$$

4. Непосредно пре судара, брзина куглице је усмерена вертикално наниже и њен интензитет је $v_0 = \sqrt{2gh}$ **(3п)**, а

$$\text{интензитети компоненти брзине су једнаки и износе } v_{0x} = v_{0y} = \frac{v_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{gh} \quad \textbf{(2п)}.$$

Пошто је судар апсолутно еластичан, интензитети компоненти брзине куглице непосредно после судара имају једнаке вредности као и пре судара, само што у компонента брзине након судара мења смер **(2п)**. Кретање куглице након судара посматрајмо у непокретном координатном систему xAy (видети слику 2). Кретање куглице у систему xAy је равномерно убрзано дуж обе координатне осе, са убрзањима $a_x = a_y = g / \sqrt{2}$ **(2п)**. Кинематичке једначине кретања куглице су

$$\text{редом } x(t) = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2} \quad \text{и} \quad y(t) = v_{0y}t - \frac{a_y t^2}{2}.$$

$$\text{Да би куглица пала тачно у тачку В мора да важи } x(t_p) = l = v_{0x}t_p + \frac{a_x t_p^2}{2} \quad \textbf{(1)} \quad \textbf{(2п)}$$

$$\text{и } y(t_p) = 0 = v_{0y}t_p - \frac{a_y t_p^2}{2} \quad \textbf{(2)} \quad \textbf{(2п)}, \text{ где је } t_p \text{ време које протекне од тренутка удара куглице у тачку А до тренутка удара у тачку В.}$$

$$\text{Из једначине (2) добијамо да је } t_p = \frac{2v_{0y}}{a_y} = \sqrt{\frac{8h}{g}} \quad \textbf{(3п)}, \text{ па кад дати израз заменимо у једначину (1) добијамо } x(t_p) = 4h\sqrt{2} = l \quad \textbf{(2п)}, \text{ па је тражена висина } h = \frac{l}{4\sqrt{2}} \approx 0.88 \text{ m} \quad \textbf{(2п)}.$$

5. **(2п)** Напишемо једначину стања за почетни тренутак и за неки произвољни тренутак када дође до промене температуре: $p_0 V_0 = nRT_0$, $pV = nRT$. Када искористимо $p = p_0 + \Delta p$, $V = V_0 + \Delta V$ добијамо

$$p_0 \Delta V + V_0 \Delta p + \Delta p \Delta V = p_0 V_0 \frac{t}{T_0}. \quad \text{Такође је } \Delta p = \rho gh, \Delta V = \frac{1}{2} \pi r^2 h, \quad \text{одакле закључујемо}$$

$$p_0 \frac{1}{2} \pi r^2 h + V_0 \rho gh + \rho gh \frac{1}{2} \pi r^2 h = p_0 V_0 \frac{t}{T_0} \quad \text{односно} \quad \left(\underbrace{\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0}_A \right) h + \underbrace{\frac{1}{2} \rho g \pi r^2 h^2}_B = \underbrace{\frac{p_0 V_0}{T_0} t}_C$$

2. Како смо утврдили да је квадратни члан занемарљив, то можемо записати $Ah = Ct$, односно видимо да можемо успоставити линеарну зависност између температуре и разлике висина воденог стуба. **(1п)** **За добро нацртан график у одговарајућој размери дати 5 поена.** Са графика очитавамо експерименталне тачке $A (0.8^\circ\text{C}, 2.4 \text{ cm})$, $B (8.8^\circ\text{C}, 25.6 \text{ cm})$. Коефицијент правца рачунамо као

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{(25.6 - 2.4) \text{ cm}}{(8.8 - 0.8)^\circ\text{C}} = 2.9 \text{ cm}/^\circ\text{C} \quad \textbf{(2п)}.$$

$$\Delta k = \left(\frac{2\Delta x}{|x_B - x_A|} + \frac{2\Delta y}{|y_B - y_A|} \right), \quad k = \left(\frac{2 \cdot 0.1 \text{ cm}}{23.2 \text{ cm}} + \frac{2 \cdot 0.1^\circ\text{C}}{8.0^\circ\text{C}} \right) \cdot 2.9 \text{ cm}/^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta k = 0.0975 \text{ cm}/^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta k = 0.1 \text{ cm}/^\circ\text{C}.$$



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.**



Стога имамо $k = (2.9 \pm 0.1) \text{ cm}^\circ\text{C}$. **(4п)** С друге стране је $k = \frac{p_0 V_0}{(\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0) T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{p_0 V_0}{(\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0) k}$, па

можемо израчунати $T_0 = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 0.333 \text{ l}}{(\frac{1}{2} 101325 \text{ Pa} \cdot \pi \cdot 6.25 \text{ mm}^2 + 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2 \cdot 0.333 \text{ l}) \cdot 2.9 \text{ cm}^\circ\text{C}} \approx 273,024^\circ\text{C}$. **(2п)**

Грешку израчунавамо на следећи начин $\Delta T_0 = T_0 \left(\frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta V_0}{V_0} + \frac{p_0 \pi r \Delta r + \rho g \Delta V_0}{\frac{1}{2} p_0 \pi r^2 + \rho g V_0} \right) \approx 15.96^\circ\text{C} \rightarrow \Delta T_0 = 20^\circ\text{C}$. Коначно

је $T_0 = (270 \pm 20)^\circ\text{C}$ **(2п)**. Укупан број молекула рачунамо из једначине стања за почетно стање:

$$N = \frac{p_0 V_0}{RT_0} N_A = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 0.333 \text{ l}}{8.314 \text{ J/molK} \cdot 273 \text{ K}} \cdot 6.0221367 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \approx 8.9524 \cdot 10^{21}.$$
 Када израчунамо грешку

$$\Delta N = N \left(\frac{\Delta T_0}{T_0} + \frac{\Delta V_0}{V_0} \right) \approx 0.69 \cdot 10^{21} \rightarrow \Delta N = 0.7 \cdot 10^{21}$$
 па имамо да је број молекула $N = (8.9 \pm 0.7) \cdot 10^{21}$. **(2п)**

Напомене везано за начин бодовања:

Негативни поени за график, између осталог за:

- Без наслова -0.5 (наслов није $h = f(t)$)
- Лоша размера -0.5 (график заузима мање од 1/4 простора папира)
- Недостају јединице -0.5
- Унете на осе мерене бројне вредности -0.5
- Ако 1. и 2. изабрана тачка није између 1. и 2., односно претпоследње и последње експерименталне -0.5
- Изабране тачке нису у мереном опсегу -1
- Нису уцртане грешке -0.5
- Лоша размера подеока -0.5 (1 mm на милиметарском папиру може да одговара ... 0.05; 0.1; 0.2; 0.4; 0.5; 1; 2; 4; 5; 10 ... јединица величине која се приказује)

Негативни поени за рачун, између осталог за:

- Лоша размера – за коефицијент правца 50% предвиђених бодова
- Ако нису изабране добре тачке са графика – за тражене величине 50% предвиђених бодова
- Лоше заокруживање резултата или грешке, по -0.5 поена.

Коришћење експерименталних тачака уместо тачака са графика не доноси поене, осим поена за линеаризацију.



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2013/2014. ГОДИНЕ.

