



# 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



**IV**  
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије  
Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Републике Србије  
ЗАДАЦИ – бозонска категорија

БЕОГРАД  
13-14. 4. 2013.

1. Кретање аутомобила по путу у условима саобраћајне гужве веома личи на кретање стишљивог флуида. У овом задатку испитаћемо неке карактеристике таквог флуида.

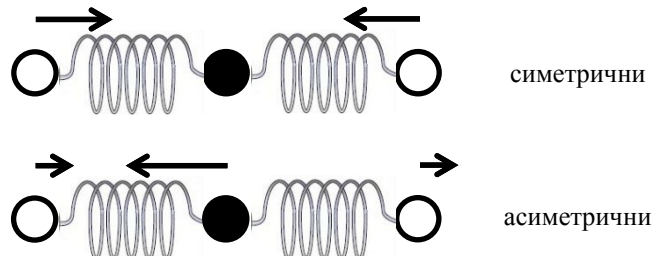
(а) Сматраћемо да се по путу са само једном саобраћајном траком крећу идентични аутомобили, при чему је дужина сваког једнака  $l$ . Возач сваког аутомобила држи довољно одстојање од аутомобила испред такво да избегне судар са њим чак и у случају да се тај аутомобил тренутно заустави. Притом је успорење при кочењу по интензитету једнако  $a$ , док је време потребно да возач примети нагли догађај и почне да кочи једнако  $t_r$ . Одредити зависност броја аутомобила по јединици дужине пута  $n$  (што је аналогон густини флуида) од брзине аутомобила  $v$  (и величина  $a$ ,  $l$  и  $t_r$ ). **(8 поена)**

(б) Одредити зависност протока аутомобила  $q$  (број аутомобила који у јединици времена прође кроз попречни пресек пута) од брзине аутомобила  $v$  (и величина  $a$ ,  $l$  и  $t_r$ ). За које  $v$  је тај проток максималан и колики је тај проток ако је  $a = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $t_r = 1 \text{ s}$  и  $l = 5 \text{ m}$ ? **(6 поена)**

(в) Колики је максимални проток аутомобила по путу са три саобраћајне траке? Ако на једном делу тог пута функционише само једна саобраћајна трака, колико пута ће се смањити максимални проток у односу на случај кад све траке функционишу? Колико пута ће се притом смањити брзина аутомобила на делу пута са три саобраћајне траке? **(6 поена)**

2. Енергија молекула је једнака збиру електронске, ротационе и вибрационе енергије  $E = E_{el} + E_{rot} + E_{vib}$ . У овом задатку ћемо сматрати да се молекул налази у основном електронском стању, тако да је  $E_{el}$  константа која се може изоставити из разматрања, а разматраћемо на примеру молекула  $\text{CO}_2$  нивое и прелазе који се јављају услед вибрација и ротације молекула.

(а) Да бисмо описали вибрације молекула  $\text{CO}_2$ , сматраћемо да су атоми С и О класичне куглице повезане опругама коефицијента еластичности  $\kappa$ . Систем може осциловати на више начина (мода), а два најзначајнија мода осциловања су симетрични и асиметрични. У симетричном моду С атом мирује, док су вектори помераја О атома у односу на равнотежни положај једнаки по интензитету и супротно усмерени. У асиметричном моду, вектори помераја О атома су једнаки, а вектор помераја С атома има супротан смер у односу на њих. Одредити кружне фреквенце осцилација у симетричном и асиметричном моду  $\omega_S$  и  $\omega_A$  ако је  $\kappa = 10^3 \text{ N/m}$ ,  $m_C = 12 u$ ,  $m_O = 16 u$ , где је  $u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  атомска јединица масе. **(9 поена)**



Слика уз 2. задатак

(б) Кад се узму у обзир и квантни ефекти, испоставља се да је вибрациона енергија молекула дата са  $E_{vib} = \hbar\omega_A \left(n_1 + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_S \left(n_2 + \frac{1}{2}\right)$ , где су  $n_1$  и  $n_2$  ненегативни цели бројеви.  $\text{CO}_2$  ласер емитује фотон при прелазу молекула са стања  $n_1 = 1, n_2 = 0$  у стање  $n_1 = 0, n_2 = 1$ . Колика је таласна дужина електромагнетних таласа које емитује  $\text{CO}_2$  ласер? **(3 поена)**

(в) Сматрајући да је молекул класични штап, одредити како кинетичка енергија ротације молекула  $E_{rot}$  зависи од квадрата момента импулса  $L^2$ . Растојање између атома С и О у равнотежном положају је  $d = 0,116 \text{ nm}$ . **(3 поена)**

(г) Кад се узму у обзир и квантни ефекти, ротациона енергија молекула  $E_{rot}$  је дата изразом који сте добили под (в) у коме треба  $L^2$  заменити са  $l(l+1)\hbar^2$ , где је  $l$  ненегативни цео број. Колики је број ротационих нивоа између вибрационог стања са  $n_1 = 0, n_2 = 0$  и вибрационог стања са  $n_1 = 0, n_2 = 1$ ? **(5 поена)**

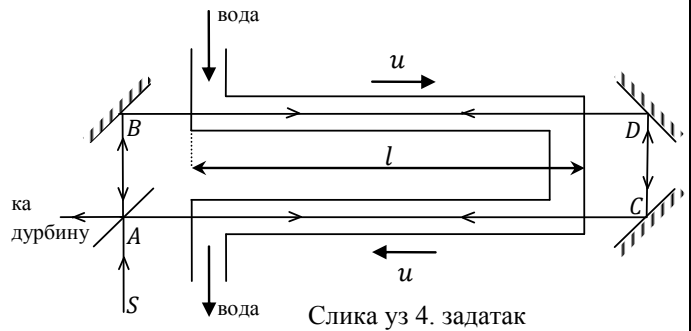
3. Идеална температура просторије је  $20^\circ\text{C}$ . Та температура се одржава помоћу клима уређаја, који ради као топлотна машина чије радно тело учествује у Карноовом циклусу у коме се топлота узима од топлотног резервоара ниже температуре и, уз спољашњи рад, предаје топлотном резервоару више температуре. Топлотни резервоари у овом задатку су просторија и околина. Снага клима уређаја је  $P$ . Услед несавршене топлотне изолације, просторија и непосредно размењује топлоту са околином, при чему је количина непосредно размењене топлоте у јединици времена дата Њутновим законом  $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = A(T_1 - T_2)$ , где су  $T_1$  и  $T_2$  редом (апсолутне) температуре околине и просторије, док је  $A$  позитивна константа одговарајућих димензија. Уколико је познато да је за одржавање идеалне температуре при спољашњој температури од  $30^\circ\text{C}$  неопходно да клима уређај ради  $\varepsilon = 30\%$  времена (у стању равнотеже), одредити минималну спољашњу температуру (у зимском периоду, када просторију загревамо) при којој овакав клима уређај може да одржи идеалну температуру просторије. **(20 поена)**



## 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



4. На слици је приказана принципијелна схема Физоовог (Fizeau) огледа из 1851. године. Светлосни зрак  $S$  пада на полупросребрену плочицу  $A$  која га дели на два једнака зрака  $AB$  и  $AC$ . Зраци пролазе кроз цеви једнаких дужина  $l$  које су испуњене водом која протиче брзином  $u$ . Помоћу система огледала зраци се усмеравају тако да кроз уређај пролазе у различитим смеровима и коначно интерферирају на плочици  $A$ . Интерференциона слика, која се посматра дурбином, последица је фазне разлике међу зрацима који у различитим смеровима пролазе кроз уређај.



Слика уз 4. задатак

(а) Са становишта тада прихваћене теорије етра, средине која прожима сва тела и која је преносник електромагнетних таласа, брзина светлости у етру који се налази у мирној води је  $c/n$ , где је  $c$  брзина светлости (у етру), а  $n$  индекс преламања воде. Вода при кретању повлачи етар, али не у потпуности, тј. његова брзина у односу на уређај је  $\alpha u$ , где је  $\alpha \leq 1$  и треба да буде одређено огледом. Користећи класични закон слагања брзина, израчунати фазну разлику  $\delta$  зрака који интерферирају на плочици  $A$ . Кружна учестаност коришћене светлости је  $\omega$ .

(10 поена)

(б) Одредити у лабораторијском референтном систему брзину простирања зрака кроз течност на основу специјалне теорије релативности за оба смера простирања.

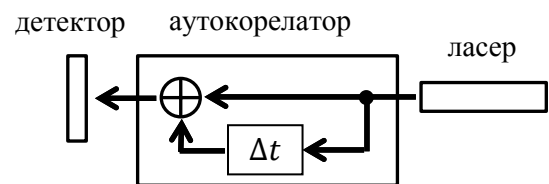
(6 поена)

(в) У Физоовом експерименту фазна разлика  $\delta$  је искоришћена за одређивање коефицијента повлачења етра. Колика вредност је добијена за  $\alpha$ ?

(4 поена)

У сва три дела задатка претпоставити да је  $u \ll c$ . Можете користити да је  $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$  за  $|x| \ll 1$ .

5. За мерење дужине трајања ултракратких ласерских импулса (импулси чије је трајање мање од 1 ps) не могу се користити фотодетектори јер је њихово време одзива знатно веће од тога, па мере само средњу вредност интензитета светлости током неког знатно дужег периода. Уместо тога, користи се уређај који се назива аутокорељатор. Аутокорељатор дели улазни сигнал на два једнака сигнала, затим уноси кашњење  $\Delta t$  у један од та два сигнала и на крају сабира те сигнале. Аутокорељатор за ласерски сноп се може реализовати коришћењем рефлектујућих и полупропусних огледала.



Слика уз 5. задатак

Ti:сафир ласер емитује периодичну поворку импулса, при чему је зависност електричног поља од времена сваког од њих облика  $E(t) = E_0 e^{-(t-T)^2/\tau^2} \cos[\omega(t-T)]$ , где је  $T$  тренутак кад електрично поље импулса достиже максимум, величина  $\tau$  је ширина импулса, а  $\omega$  је кружна учестаност електромагнетног поља ласера. Интензитет светлости која пада на детектор тада је дат изразом  $I = A + B e^{-(\Delta t)^2/(2\tau^2)} \cos(\omega\Delta t/2)$ , где су  $A$  и  $B$  константе. Мерена је зависност интензитета светлости на детектору од кашњења  $\Delta t$  у аутокорељатору. Добијени резултати су приказани на слици у прилогу. Ту слику можете приложити уз рад уколико сте на њој нешто радили.

(а) Одредити таласну дужину светлости коју емитује Ti:сафир ласер.

(7 поена)

(б) Одредити ширину ласерских импулса  $\tau$ .

(13 поена)

У овом задатку не захтева се да одређујете грешке тражених величина.

**Потребне константе које можете користити у свим задацима:**

Брзина светлости  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s, редукована Планкова константа  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$  J·s.

Свим такмичарима желимо пријатан рад и добру забаву уз задатке!

Задатке припремили:

др Ненад Вукмировић, Институт за физику, Београд  
Вељко Јанковић, Физички факултет, Београд

Рецензент:

др Дарко Танасковић, Институт за физику, Београд  
Председник Комисије за такмичење ученика средњих школа:  
др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд



# 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



Друштво физичара Србије

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Републике Србије

БЕОГРАД  
13-14. 4. 2013.

**IV**  
РАЗРЕД

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА - бозонска категорија

1. (а) Растојање од предњег краја аутомобила до задњег краја аутомобила испред њега је  $s = s_1 + s_2$ , где је  $s_1 = vt_r$  пут који пређе аутомобил пре него што возач почне да кочи, а  $s_2 = \frac{v^2}{2a}$  пут који пређе аутомобил при кочењу **4п**. Број аутомобила по јединици дужине пута је онда  $n = \frac{1}{s+l} = \frac{2a}{2avt_r+v^2+2al}$  **4п**. (б) Проток је једнак  $q = nv = \frac{2av}{2avt_r+v^2+2al}$  **2п**. Ова функција достиже максимум за  $v_m = \sqrt{2al} = 10 \text{ m/s}$  и тај максимум је једнак  $q_m = \frac{\sqrt{a}}{t_r\sqrt{a}+\sqrt{2l}} = 0,5 \text{ s}^{-1}$  **4п**. (в) Максимални проток на путу са три саобраћајне траке је  $q_3 = 3q_m = 1,5 \text{ s}^{-1}$ . У случају кад на делу пута ради само једна трака, максимални проток у тој траци је  $q_1 = q_m = 0,5 \text{ s}^{-1}$ , па је толики и максимални проток на целом путу, што значи да је трипут мањи него у случају кад раде све траке **3п**. Из услова  $q_1 = 3 \frac{2au}{2aut_r+u^2+2al}$  где је  $u$  брзина аутомобила у делу пута са једном траком, добијамо  $u = a \left( \frac{3}{q_1} - t_r \right) - \frac{1}{q_1} \sqrt{a^2(3 - q_1 t_r)^2 - 2alq_1^2} = 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , што значи да се та брзина смањи 10 пута **3п**.
2. (а) Нека су  $u_1$  и  $u_2$  помераји левог и десног атома О из равнотежног положаја, а  $u_C$  померај С атома. За симетричну моду важи  $m_0 \ddot{u}_1 = -\kappa u_1$ , одакле је  $\omega_S = \sqrt{\frac{\kappa}{m_0}} = 1,94 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  **3п**. За асиметричну моду је  $u_1 = u_2$ , а из услова да се центар масе система не помера следи  $2m_0 u_1 + m_C u_C = 0$ . Једначина кретања левог С атома је  $m_0 \ddot{u}_1 = \kappa(u_C - u_1)$  **4п**, одакле је  $\ddot{u}_1 + \kappa \left( \frac{2}{m_C} + \frac{1}{m_0} \right) u_1 = 0$ , па је  $\omega_A = \sqrt{\kappa \left( \frac{2}{m_C} + \frac{1}{m_0} \right)} = 3,72 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  **2п**. (б) Разлика енергија стања са  $n_1 = 1, n_2 = 0$  и  $n_1 = 0, n_2 = 1$  је  $\Delta E = \hbar \omega_A - \hbar \omega_S$ , па је  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_A - \omega_S} = 10,6 \mu\text{m}$  **3п**. (в) Кинетичка енергија ротације је  $E_{rot} = \frac{L^2}{2I}$ , где је  $I = 2m_0 d^2$ , где је  $I$  момент инерције у односу на осу која пролази кроз центар масе и нормална је на правац молекула **3п**. (г) Енергија ротационог нивоа са квантним бројем  $l$  је  $E_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I} l(l+1)$ . Тражени број ротационих нивоа добијамо из услова  $\frac{\hbar^2}{2I} l(l+1) < \hbar \omega_S$ , одакле је  $l \leq 50$  **5п**.
3. У стању равнотеже у летњем периоду, количина топлоте коју просторија за време  $\Delta t$  непосредно прими од околине једнака је количини топлоте коју за то време клима уређај одведе од ње:  $\Delta Q_2 = A(T_1 - T_2)\Delta t$ , где је  $t_1 = 30^\circ\text{C}$  и  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ . Према првом закону термодинамике важи  $\Delta Q_2 + \Delta W = \Delta Q_1$ , где је  $\Delta W = \varepsilon P \Delta t$  уложени рад за време  $\Delta t$ , док је  $\Delta Q_1$  количина топлоте која се за то време преда околини **5п**. У Карноовом циклусу важи  $\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$  **4п**. Елиминацијом  $\Delta t$  из претходних једначина, добија се  $A = \varepsilon P \frac{T_2}{(T_1 - T_2)^2}$  **3п**. Минимална спољашња температура у зимском периоду  $T_1^{\text{min}}$  при којој се одржава идеална температура просторије добија се из услова да клима уређај ради 100% времена:  $\Delta W^{\text{m}} = P \Delta t$ . Користећи једначине (сада уз замењене улоге топлотних резервоара—просторије и околине)  $\Delta Q_2^{\text{min}} = A(T_2 - T_1^{\text{min}})\Delta t$ ,  $\Delta Q_2^{\text{min}} = \Delta W^{\text{m}} + \Delta Q_1^{\text{min}}$  и  $\frac{\Delta Q_1^{\text{min}}}{\Delta Q_2^{\text{min}}} = \frac{T_1^{\text{min}}}{T_2}$  **5п** и поново елиминацијом времена, сада уз познату вредност за  $A$ , добија се да је  $T_1^{\text{min}} = T_2 - \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\varepsilon}}$ , односно након замене бројних вредности  $t_1^{\text{min}} = 1,7^\circ\text{C}$  **3п**.
4. (а) Према класичном закону слагања брзина, за брзину светлости у води у односу на уређај важи  $\vec{v} = \frac{1}{n} \vec{c} + \alpha \vec{u}$  **2п**. Први сабирак је брзина светлости у етру који се налази у мирној води, док је други сабирак брзина етра у односу на уређај. Зрак  $ABDCA$  кроз обе цеви пролази брзином  $v_1 = \frac{c}{n} + \alpha u$ , а време за које прође кроз обе цеви  $t_1 = \frac{2l}{\frac{c}{n} + \alpha u}$ , док је за зрак  $ACDBA$   $v_2 = \frac{c}{n} - \alpha u$ , а  $t_2 = \frac{2l}{\frac{c}{n} - \alpha u}$  **4п**. Разлика времена за које зраци прођу кроз уређај настаје услед простирања у текућој води, а како је парност броја рефлексција које зраци  $ABDCA$  и  $ACDBA$  доживе једнака ( $ABDCA$  доживи 3, а  $ACDBA$  доживи 5 рефлексција), тражена фазна разлика једнака је  $\delta = \omega(t_2 - t_1) = \omega \frac{4\alpha u}{\left(\frac{c}{n}\right)^2 - (\alpha u)^2} \approx \omega \cdot n^2 \cdot 4\alpha \frac{u}{c^2}$  **4п**.
- (б) Брзина простирања зрака у референтном систему у коме течност мирује је  $\frac{c}{n}$ . У односу на овај систем, лабораторијски уређај се креће брзином интензитета  $u$ . Према релативистичком закону слагања брзина, брзина зрака  $ABDCA$  у односу на уређај је  $v_1 = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u}{nc}}$  **3п**, док је брзина зрака  $ACDBA$  у односу на уређај  $v_2 = \frac{\frac{c}{n} - u}{1 - \frac{u}{nc}}$  **3п**.
- (в) Задржавајући само чланове линеарне по  $u$ , добија се  $v_1 \approx \left(\frac{c}{n} + u\right) \left(1 - \frac{u}{nc}\right) \approx \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)u$  и аналогно  $v_2 \approx \frac{c}{n} -$



## 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



$(1 - \frac{1}{n^2})u$ , одакле се поређењем са брзинама у делу (а) уочава да је  $\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}$  **4п.**

5. (а) Директним читавањем са графика налазимо да између тачака (-34; 2,25) и (34; 2,25) постоји 12 периода сигнала **5п.** Зато је период сигнала са графика једнак  $T = \frac{2 \cdot 34}{12} \text{ fs} = 5,67 \text{ fs}$ . Пошто је  $T = \frac{2\pi}{\omega/2}$ , следи  $\omega = \frac{4\pi}{T} = 2,22 \text{ fs}^{-1}$ , одакле је  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = 850 \text{ nm}$  **2п.**

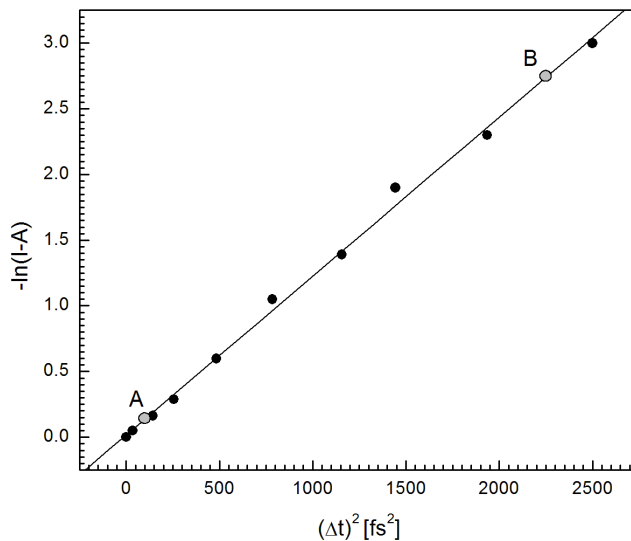
(б) Величина  $A$  представља средњу вредност сигнала и са графика процењујемо да је  $A = 2,0$ . За вредности  $\Delta t$  када је  $\cos(\omega\Delta t/2) = 1$  важи  $I - A = Be^{-(\Delta t)^2/(2\tau^2)}$ , одакле је након линеаризације  $-\ln(I - A) = -\ln B + \frac{1}{2\tau^2}(\Delta t)^2$  **4п.**

Одговарајући график и табела су приказани доле **6п.**

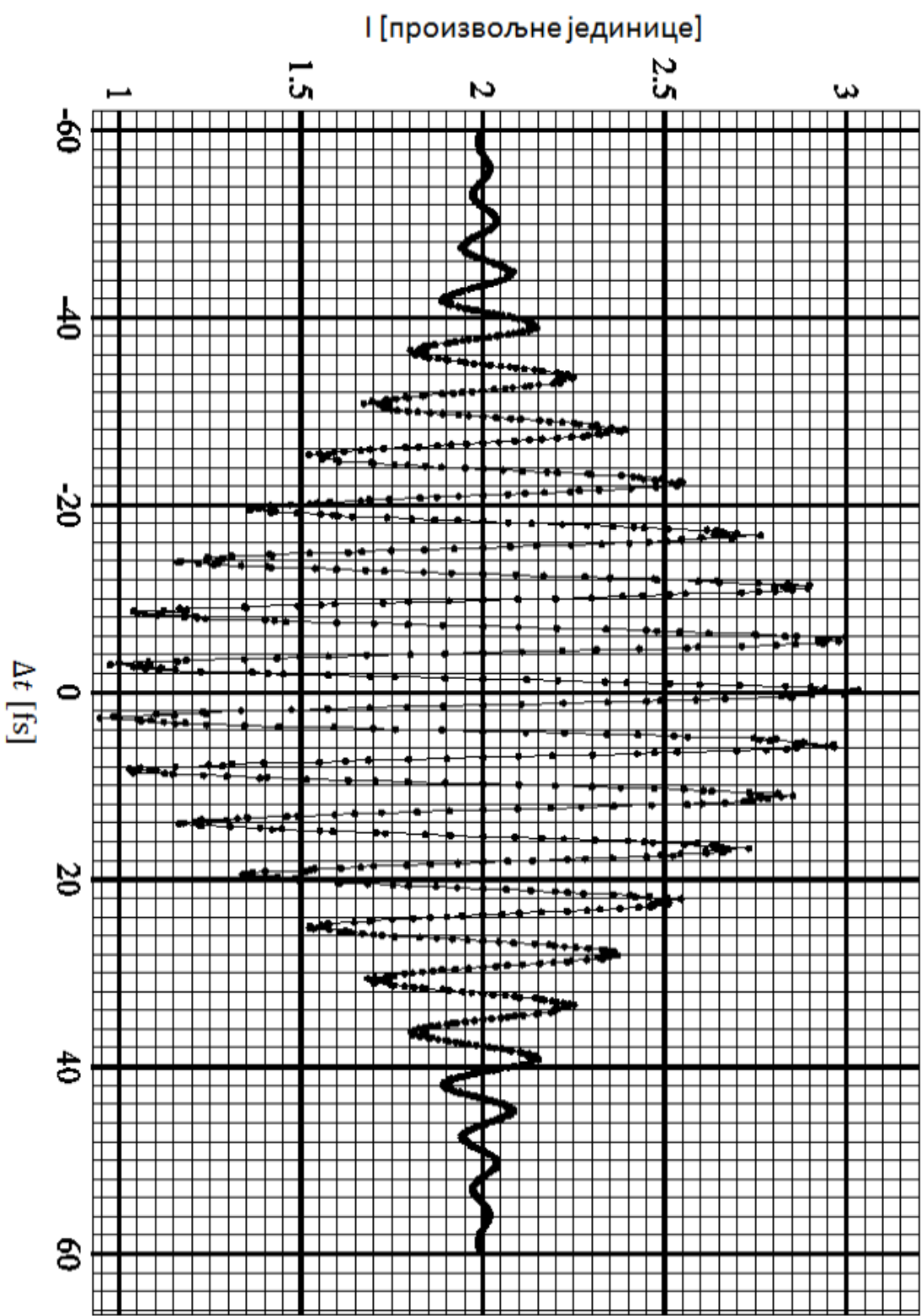
$\Delta t$ [fs]	0	6	12	16	22	28	34	38	44	50
$I - A$	1,00	0,95	0,85	0,75	0,55	0,35	0,25	0,15	0,10	0,05
$(\Delta t)^2$ [fs <sup>2</sup> ]	0	36	144	256	484	784	1156	1444	1936	2500
$-\ln(I - A)$	0	0,051	0,162	0,288	0,598	1,05	1,39	1,90	2,30	3,00

Најбоља права провучена кроз дате тачке је приказана на слици. Очитавањем координате две тачке на тој правој  $A=(100; 0,15)$  и  $B=(2250; 2,75)$  добијамо да је коефицијент правца  $\frac{1}{2\tau^2} = \frac{2,75-0,15}{2250-100} \text{ fs}^{-2} = 0,00121 \text{ fs}^{-2}$ , одакле је  $\tau = 20 \text{ fs}$  **3п.**

Линеаризовани график зависности  
интензитета од временског кашњења



Зависност интензитета од временског кашњења



Уколико предајете график уз рад, овде упишите шифру:



# 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



**IV**  
РАЗРЕД

Друштво физичара Србије  
Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Републике Србије  
ЗАДАЦИ – фермионска категорија

БЕОГРАД  
13-14. 4. 2013.

1. Кретање аутомобила по путу у условима саобраћајне гужве веома личи на кретање стишљивог флуида. У овом задатку испитаћемо неке карактеристике таквог флуида.

(а) Сматраћемо да се по путу са само једном саобраћајном траком крећу идентични аутомобили, при чему је дужина сваког једнака  $l$ . Возач сваког аутомобила држи довољно одстојање од аутомобила испред такво да избегне судар са њим чак и у случају да се тај аутомобил тренутно заустави. Притом је успорење при кочењу по интензитету једнако  $a$ , док је време потребно да возач примети нагли догађај и почне да кочи једнако  $t_r$ . Одредити зависност броја аутомобила по јединици дужине пута  $n$  (што је аналогон густини флуида) од брзине аутомобила  $v$  (и величина  $a$ ,  $l$  и  $t_r$ ). **(8 поена)**

(б) Одредити зависност протока аутомобила  $q$  (број аутомобила који у јединици времена прође кроз попречни пресек пута) од брзине аутомобила  $v$  (и величина  $a$ ,  $l$  и  $t_r$ ). За које  $v$  је тај проток максималан и колики је тај проток ако је  $a = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $t_r = 1 \text{ s}$  и  $l = 5 \text{ m}$ ? Помоћ: Функција облика  $f(x) = \frac{x}{a_1x^2 + a_2x + a_3}$ , где су  $a_1$ ,  $a_2$  и  $a_3$  позитивне константе, у области  $x \geq 0$  достиже максимум за  $x = \sqrt{a_3/a_1}$ . **(6 поена)**

(в) Колики је максимални проток аутомобила по путу са три саобраћајне траке? Ако на једном делу тог пута функционише само једна саобраћајна трака, колико пута ће се смањити максимални проток у односу на случај кад све траке функционишу? Колико пута ће се притом смањити брзина аутомобила на делу пута са три саобраћајне траке? **(6 поена)**

2. Угљен моноксид (CO) је гас без боје, укуса и мириса који је отрован кад је присутан у већим концентрацијама.



Слика уз 2. задатак

(а) Сматрајући да су атоми С и О класичне куглице повезане опругама коефицијента еластичности  $k$ , одредити  $\omega$ , кружну фреквенцу осцилација молекула CO. У прорачуну користити следеће бројне вредности:  $k = 1,86 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ ,  $m_C = 12 u$ ,  $m_O = 16 u$ , где је  $u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  атомска јединица масе. **(12 поена)**

(б) Кад се узму у обзир и квантни ефекти, испоставља се да је енергија вибрација CO молекула дата са  $E = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right)$ , где је  $n$  ненегативни цео број. Присуство CO молекула у ваздуху може се открити детекцијом фотона емитованих при прелазу молекула из првог побуђеног вибрационог нивоа у основни ниво. Колика је таласна дужина тих фотона? **(8 поена)**

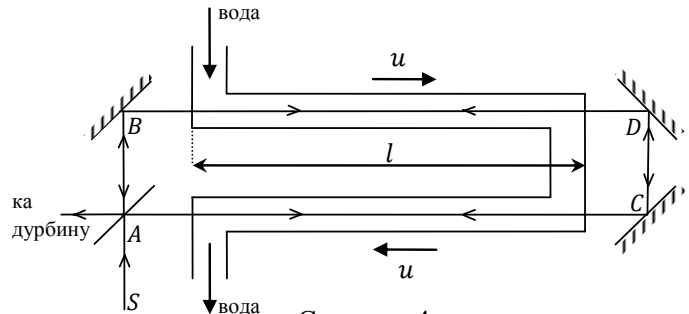
3. Идеална температура просторије је  $20^\circ\text{C}$ . Та температура се одржава помоћу клима уређаја, који ради као топлотна машина чије радно тело учествује у Карноовом циклусу у коме се топлота узима од топлотног резервоара ниже температуре и, уз спољашњи рад, предаје топлотном резервоару више температуре. Топлотни резервоари у овом задатку су просторија и околина. Снага клима уређаја је  $P$ . Услед несавршене топлотне изолације, просторија и непосредно размењује топлоту са околином, при чему је количина непосредно размењене топлоте у јединици времена дата Њутновим законом  $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = A(T_1 - T_2)$ , где су  $T_1$  и  $T_2$  редом (апсолутне) температуре околине и просторије, док је  $A$  позитивна константа одговарајућих димензија. Уколико је познато да је за одржавање идеалне температуре при спољашњој температури од  $30^\circ\text{C}$  неопходно да клима уређај ради  $\varepsilon = 30\%$  времена (у стању равнотеже), одредити максималну спољашњу температуру (у летњем периоду, када просторију расхлађујемо) при којој овакав клима уређај може да одржи идеалну температуру просторије. **(20 поена)**



## 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



4. На слици је приказана принципијелна схема Физоовог (Fizeau) огледа из 1851. године. Светлосни зрак  $S$  пада на полупосребрену плочицу  $A$  која га дели на два једнака зрака  $AB$  и  $AC$ . Зраци пролазе кроз цеви једнаких дужина  $l$  које су испуњене водом која протиче брзином  $u$ . Помоћу система огледала зраци се усмеравају тако да кроз уређај пролазе у различитим смеровима и коначно интерферирају на плочици  $A$ . Интерференциона слика, која се посматра дурбином, последица је фазне разлике међу зрацима који у различитим смеровима пролазе кроз уређај.



Слика уз 4. задатак

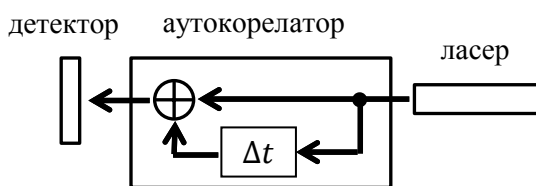
(а) Са становишта тада прихваћене теорије етра, средине која прожима сва тела и која је преносник електромагнетних таласа, брзина светлости у етру који се налази у мирној води је  $c/n$ , где је  $c$  брзина светлости (у етру), а  $n$  индекс преламања воде. Вода при кретању повлачи етар, али не у потпуности, тј. његова брзина у односу на уређај је  $\alpha u$ , где је  $\alpha \leq 1$  и треба да буде одређено огледом. Користећи класични закон слагања брзина, показати да је фазна разлика  $\delta$  зрака који интерферирају на плочици  $A$  једнака  $\delta = 4\alpha n^2 \frac{l\omega u}{c^2}$ , где је  $\omega$  кружна фреквенција коришћене светлости. **(10 поена)**

(б) Одредити у лабораторијском референтном систему брзину простирања зрака кроз течност на основу специјалне теорије релативности за оба смера простирања. **(6 поена)**

(в) У Физоовом експерименту фазна разлика  $\delta$  је искоришћена за одређивање коефицијента повлачења етра. Колика вредност је добијена за  $\alpha$ ? **(4 поена)**

У сва три дела задатка претпоставити да је  $u \ll c$ . Можете користити да је  $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$  за  $|x| \ll 1$ .

5. За мерење дужине трајања ултракратких ласерских импулса (импулси чије је трајање мање од 1 ps) не могу се користити фотодетектори јер је њихово време одзива знатно веће од тога, па мере само средњу вредност интензитета светлости током неког знатно дужег периода. Уместо тога, користи се уређај који се назива аутокорељатор. Аутокорељатор дели улазни сигнал на два једнака сигнала, затим уноси кашњење  $\Delta t$  у један од та два сигнала и на крају сабира те сигнале. Аутокорељатор за ласерски сноп се може реализовати коришћењем рефлектујућих и полупропусних огледала.



Слика уз 5. задатак

Ti:сафир ласер емитује периодичну поворку импулса, при чему је зависност електричног поља од времена сваког од њих облика  $E(t) = E_0 e^{-(t-T)^2/\tau^2} \cos[\omega(t-T)]$ , где је  $T$  тренутак кад електрично поље импулса достиже максимум, величина  $\tau$  је ширина импулса, а  $\omega$  је кружна учестаност електромагнетног поља ласера. Интензитет светлости која пада на детектор тада је дат изразом  $I = A + B e^{-(\Delta t)^2/(2\tau^2)} \cos(\omega\Delta t/2)$ , где су  $A$  и  $B$  константе.

Мерена је зависност интензитета светлости на детектору од кашњења  $\Delta t$  у аутокорељатору. Добијени резултати су приказани на слици у прилогу. Ту слику можете приложити уз рад уколико сте на њој нешто радили.

(а) Одредити таласну дужину светлости коју емитује Ti:сафир ласер. **(7 поена)**

(б) Одредити ширину ласерских импулса  $\tau$ . **(13 поена)**

У овом задатку не захтева се да одређујете грешке тражених величина.

**Потребне константе које можете користити у свим задацима:**

Брзина светлости  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s, редукована Планкова константа  $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$  J·s.

Свим такмичарима желимо пријатан рад и добру забаву уз задатке!

Задатке припремили:

др Ненад Вукмировић, Институт за физику, Београд  
Вељко Јанковић, Физички факултет, Београд

Рецензент:

др Дарко Танасковић, Институт за физику, Београд  
Председник Комисије за такмичење ученика средњих школа:  
др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд



# 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



Друштво физичара Србије

**IV**  
РАЗРЕД

Министарство просвете, науке и технолошког развоја  
Републике Србије  
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – фермионска категорија

БЕОГРАД  
13-14. 4. 2013.

1. (а) Растојање од предњег краја аутомобила до задњег краја аутомобила испред њега је  $s = s_1 + s_2$ , где је  $s_1 = vt_r$  пут који пређе аутомобил пре него што возач почне да кочи, а  $s_2 = \frac{v^2}{2a}$  пут који пређе аутомобил при кочењу **4п.** Број аутомобила по јединици дужине пута је онда  $n = \frac{1}{s+l} = \frac{2a}{2avt_r + v^2 + 2al}$  **4п.** (б) Проток је једнак  $q = nv = \frac{2av}{2avt_r + v^2 + 2al}$  **2п.** Ова функција достиже максимум за  $v_m = \sqrt{2al} = 10 \text{ m/s}$  и тај максимум је једнак  $q_m = \frac{\sqrt{a}}{t_r\sqrt{a} + \sqrt{2l}} = 0,5 \text{ s}^{-1}$  **4п.** (в) Максимални проток на путу са три саобраћајне траке је  $q_3 = 3q_m = 1,5 \text{ s}^{-1}$ . У случају кад на делу пута ради само једна трака, максимални проток у тој траци је  $q_1 = q_m = 0,5 \text{ s}^{-1}$ , па је толики и максимални проток на целом путу, што значи да је трипут мањи него у случају кад раде све траке **3п.** Из услова  $q_1 = 3 \frac{2au}{2aut_r + u^2 + 2al}$  где је  $u$  брзина аутомобила у делу пута са једном траком, добијамо  $u = a \left( \frac{3}{q_1} - t_r \right) - \frac{1}{q_1} \sqrt{a^2(3 - q_1 t_r)^2 - 2alq_1^2} = 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , што значи да се та брзина смањи 10 пута **3п.**

2. (а) Нека је  $u_1$  померај атома О из равнотежног положаја, а  $u_2$  померај С атома. Једначина кретања О атома је  $m_0 \ddot{u}_1 = \kappa(u_2 - u_1)$ . Из услова да се центар масе система не помера следи  $m_0 u_1 + m_c u_2 = 0$  **8п.** одакле је  $\ddot{u}_1 + \kappa \left( \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_0} \right) u_1 = 0$ , па је  $\omega = \sqrt{\kappa \left( \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_0} \right)} = 4,04 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  **4п.** (б) Енергија прелаза из првог побуђеног у основно вибрационо стање је  $E = \hbar \omega$  **5п.** па је таласна дужина емитованог фотона  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = 4,66 \mu\text{m}$  **3п.**

3. У стању равнотеже у летњем периоду, количина топлоте коју просторија за време  $\Delta t$  непосредно прими од околине једнака је количини топлоте коју за то време клима уређај одведе од ње:  $\Delta Q_2 = A(T_1 - T_2)\Delta t$ , где је  $t_1 = 30^\circ\text{C}$  и  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ . Према првом закону термодинамике важи  $\Delta Q_2 + \Delta W = \Delta Q_1$ , где је  $\Delta W = \varepsilon P \Delta t$  уложени рад за време  $\Delta t$ , док је  $\Delta Q_1$  количина топлоте која се за то време преда околини **5п.** У Карноовом циклусу важи  $\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$  **4п.** Елиминацијом  $\Delta t$  из претходних једначина, добија се  $A = \varepsilon P \frac{T_2}{(T_1 - T_2)^2}$  **3п.** Максимална спољашња температура  $T_1^{\text{max}}$  при којој се одржава идеална температура просторије добија се из услова да клима уређај ради 100% времена:  $\Delta W^{\text{m}} = P \Delta t$ . Користећи једначине  $\Delta Q_2^{\text{max}} = A(T_1^{\text{max}} - T_2)\Delta t$ ,  $\Delta Q_2^{\text{max}} + \Delta W^{\text{m}} = \Delta Q_1^{\text{max}}$  и  $\frac{\Delta Q_1^{\text{max}}}{\Delta Q_2^{\text{max}}} = \frac{T_1^{\text{max}}}{T_2}$  **5п.** које су аналогне претходно написаним једначинама, и поново елиминацијом времена, сада уз познату вредност за  $A$ , добија се да је  $T_1^{\text{max}} = T_2 + \frac{T_1 - T_2}{\sqrt{\varepsilon}}$ . Након замене бројних вредности,  $t_1^{\text{max}} = 38,3^\circ\text{C}$  **3п.**

4. (а) Према класичном закону слагања брзина, за брзину светлости у води у односу на уређај важи  $\vec{v} = \frac{1}{n} \vec{c} + \alpha \vec{u}$  **2п.** Први сабирак је брзина светлости у етру који се налази у мирној води, док је други сабирак брзина етра у односу на уређај. Зрак  $ABDCA$  кроз обе цеви пролази брзином  $v_1 = \frac{c}{n} + \alpha u$ , а време за које прође кроз обе цеви  $t_1 = \frac{2l}{\frac{c}{n} + \alpha u}$ , док је за зрак  $ACDBA$   $v_2 = \frac{c}{n} - \alpha u$ , а  $t_2 = \frac{2l}{\frac{c}{n} - \alpha u}$  **4п.** Разлика времена за које зраци прођу кроз уређај настаје услед простирања у текућој води, а како је парност броја рефлексија које зраци  $ABDCA$  и  $ACDBA$  доживе једнака ( $ABDCA$  доживи 3, а  $ACDBA$  доживи 5 рефлексија), тражена фазна разлика једнака је  $\delta = \omega(t_2 - t_1) = \omega \frac{4\alpha u}{\left(\frac{c}{n}\right)^2 - (\alpha u)^2} \approx \omega \cdot n^2 \cdot 4\alpha \frac{u}{c^2}$  **4п.**

(б) Брзина простирања зрака у референтном систему у коме течност мирује је  $\frac{c}{n}$ . У односу на овај систем, лабораторијски уређај се креће брзином интензитета  $u$ . Према релативистичком закону слагања брзина, брзина зрака  $ABDCA$  у односу на уређај је  $v_1 = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u}{nc}}$  **3п.**, док је брзина зрака  $ACDBA$  у односу на уређај  $v_2 = \frac{\frac{c}{n} - u}{1 - \frac{u}{nc}}$  **3п.**

(в) Задржавајући само чланове линеарне по  $u$ , добија се  $v_1 \approx \left( \frac{c}{n} + u \right) \left( 1 - \frac{u}{nc} \right) \approx \frac{c}{n} + \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) u$  и аналогно  $v_2 \approx \frac{c}{n} - \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) u$ , одакле се поређењем са брзинама у делу (а) уочава да је  $\alpha = 1 - \frac{1}{n^2}$  **4п.**

5. (а) Директним читавањем са графика налазимо да између тачака  $(-34; 2,25)$  и  $(34; 2,25)$  постоји 12 периода сигнала **5п.** Зато је период сигнала са графика једнак  $T = \frac{2 \cdot 34}{12} \text{ fs} = 5,67 \text{ fs}$ . Пошто је  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , следи  $\omega = \frac{4\pi}{T} =$





## 51. ДРЖАВНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА



$2,22 \text{ fs}^{-1}$ , одакле је  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = 850 \text{ nm}$  **2п.**

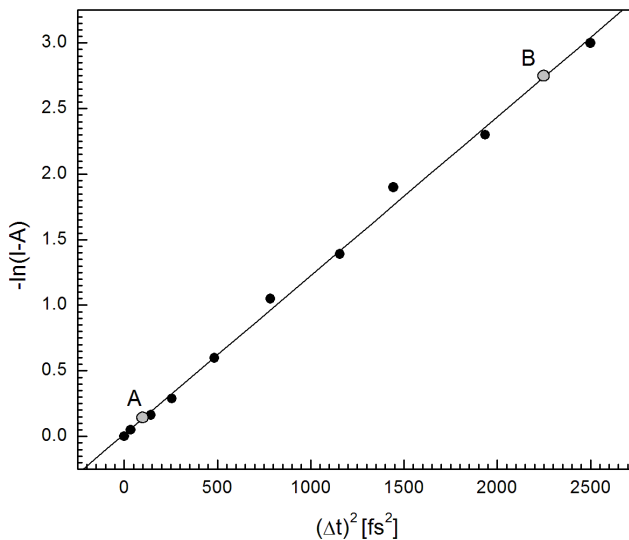
(б) Величина  $A$  представља средњу вредност сигнала и са графика процењујемо да је  $A = 2,0$ . За вредности  $\Delta t$  када је  $\cos(\omega\Delta t/2) = 1$  важи  $I - A = B e^{-(\Delta t)^2/(2\tau^2)}$ , одакле је након линеаризације  $-\ln(I - A) = -\ln B + \frac{1}{2\tau^2}(\Delta t)^2$  **4п.**

Одговарајући график и табела су приказани доле **6п.**

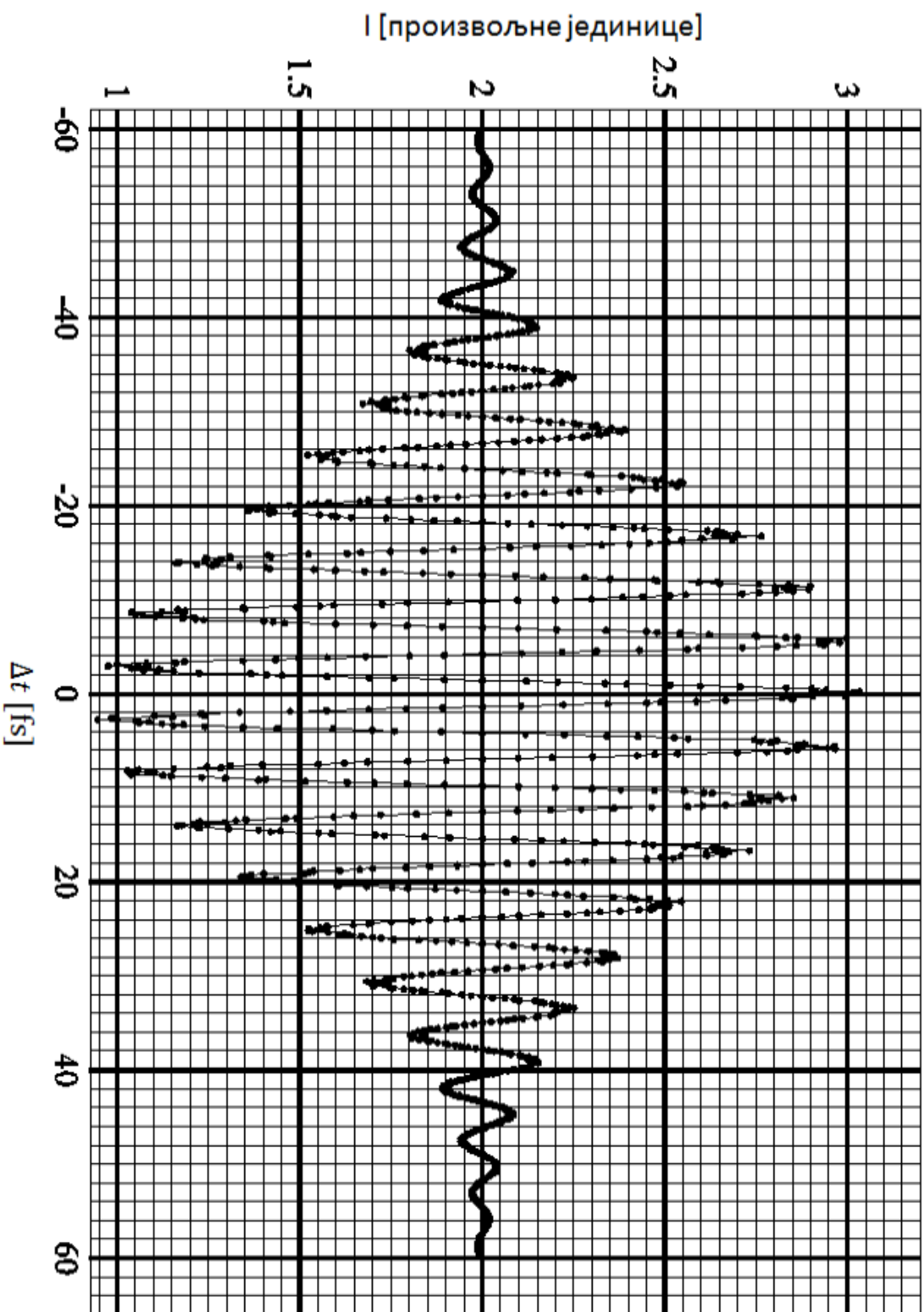
$\Delta t$ [fs]	0	6	12	16	22	28	34	38	44	50
$I - A$	1,00	0,95	0,85	0,75	0,55	0,35	0,25	0,15	0,10	0,05
$(\Delta t)^2$ [fs <sup>2</sup> ]	0	36	144	256	484	784	1156	1444	1936	2500
$-\ln(I - A)$	0	0,051	0,162	0,288	0,598	1,05	1,39	1,90	2,30	3,00

Најбоља права провучена кроз дате тачке је приказана на слици. Очитавањем координате две тачке на тој правој  $A=(100; 0,15)$  и  $B=(2250; 2,75)$  добијамо да је коефицијент правца  $\frac{1}{2\tau^2} = \frac{2,75-0,15}{2250-100} \text{ fs}^{-2} = 0,00121 \text{ fs}^{-2}$ , одакле је  $\tau = 20 \text{ fs}$  **3п.**

Линеаризовани график зависности  
интензитета од временског кашњења



Зависност интензитета од временског кашњења



Уколико предајете график уз рад, овде упишите шифру: