



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ

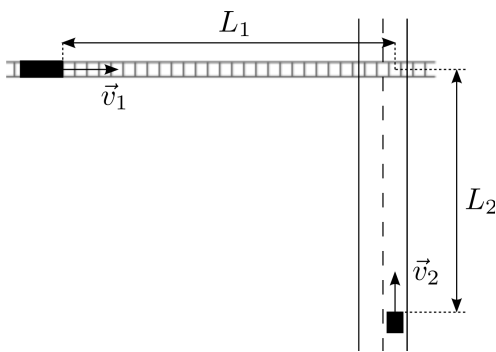


III РАЗРЕД

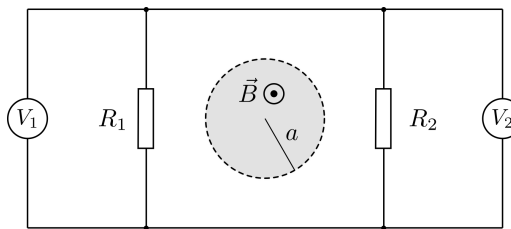
Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ - II група

СЕНТА
21.04.2012.

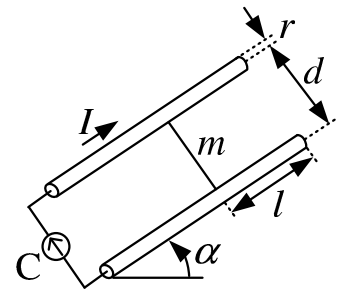
- Брзи воз се креће константном брзином интензитета $v_1 = 45,0 \text{ m/s}$ ка пружном прелазу, док се путем нормално на правац пруге креће аутомобил константном брзином интензитета $v_2 = 15,0 \text{ m/s}$, као на слици. Уколико сирена воза емитује звук учестаности $\nu = 500,0 \text{ Hz}$, одредите учестаност звука који чују путници у аутомобилу у тренутку када се воз налази на растојању $L_1 = 300 \text{ m}$, а аутомобил на растојању $L_2 = 100 \text{ m}$ од прелаза. Брзина звука у ваздуху је $c = 340 \text{ m/s}$. (15 поена)
- Два истоветна волтметра V_1 и V_2 унутрашњих отпора r_v прикључена су паралелно на отпорнике R_1 и R_2 , као што је приказано на слици. У простору између отпорника, унутар кружне области полупречника a , постоји хомогено магнетно поље чији се интензитет индукције мења током времена по закону $B(t) = B_0 + \beta t$, где је β позитивна константа. Одредите колике напоне ће показивати волтметри. Занемарите све друге отпорности у колу, као и ефекте самоиндукције. (20 поена)
- Војска Србије развија далекометни електромагнетни топ који се састоји од две цилиндричне паралелне проводне шине спојене струјним извором C и танким клизним жичаним пројектилом, као што је приказано на слици. Полупречник шина је $r = 10 \text{ mm}$, растојање између њихових оса је $d = 500 \text{ cm}$, док је маса пројектила $m = 1,0 \text{ kg}$. Електромагнетни топ се активира пуштањем једносмерног струјног импулса трајања $\Delta t = 900 \text{ ms}$ и интензитета $I = 40 \text{ kA}$ кроз коло, што доводи до покретања пројектила под дејством магнетног поља шина. Сматрајте да се пројектил налази у равни оса шина и претпоставите да је растојање између струјног извора и пројектила веома велико. Цела конструкција топа може да мења нагиб α у односу на хоризонталну подлогу.
 - Колики је интензитет силе која делује на пројектил након активирања топа? Напомена: за велике природне бројеве n и k , сума $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{n+k}$ је приближно једнака $\ln \frac{n+k}{n}$.
 - Колико пута је убрзање пројектила веће од убрзања Земљине теже?
 - Колико треба да буде растојање l од почетног положаја пројектила до краја шина да би се постигао максималан домет топа? Колико износи максималан домет и при ком нагибу α се постиже? Подразумевајте да је топ укупан тако да се крај шина налази у нивоу Земљине површине и да се домет мери у односу на ту тачку.
 Трење, отпор ваздуха и електромагнетну индукцију занемарите. Убрзање Земљине теже износи $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, а магнетна пермеабилност ваздуха $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$. (20 поена)



Слика уз задатак 1



Слика уз задатак 2



Слика уз задатак 3



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ



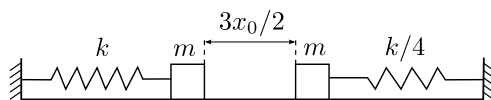
III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ - II група

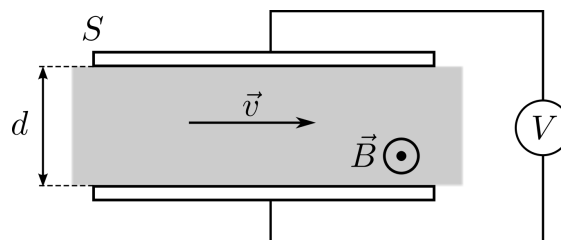
СЕНТА
21.04.2012.

4. Два тела једнаких маса m се налазе на глаткој хоризонталној подлози и прикачена су лаким опругама константи еластичности k и $k/4$ за наспрамне зидове, као на слици. У почетном тренутку оба тела мирују, лева опруга је сабијена за x_0 , десна је неистегнута, а растојање међу телима је $3x_0/2$. Правци опруга се поклапају, а опруге су довољно дуге тако да тела током кретања немају додира са зидовима. Судари тела су апсолутно еластични. Нађите временске зависности елонгација левог и десног тела од почетног тренутка до трећег судара тела. Прикажите добијене зависности графички и назначите на графику времена судара и екстремне вредности приказаних функција. (20 поена)
5. Индукциони мерач протока течности се може представити као плочасти кондензатор који се налази у хомогеном, стационарном магнетном пољу индукције $\vec{B}$, при чему течност чија се брзина мери протиче између електрода кондензатора константном брзином $\vec{v}$, као што је приказано на слици. За електроде кондензатора је везан волтметар унутрашње отпорности $R_V = 1,10 \text{ M}\Omega$, док је отпорност прикључних проводника занемарљива. Специфична отпорност течности на температури $t_0 = 20^\circ\text{C}$ износи $\rho_0 = 1,10 \text{ k}\Omega\text{m}$. Површина једне електроде кондензатора је $S = 10 \text{ cm}^2$, а растојање између плоча је $d = 10 \text{ mm}$.
- а) Одредите зависност напона U који показује волтметар у функцији од интензитета брзине течности v .
- б) Приликом баждарења мерача потребно је измерити интензитет магнетне индукције B . Због тога је изведен експеримент у коме је читаван напон на волтметру при познатим брзинама течности. Резултати мерења су приказани у табели, при чему се може сматрати да су грешке мерења брзине занемарљиве, док су грешке мерења напона $\Delta U = 0,5 \text{ mV}$. Резултате мерења прикажите графички и на основу тога процените максималну брзину v_{max} до које је могуће поуздано користити индукциони мерач протока. За велике брзине протока појављују се турбуленције у течности, па зависност напона у функцији од брзине, коју сте извели у делу а), престаје да важи.
- в) На основу графика одредите интензитет магнетне индукције B и процените његову грешку.
- г) Специфична отпорност течности зависи од температуре по закону $\rho(t) = \rho_0/(1 + \alpha(t - t_0))$, где је $\alpha = 0,01^\circ\text{C}^{-1}$. Да ли овај мерач протока, баждарен на температури $t_0 = 20^\circ\text{C}$, даје поуздане резултате мерења имајући у виду годишње промене спољашње температуре?

(25 поена)



Слика уз задатак 4



Слика уз задатак 5

$v[\text{m/s}]$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$U[\text{mV}]$	2,2	3,8	6,2	8,1	9,7	12,0	13,8	14,2	14,6	14,9

Табела уз задатак 5

Свим такмичарима желимо пријатан и успешан рад!

Задатке припремили: Милан Радоњић и Милан Жежель, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник комисије за такмичење ученика средњих школа ДФС: др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ

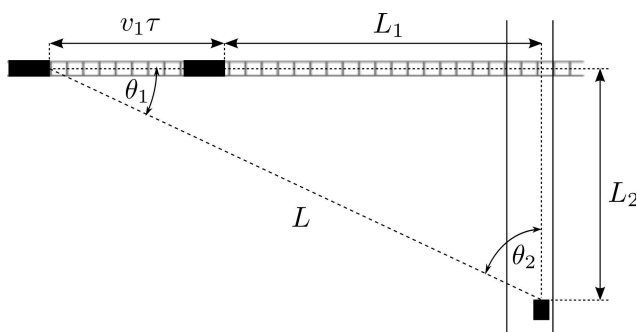


III РАЗРЕД

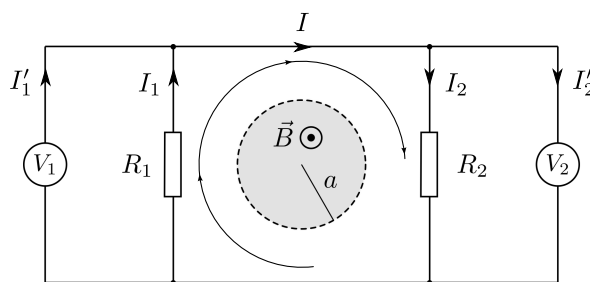
Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
РЕШЕЊА - П група

СЕНТА
21.04.2012.

1. Звук који стиже до путника у аутомобилу у тренутку када се воз налази на растојању L_1 од прелаза је морао бити емитован τ секунди раније. Нека је L удаљеност воза од аутомобила у тренутку поменуте емисије звука (види слику). Тада је $L = c\tau$ (1 п), као и $L = \sqrt{(L_1 + v_1\tau)^2 + L_2^2}$ (1 п). Елиминацијом времена τ из ових једначина добија се квадратна једначина $(1 - \beta^2)L^2 - 2\beta L_1 L - (L_1^2 + L_2^2) = 0$ (3 п), где је $\beta = v_1/c$. Физички смисао има само решење $L = (\beta L_1 + \sqrt{L_1^2 + (1 - \beta^2)L_2^2}) / (1 - \beta^2) = 362 \text{ m}$ (2 п). Тада је $\cos \theta_1 = \sqrt{L^2 - L_2^2} / L$ (1 п) и $\cos \theta_2 = L_2 / L$ (1 п). Пројекције брзина воза и аутомобила на правац L су $u_1 = v_1 \cos \theta_1$ (1 п) и $u_2 = v_2 \cos \theta_2$ (1 п). Пошто се и извор звука и пријемник крећу, услед Доплеровог ефекта путници ће чути звук учестаности $\nu' = \nu \frac{c + u_2}{c - u_1} = 580 \text{ Hz}$ (4 п).
2. Пошто флуks магнетног поља расте, у контурама које обухватају осенчену област индуковаће се електромоторна сила $\varepsilon_i = \pi a^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi a^2 \beta$ (2 п) у смеру приказаном на слици. Услед тога ће кроз коло протичати струје у назначеном смеру. Применом другог Кирхофовог правила добија се $I'_1 r_v - I_1 R_1 = 0$ (1 п), $I'_2 r_v - I_2 R_2 = 0$ (1 п) и $\varepsilon_i - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0$ (3 п). На основу првог Кирхофовог правила имамо $I'_1 + I_1 = I'_2 + I_2 = I$ (1 п). Решавањем претходних једначина налази се $I'_1 = \frac{\varepsilon_i R_1 (R_2 + r_v)}{r_v (2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v)}$ (4 п) и $I'_2 = \frac{\varepsilon_i R_2 (R_1 + r_v)}{r_v (2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v)}$ (4 п). Волтметри показују напоне $U_1 = I'_1 r_v = \frac{\pi a^2 \beta R_1 (R_2 + r_v)}{2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v}$ (2 п) и $U_2 = I'_2 r_v = \frac{\pi a^2 \beta R_2 (R_1 + r_v)}{2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v}$ (2 п). Приметимо се да за $R_1 \neq R_2$ волтметри не показују исти напон, иако су паралелно везани.



Слика уз решење задатка 1



Слика уз решење задатка 2

3. а) На жичани пројектил делује магнетно поље које потиче од обе проводне шине, нормално на раван конструкције, усмерено наниже (1 п). Интензитет магнетне индукције бесконачног проводника полупречника r на растојању s од његове осе је $B_\infty(s) = \mu_0 I / 2\pi s$, за $s > r$ (2 п). Како је струјни извор далеко од почетног положаја пројектила, свака шина се може сматрати полу-бесконачним проводником. Тада интензитет магнетне индукције која потиче од једне шине, на растојању s од њене осе, а дуж пројектила, износи $B_1(s) = B_\infty(s) / 2 = \mu_0 I / 4\pi s$ (2 п). Прво ћемо размотрити само силу која потиче од једне шине $\vec{F}_1$. Како магнетна индукција није константна дуж пројектила, потребно је поделити пројектил на мале делове дужине Δs , тако да на сваки део делује приближно константна Амперова сила $\Delta F_1 = I B_1(s) \Delta s$, чији правац лежи у равни конструкције топа, а усмерена је навнеше (2 п). Сумирањем добијамо укупну силу која потиче од једне шине $F_1 = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \Delta s \left[\frac{1}{n\Delta s} + \frac{1}{(n+1)\Delta s} + \dots + \frac{1}{(n+k)\Delta s} \right]$, где је $n\Delta s = r$, $(n+k)\Delta s = d - r - \Delta s$ (2 п). Ако претпоставимо да је Δs веома мало, n и k морају бити велики и тада можемо искористити приближну једнакост дату у поставци задатка, одакле добијамо $F_1 \approx \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{n+k}{n} \approx \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{d-r}{r}$ (3 п). Укупна сила која потиче од оба проводника је, због симетрије, дата са $F = 2F_1$ (2 п), а како је $d \gg r$, коначно добијамо $F \approx \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{d}{r} \approx 2,0 \text{ kN}$ (1 п).
- б) Интензитет убрзање пројектила је $a = F/m \approx 2,0 \text{ km/s}^2 \approx 200g$ (1 п). Видимо да је убрзање пројектила услед деловања Амперове силе много веће од убрзања Земљине теже, тако да се њен утицај може занемарити док делује Амперова сила.



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ

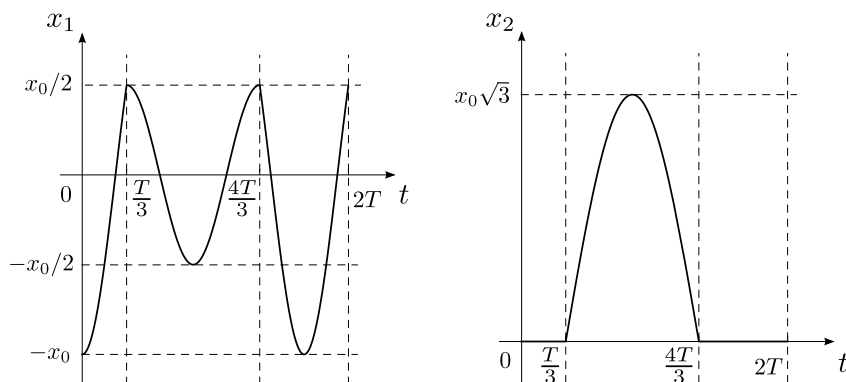


III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
РЕШЕЊА - П група

СЕНТА
21.04.2012.

- в) Да би топ постигао максималан домет, потребно је да пројектил за убрзавање искористи цео струјни импулс и да одмах након тога напусти шине, јер би иначе почео да успорава, па је $l = a\Delta t^2/2 \approx 0,8 \text{ km}$ (1 п). Када пројектил напусти топ, креће се само под дејством гравитације, па је домет $D = (a\Delta t)^2 \sin 2\alpha/g$ (1 п). Максималан домет се постиже за $\alpha = 45^\circ$ (1 п) и износи $D_{\max} = (a\Delta t)^2/g \approx 330 \text{ km}$ (1 п).
4. Узмимо да је позитиван смер оријентисан надесно. Лево тело ће до првог судара осциловати из левог амплитудног положаја угаоном учестаношћу $\omega = \sqrt{k/m}$ (0,5 п) и периодом $T = 2\pi/\omega$ (0,5 п). Његова елонгација ће имати облик $x_1 = -x_0 \cos \omega t$ (1 п). До првог судара долази када је $x_1 = x_0/2$ и брзина позитивна, тј. након времена $T/3$ (1 п). Непосредно пре судара лево тело ће имати брзину $\omega x_0 \sqrt{3}/2$ (1 п). Пошто је судар апсолутно еластичан, из закона одржања енергије и импулса следи да ће се после судара лево тело зауставити (1 п), док ће десно имати брзину $\omega x_0 \sqrt{3}/2$ (1 п), тј. доћи ће до размене брзина. Кретање левог тела до следећег судара ће бити осцилаторно из десног амплитудног положаја, са амплитудом $x_0/2$ и угаоном учестаношћу ω , док ће десно тело осциловати из равнотежног положаја угаоном учестаношћу $\omega/2$. Елонгација левог тела ће бити $x_1 = \frac{x_0}{2} \cos \omega(t - T/3)$ (2 п), а елонгација десног тела $x_2 = x_0 \sqrt{3} \sin \frac{\omega}{2}(t - T/3)$ (2 п). До другог судара долази након једног периода T , у тренутку $4T/3$ (2 п), када долази до поновне размене брзина. Лево тело наставља да осцилује слично као пре првог судара, али сада са почетном елонгацијом $x_0/2$ и почетном брзином $-\omega x_0 \sqrt{3}/2$, док десно остаје у стању мировања (1 п). Елонгација левог тела ће надаље бити $x_1 = x_0 \cos \omega(t - T/6)$ (2 п). Трећи судар се догађа у тренутку $2T$ (1 п), тј. $2T/3$ после другог, уз даље кретање исто као после првог судара. На основу претходне анализе добијају се графици тражених зависности, као на слици (4 п).



Слика уз решење задатка 4

5. а) У течности постоји индукована ЕМС $\epsilon = vBd$ (1 п), са референтним смером наниже. ЕМС узрокује кретање слободних носилаца наелектрисања у течности нормално на правац струјања течности (1 п). У еквивалентном колу на извор ЕМС ϵ су редно везани отпорник $R_T = \rho d/S$ (2 п), који одговара електричном отпору течности у кондензатору и волтметар отпорности R_V , па је струја у колу $I = \epsilon/(R_T + R_V)$ (2 п). Напон који показује волтметар износи $U = IR_V = kv$, где је константа $k = \frac{Bd}{1 + \rho d/SR_V}$ (1 п).
- б) Резултати мерења су приказани на слици. Види се да линеарна зависност напона U у функцији од брзине v престаје да важи за брзине веће од $v_{\max} \approx 14 \text{ m/s}$ (3 п).
- в) Да бисмо са графика одредили константу k , потребно је да експерименталне тачке фитујемо правом која пролази кроз координатни почетак, што је на графику приказано пуном линијом (1 п). Из коефицијента правца ове праве можемо да одредимо интензитет магнетне индукције B . За одређивање коефицијента правца нам је довољна само једна тачка, јер права пролази кроз координатни почетак (1 п). На графику је за ово одабрана тачка А чија је апсциса 13 m/s , а ордината $12,9 \text{ mV}$ (1 п). Одавде добијамо да је коефицијент правца $k = \frac{12,9 \text{ mV}}{13 \text{ m/s}} \approx 0,992 \text{ mVs/m}$ (1 п). Да бисмо одредили грешку коефицијента правца, кроз експерименталне тачке смо провукли две најекстремније праве које крећу из координатног почетка и које обухватају све експерименталне тачке у оквиру експерименталних грешака. Ове праве су приказане на графику испрекиданим линијама. На основу ове две праве и тачке А, коју смо користили за одређивање

Задатке припремили: Милан Радоњић и Милан Жежесљ, Институт за физику, Београд

Рецензент: др Антун Балаж, Институт за физику, Београд

Председник комисије за такмичење ученика средњих школа ДФС: др Александар Крмпот, Институт за физику, Београд



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ



III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
РЕШЕЊА - П група

СЕНТА
21.04.2012.

константе k , видимо да грешка напона у тој тачки износи $\Delta U = 0,4 \text{ mV}$ (1 п). Како је $\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta U}{U}$, следи $\Delta k = k \frac{\Delta U}{U} \approx 0,031 \text{ mVs/m}$ (1 п). Сада на основу дела а) добијамо $B = \frac{k}{d} \left(1 + \rho \frac{d}{S} \frac{1}{R_V} \right) \approx 0,1002 \text{ T}$. Како је $\rho \frac{d}{S} \frac{1}{R_V} \approx 10^{-2}$, релативна грешка интензитета магнетне индукције се може проценити изразом $\frac{\Delta B}{B} \approx \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta d}{d}$, где је $\Delta d = 0,5 \text{ mm}$ (1 п). Сада је $\frac{\Delta B}{B} \approx 0,081$, одакле се добија $\Delta B \approx 0,0081 \text{ T} \approx 0,009 \text{ T}$ (1 п), односно $B = 0,100(9) \text{ T}$ (2 п). Исправно нацртан график (одговарајуће размере, наслов, јасно означавање, итд.) доноси пун број поена (2 п).

- г) Типичне годишње промене температуре износе око 40°C у односу на температуру баждарења мерача протока t_0 , тако да је промена специфичне проводности течности у том опсегу температура $\Delta\rho$ реда величине ρ_0 (1 п). Када су све остале величине фиксирани, напон на волтметру ће се мењати само због температурне промене специфичне проводности течности, па је релативна промена напона $\delta U(t) = \frac{\Delta U(t)}{U(t_0)} = \frac{\Delta k(t)}{k(t_0)} \approx \frac{d}{S R_V} \Delta\rho$, одакле следи да је $\delta U(t)$ реда величине 1% (1 п). Видимо да је на граници радног опсега мерача, када је брзина течности v_{max} , а напон волтметра $U_{\text{max}} \approx 14 \text{ mV}$, максимална промена напона са температуром $\Delta U(t)_{\text{max}} = \delta U(t) U_{\text{max}} \approx 0,2 \text{ mV}$, што је мање од грешке мерења напона волтметром $\Delta U = 0,5 \text{ mV}$. Закључујемо да се промена проводности течности у зависности од температуре не може детектовати датим волтметром, што значи да се мерач може користити на типичним спољашњим температурама (1 п).

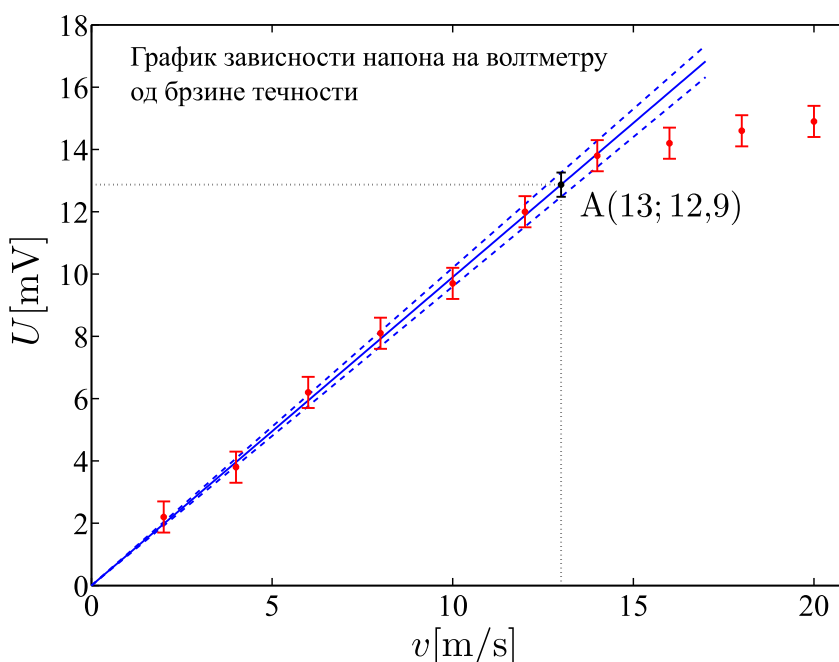
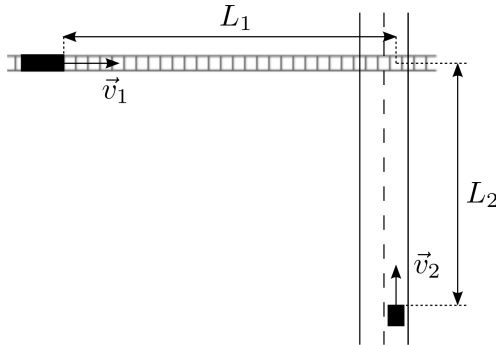


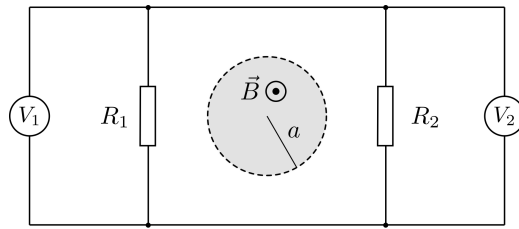
График уз решење задатка 5



- Брзи воз се креће константном брзином интензитета $v_1 = 45,0 \text{ m/s}$ ка пружном прелазу, док се путем нормално на правац пруге креће аутомобил константном брзином интензитета $v_2 = 15,0 \text{ m/s}$, као на слици. Уколико сирена воза емитује звук учестаности $\nu = 500,0 \text{ Hz}$, одредите учестаност звука који чују путници у аутомобилу у тренутку када се воз налази на растојању $L_1 = 300 \text{ m}$, а аутомобил на растојању $L_2 = 100 \text{ m}$ од прелаза. Брзина звука у ваздуху је $c = 340 \text{ m/s}$. (15 поена)
- Два истоветна волтметра V_1 и V_2 унутрашњих отпора r_v прикључена су паралелно на отпорнике R_1 и R_2 , као што је приказано на слици. У простору између отпорника, унутар кружне области полупречника a , постоји хомогено магнетно поље чији се интензитет индукције мења током времена по закону $B(t) = B_0 + \beta t$, где је β позитивна константа. Одредите колике напоне ће показивати волтметри. Занемарите све друге отпорности у колу, као и ефекте самоиндукције. (20 поена)

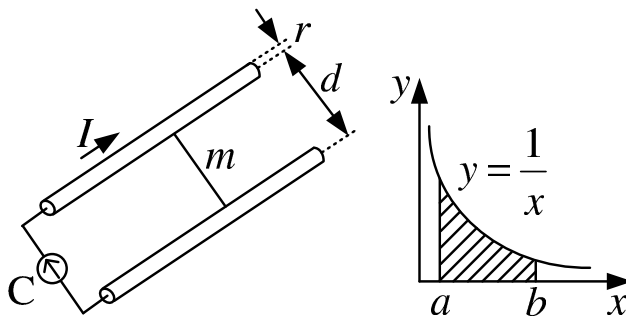


Слика уз задатак 1



Слика уз задатак 2

- Војска Србије развија далекометни електромагнетни топ који се састоји од две цилиндричне паралелне проводне шине спојене струјним извором С и танким клизним жичаним пројектилом, као што је приказано на слици. Полупречник шина је $r = 10 \text{ mm}$, растојање између њихових оса је $d = 500 \text{ cm}$, док је маса пројектила $m = 1,0 \text{ kg}$. Електромагнетни топ се активира пуштањем једносмерне струје интензитета $I = 40 \text{ kA}$ из струјног извора С, што доводи до покретања пројектила под дејством магнетног поља шина. Сматрајте да се пројектил налази у равни оса шина и претпоставите да је растојање између струјног извора и пројектила веома велико.
 - Колико је интензитет силе која делује на пројектил након активирања топа? *Напомена:* површина освенчене области на слици (десно), ограничене правим линијама $x = a$, $x = b$, $y = 0$ и кривом $y = 1/x$ износи $\ln(b/a)$, за $0 < a < b$.
 - Колико пута је убрзање пројектила веће од убрзања Земљине теже?
Трење, отпор ваздуха и електромагнетну индукцију занемарите. Убрзање Земљине теже износи $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, а магнетна пермеабилност ваздуха $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$. (20 поена)



Слика уз задатак 3



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ



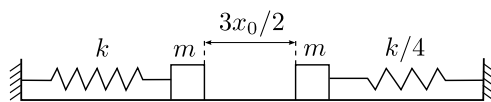
III РАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке Републике Србије
ЗАДАЦИ - О и С група

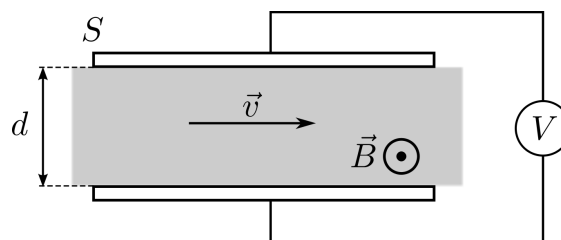
СЕНТА
21.04.2012.

4. Два тела једнаких маса m се налазе на глаткој хоризонталној подлози и прикачена су лаким опругама константи еластичности k и $k/4$ за насупрамне зидове, као на слици. У почетном тренутку оба тела мирују, лева опруга је сабијена за x_0 , десна је неистегнута, а растојање међу телима је $3x_0/2$. Правци опруга се поклапају, а опруге су довољно дуге тако да тела током кретања немају додира са зидовима. Судари тела су апсолутно еластични. Нађите временске зависности укупних енергија левог и десног тела од почетног тренутка до трећег судара тела. Прикажите добијене зависности графички и назначите на графику времена судара и одговарајуће вредности енергија. (20 поена)
5. Индукциони мерач протока течности се може представити као плочасти кондензатор који се налази у хомогеном, стационарном магнетном пољу индукције $\vec{B}$, при чему течност чија се брзина мери протиче између електрода кондензатора константном брзином $\vec{v}$, као што је приказано на слици. За електроде кондензатора је везан волтметар унутрашње отпорности $R_V = 1,10 \text{ M}\Omega$, док је отпорност прикључних проводника занемарљива. Специфична отпорност течности на температури $t_0 = 20^\circ\text{C}$ износи $\rho_0 = 1,10 \text{ k}\Omega\text{m}$. Површина једне електроде кондензатора је $S = 10 \text{ cm}^2$, а растојање између плоча је $d = 10 \text{ mm}$.
- а) Одредите зависност напона U који показује волтметар у функцији од интензитета брзине течности v .
- б) Приликом баждарења мерача потребно је измерити интензитет магнетне индукције B . Због тога је изведен експеримент у коме је читаван напон на волтметру при познатим брзинама течности. Резултати мерења су приказани у табели, при чему се може сматрати да су грешке мерења брзине занемарљиве, док су грешке мерења напона $\Delta U = 0,5 \text{ mV}$. Резултате мерења прикажите графички и на основу тога процените максималну брзину v_{max} до које је могуће поуздано користити индукциони мерач протока. За велике брзине протока појављују се турбуленције у течности, па зависност напона у функцији од брзине, коју сте извели у делу а), престаје да важи.
- в) На основу графика одредите интензитет магнетне индукције B и процените његову грешку.
- г) Специфична отпорност течности зависи од температуре по закону $\rho(t) = \rho_0/(1 + \alpha(t - t_0))$, где је $\alpha = 0,01^\circ\text{C}^{-1}$. Да ли овај мерач протока, баждарен на температури $t_0 = 20^\circ\text{C}$, даје поуздане резултате мерења имајући у виду годишње промене спољашње температуре?

(25 поена)



Слика уз задатак 4



Слика уз задатак 5

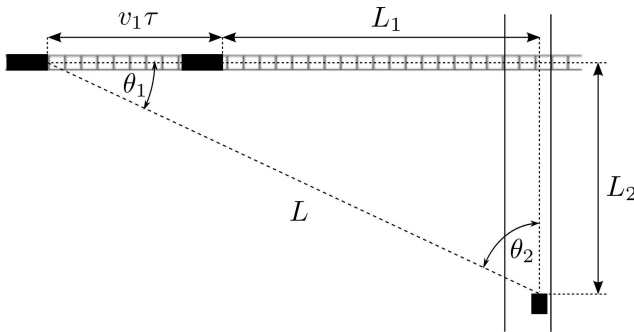
$v [\text{m/s}]$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$U [\text{mV}]$	2,2	3,8	6,2	8,1	9,7	12,0	13,8	14,2	14,6	14,9

Табела уз задатак 5

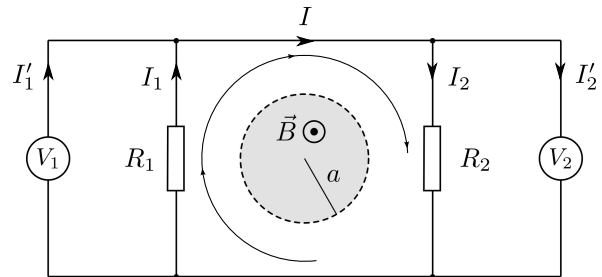
Свим такмичарима желимо пријатан и успешан рад!



1. Звук који стиже до путника у аутомобилу у тренутку када се воз налази на растојању L_1 од прелаза је морао бити емитован τ секунди раније. Нека је L удаљеност воза од аутомобила у тренутку поменути емисије звука (види слику). Тада је $L = c\tau$ (1 п), као и $L = \sqrt{(L_1 + v_1\tau)^2 + L_2^2}$ (1 п). Елиминацијом времена τ из ових једначина добија се квадратна једначина $(1 - \beta^2)L^2 - 2\beta L_1 L - (L_1^2 + L_2^2) = 0$ (3 п), где је $\beta = v_1/c$. Физички смисао има само решење $L = (\beta L_1 + \sqrt{L_1^2 + (1 - \beta^2)L_2^2}) / (1 - \beta^2) = 362 \text{ m}$ (2 п). Тада је $\cos \theta_1 = \sqrt{L^2 - L_2^2} / L$ (1 п) и $\cos \theta_2 = L_2 / L$ (1 п). Пројекције брзина воза и аутомобила на правац L су $u_1 = v_1 \cos \theta_1$ (1 п) и $u_2 = v_2 \cos \theta_2$ (1 п). Пошто се и извор звука и пријемник крећу, услед Доплеровог ефекта путници ће чути звук учестаности $\nu' = \nu \frac{c + u_2}{c - u_1} = 580 \text{ Hz}$ (4 п).
2. Пошто флуks магнетног поља расте, у контурама које обухватају освенчену област индуковаће се електромоторна сила $\varepsilon_i = \pi a^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = \pi a^2 \beta$ (2 п) у смеру приказаном на слици. Услед тога ће кроз коло протичати струје у назначеном смеру. Применом другог Кирхофовог правила добија се $I'_1 r_v - I_1 R_1 = 0$ (1 п), $I'_2 r_v - I_2 R_2 = 0$ (1 п) и $\varepsilon_i - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0$ (3 п). На основу првог Кирхофовог правила имамо $I'_1 + I_1 = I'_2 + I_2 = I$ (1 п). Решавањем претходних једначина налази се $I'_1 = \frac{\varepsilon_i R_1 (R_2 + r_v)}{r_v (2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v)}$ (4 п) и $I'_2 = \frac{\varepsilon_i R_2 (R_1 + r_v)}{r_v (2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v)}$ (4 п). Волтметри показују напоне $U_1 = I'_1 r_v = \frac{\pi a^2 \beta R_1 (R_2 + r_v)}{2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v}$ (2 п) и $U_2 = I'_2 r_v = \frac{\pi a^2 \beta R_2 (R_1 + r_v)}{2R_1 R_2 + (R_1 + R_2) r_v}$ (2 п). Приметимо се да за $R_1 \neq R_2$ волтметри не показују исти напон, иако су паралелно везани.



Слика уз решење задатка 1

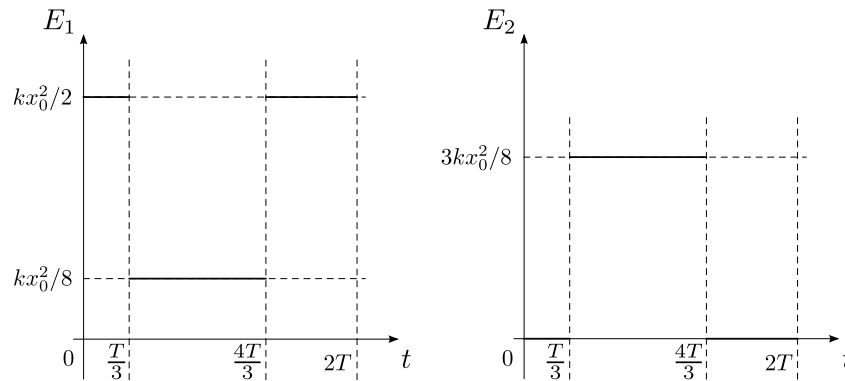


Слика уз решење задатка 2

3. а) На жичани пројектил делује магнетно поље које потиче од обе проводне шине, нормално на раван конструкције, усмерено наниже (1 п). Интензитет магнетне индукције бесконачног проводника полупречника r на растојању s од његове осе је $B_\infty(s) = \mu_0 I / 2\pi s$, за $s > r$ (3 п). Како је струјни извор далеко од почетног положаја пројектила, свака шина се може сматрати полу-бесконачним проводником. Тада интензитет магнетне индукције која потиче од једне шине, на растојању s од њене осе, а дуж пројектила, износи $B_1(s) = B_\infty(s)/2 = \mu_0 I / 4\pi s$ (3 п). Прво ћемо размотрити само силу која потиче од једне шине $\vec{F}_1$. Како магнетна индукција није константна дуж пројектила, потребно је поделити пројектил на мале делове дужине Δs , тако да на сваки део делује приближно константна Амперова сила $\Delta F_1 = I B_1(s) \Delta s$, чији правац лежи у равни конструкције топа, а усмерена је навише (2 п). Заменом израза за магнетну индукцију добијамо $\Delta F_1 = \frac{\mu_0 I^2 \Delta s}{4\pi s}$. Када је Δs веома мало, количник $\frac{\Delta s}{s}$, који одговара површини правоугаоника страница Δs и $1/s$, приближно је једнак одговарајућој елементарној површини испод графика на слици датој уз задатак. Сумирањем површина свих малих правоугаоника добијамо површину целе освенчене области на слици, при чему је $a = r$, $b = d - r$, па је сила $F_1 \approx \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{d-r}{r}$ (3 п). Укупна сила која потиче од оба проводника је, због симетрије, дата са $F = 2F_1$ (3 п), а како је $d \gg r$, коначно добијамо $F \approx \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln \frac{d}{r} \approx 2,0 \text{ kN}$ (2 п).
- б) Интензитет убрзање пројектила је $a = F/m \approx 2,0 \text{ km/s}^2 \approx 200g$ (2 п). Видимо да је убрзање пројектила услед деловања Амперове силе много веће од убрзања Земљине теже, тако да се њен утицај може занемарити док делује Амперова сила.



4. Узмимо да је позитиван смер оријентисан надесно. Лево тело ће до првог судара осциловати из левог амплитудног положаја угаоном учестаношћу $\omega = \sqrt{k/m}$ (0,5 п) и периодом $T = 2\pi/\omega$ (0,5 п). До првог судара долази када је $x_1 = x_0/2$ и брзина позитивна, тј. након времена $T/3$ (2 п). Непосредно пре судара лево тело ће имати брзину $\omega x_0\sqrt{3}/2$ (1 п). Све до судара укупна енергија левог тела је $E_1 = kx_0^2/2$ (1 п), а укупна енергија десног тела је $E_2 = 0$ (1 п). Пошто је судар апсолутно еластичан, из закона одржања енергије и импулса следи да ће се после судара лево тело зауставити (2 п), док ће десно тело имати брзину $\omega x_0\sqrt{3}/2$ (2 п), тј. доћи ће до размене брзина. Кретање левог тела до следећег судара ће бити осцилаторно из десног амплитудног положаја, са амплитудом $x_0/2$ и угаоном учестаношћу ω , док ће десно тело осциловати из равнотежног положаја угаоном учестаношћу $\omega/2$. Укупна енергија левог тела ће бити $E_1 = kx_0^2/8$ (1 п), а укупна енергија десног тела $E_2 = 3kx_0^2/8$ (1 п). До другог судара долази након једног периода T , у тренутку $4T/3$ (2 п), када долази до поновне размене брзина. Тада лево тело наставља осцилације слично као пре првог судара, са укупном енергијом $E_1 = kx_0^2/2$ (1 п), док десно има енергију $E_2 = 0$ (1 п). Трећи судар се догађа у тренутку $2T$ (2 п), тј. $2T/3$ после другог, уз даље кретање исто као после првог судара. На основу претходне анализе добијају се графици тражених зависности, као на слици (2 п).



Слика уз решење задатка 4

5. а) У течности постоји индукована ЕМС $\epsilon = vBd$ (1 п), са референтним смером наниже. ЕМС узрокује кретање слободних носилаца наелектрисања у течности нормално на правац струјања течности (1 п). У еквивалентном колу на извор ЕМС ϵ су редно везани отпорник $R_T = \rho d/S$ (2 п), који одговара електричном отпору течности у кондензатору и волтметар отпорности R_V , па је струја у колу $I = \epsilon/(R_T + R_V)$ (2 п). Напон који показује волтметар износи $U = IR_V = kv$, где је константа $k = \frac{Bd}{1 + \rho d/S R_V}$ (1 п).
- б) Резултати мерења су приказани на слици. Види се да линеарна зависност напона U у функцији од брзине v престаје да важи за брзине веће од $v_{\max} \approx 14 \text{ m/s}$ (3 п).
- в) Да бисмо са графика одредили константу k , потребно је да експерименталне тачке фитујемо правом која пролази кроз координатни почетак, што је на графику приказано пуном линијом (1 п). Из коефицијента правца ове праве можемо да одредимо интензитет магнетне индукције B . За одређивање коефицијента правца нам је довољна само једна тачка, јер права пролази кроз координатни почетак (1 п). На графику је за ово одабрана тачка А чија је апсциса 13 m/s , а ордината $12,9 \text{ mV}$ (1 п). Одавде добијамо да је коефицијент правца $k = \frac{12,9 \text{ mV}}{13 \text{ m/s}} \approx 0,992 \text{ mVs/m}$ (1 п). Да бисмо одредили грешку коефицијента правца, кроз експерименталне тачке смо провукли две најекстремније праве које крећу из координатног почетка и које обухватају све експерименталне тачке у оквиру експерименталних грешака. Ове праве су приказане на графику испрекиданим линијама. На основу ове две праве и тачке А, коју смо користили за одређивање константе k , видимо да грешка напона у тој тачки износи $\Delta U = 0,4 \text{ mV}$ (1 п). Како је $\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta U}{U}$, следи $\Delta k = k \frac{\Delta U}{U} \approx 0,031 \text{ mVs/m}$ (1 п). Сада на основу дела а) добијамо $B = \frac{k}{d} \left(1 + \rho \frac{d}{S R_V}\right) \approx 0,1002 \text{ T}$. Како је $\rho \frac{d}{S R_V} \approx 10^{-2}$, релативна грешка интензитета магнетне индукције се може проценити изразом $\frac{\Delta B}{B} \approx \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta d}{d}$, где је $\Delta d = 0,5 \text{ mm}$ (1 п). Сада је $\frac{\Delta B}{B} \approx 0,081$, одакле се добија $\Delta B \approx 0,0081 \text{ T} \approx 0,009 \text{ T}$ (1 п), односно



$B = 0,100(9)$ Т (2 п). Исправно нацртан график (одговарајуће размере, наслов, јасно означавање, итд.) доноси пун број поена (2 п).

- г) Типичне годишње промене температуре износе око 40°C у односу на температуру баждарења мерача протока t_0 , тако да је промена специфичне проводности течности у том опсегу температура $\Delta\rho$ реда величине ρ_0 (1 п). Када су све остале величине фиксирани, напон на волтметру ће се мењати само због температурне промене специфичне проводности течности, па је релативна промена напона $\delta U(t) = \frac{\Delta U(t)}{U(t_0)} = \frac{\Delta k(t)}{k(t_0)} \approx \frac{d}{SR_V} \Delta\rho$, одакле следи да је $\delta U(t)$ реда величине 1% (1 п). Видимо да је на граници радног опсега мерача, када је брзина течности $v_{\max}$, а напон волтметра $U_{\max} \approx 14$ mV, максимална промена напона са температуром $\Delta U(t)_{\max} = \delta U(t) U_{\max} \approx 0,2$ mV, што је мање од грешке мерења напона волтметром $\Delta U = 0,5$ mV. Закључујемо да се промена проводности течности у зависности од температуре не може детектовати датим волтметром, што значи да се мерач може користити на типичним спољашњим температурама (1 п).

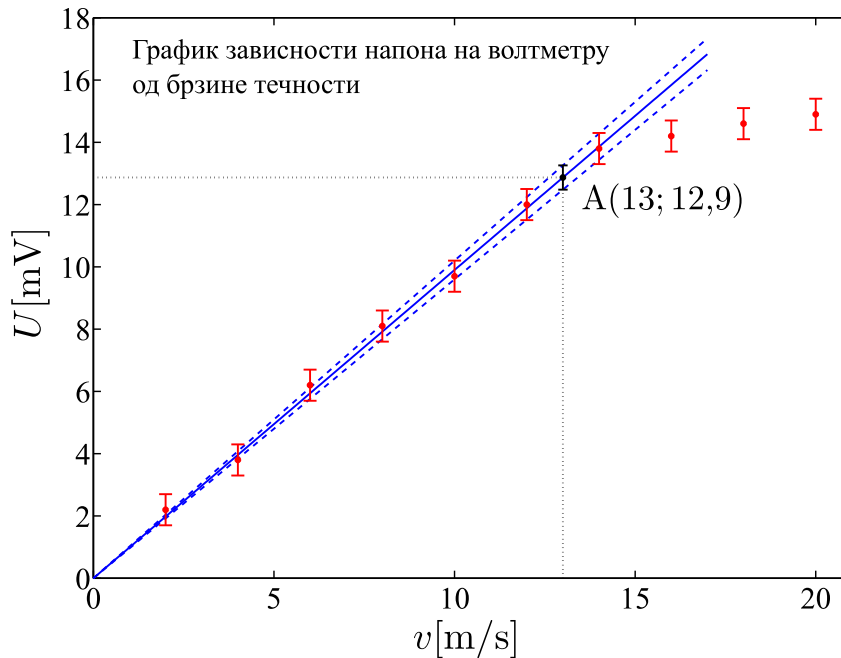


График уз решење задатка 5