



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.

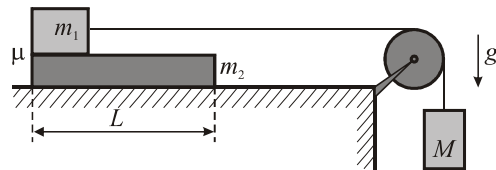


II РАЗРЕД
Група II

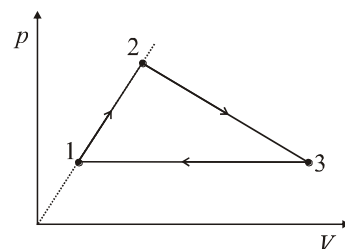
Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и Науке Републике Србије
ЗАДАЦИ

СЕНТА
21.04.2012.

1. На дугачком глатком хоризонталном столу лежи даска масе $m_2 = 2 \text{ kg}$ и дужине $L = 1 \text{ m}$. На левом крају даске постављено је тело масе $m_1 = 1 \text{ kg}$. Коефицијент трења између даске и тела једнак је μ . Тело m_1 везано је лаком нерастегљивом нити са тегом $M = 1 \text{ kg}$ преко глатког лаког котура (види слику). Дати систем почне да се креће. а) При којим вредностима коефицијента трења μ ће тело m_1 и даска m_2 да се крећу као једна целина (без проклизавања)? б) Израчунајте минималну вредност коефицијента трења $\mu_{\min}$ при којој је могуће кретање без проклизавања. в) За $\mu = \mu_{\min} / 2$ израчунајте укупно време t од почетка кретања које је тело m_1 провело на дасци? Узети да је $g = 10 \text{ m/s}^2$. **(20 п)**



2. Један мол хелијума као идеалног гаса врши кружни циклус приказан на pV дијаграму на слици. Тај циклус се састоји из два дела у којима постоји линеарна зависност притиска p од запремине V , и једне изобаре. Познато је да је на изобари 3–1 над гасом извршен рад A_{31} ($A_{31} > 0$), а при томе је температура гаса смањена α пута. Стања 2 и 3 припадају истој изотерми. Тачке 1 и 2 припадају правој која пролази кроз координатни почетак.

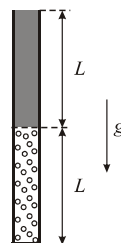


а) Изведите општи израз зависности укупног рада A гаса у циклусу од рада A_{31} ; б) Пет независних експеримената је извршено са истом количином хелијума и истим циклусом у којима је за различите вредности A_{31} израчунаван укупан рад A гаса у циклусу, и добијени су следећи резултати:

$A_{31} / [\text{J}]$	200	300	400	500	600
$A / [\text{J}]$	105	145	200	255	295

Користећи дату табелу нацртајте график $A = f(A_{31})$; в) на основу резултата под а) и б) израчунајте температуре T_1 у тачки 1 за сваки појединачни експеримент, знајући да је $\delta A_{31} = \Delta A_{31} / A_{31} = 5\% = 0,05$. Универзална гасна константа износи $R = 8,3 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$. **(25 п)**

3. Доњи крај вертикалне стаклене цеви дужине $2L$ је затопљен, док је горњи отворен ка атмосфери. У доњој половини цеви налази се идеални гас на температури T_0 , док се у горњој половини налази жива (види слику). а) Ако цев почнемо лагано да загревамо, до које минималне температуре треба загрејати гас у цеви да би он истиснуо живу у потпуности? б) Ако цев почнемо лагано да хладимо, изведите општи израз промене температуре гаса у цеви. Атмосферски притисак p_0 је дат у милиметрима живиног стуба ($H_0 = L$). **(15 п)**



4. У суду који мирује запремине $V = 30 \text{ dm}^3$, и који има чврсте и савршено топлотно непропусне зидове налазе се ваздух при нормалним условима ($p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $T_0 = 273 \text{ K}$) и вода масе $m_b = 9 \text{ g}$. У једном тренутку суд почне да се креће транслаторно брзином v . После успостављања топлотне равнотеже ваздух у суду има релативну влажност $\phi = 50\%$. Израчунајте коликом брзином v се креће суд. Узети да су: специфична топлота испаравања воде $\lambda = 2,2 \times 10^6 \text{ J/kg}$, специфични топлотни капацитет воде $c = 4200 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, притисак засићене водене паре при нормалним условима $p = 600 \text{ Pa}$, специфична топлотна капацитивност ваздуха при константној запремини $c_V = 720 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, средња моларна маса ваздуха $M = 0,029 \text{ kg/mol}$, моларна маса воде $M_{\text{H}_2\text{O}} = 0,018 \text{ kg/mol}$, универзална гасна константа $R = 8,31 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$. Притисак засићене водене паре при температури од $t = 100^\circ\text{C}$ износи



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



$p = p_0 = 10^5$ Pa. Релативна влажност ваздуха φ се дефинише као однос масе водене паре $m_{\text{п}}$ у некој запремини и масе коју би имала засићена водена пара $m_{\text{п}}^{\text{зас}}$ у истој тој запремини: $\varphi = m_{\text{п}}/m_{\text{п}}^{\text{зас}}$. (20 п)

5. На растојању d од хоризонталне, бесконачне равне, танке и равномерно наелектрисане плоче, брзина електрона је износила v_0 , при чему је правац брзине заклапао угао α са вертикалом. Плоча је наелектрисана негативним наелектрисањем, при чему је површинска густина наелектрисања (по апсолутној вредности) $\sigma = \text{const}$.

а) Претпостављајући да је електрично поље довољно јако да електрон сво време остаје са исте стране наелектрисане плоче, наћи најмање растојање d_{min} електрона од плоче током кретања. Колико времена τ протекне од почетка кретања електрона до тачке минималног растојања од плоче?

б) Ако је електрично поље такво да путања електрона тангира наелектрисану плочу, наћи координате те тачке.

в) Нека је електрично поље такво да електрон пролази кроз плочу. Колики је угао β (мерен у односу на вертикалу као и α) под којим електрон улеће у област испод наелектрисане плоче. Колика је брзина електрона (који се налази испод плоче) на растојању h од плоче?

Задатак решити без примене закона одржања енергије. Силу теже као и утицај електрона на прераспodelу наелектрисања на плочи занемарити. (20 п)

* * * * *

ПОМОЋ

Електрично поље бесконачне, површински равномерно наелектрисане плоче постоји са обе њене стране. Интензитет вектора јачине електричног поља око плоче једнак је $E = \sigma/(2\epsilon_0)$, где је σ површинска густина наелектрисања, а ϵ_0 диелектрична пропустљивост вакуума. На пробно позитивно наелектрисање (са једне или друге стране равни) делује одбојна сила ако је плоча позитивно наелектрисана, а привлачна ако је плоча негативно наелектрисана. Сила око плоче делује увек дуж правца нормале на плочу.

Неке основне тригонометријске једнакости и формуле:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$\sin^2(\alpha/2) = (1 - \cos \alpha)/2$
$\sin \alpha = 1/\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \alpha}$	$\cos^2(\alpha/2) = (1 + \cos \alpha)/2$
$\cos \alpha = 1/\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}$	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
$\text{tg } 2\alpha = 2 \text{tg} \alpha / (1 - \text{tg}^2 \alpha)$	$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

Парабола $\left(1 - \frac{x}{2a}\right)\left(1 + \frac{x}{a}\right)$ има нуле у $x_1 = 2a$, $x_2 = -a$, а минимум за $x = \frac{1}{2}a$.

* * * * *

Задатке припремили: *др Сања Тошић*, Институт за физику, Београд

др Бојан Николић, Институт за физику, Београд

Рецензент: *др Драган Д. Маркушев*, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: *др Александар Крмпот*, Институт за физику, Београд



II РАЗРЕД
Група II

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и Науке Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

СЕНТА
21.04.2012.

P1. а) Означимо силу затезања нити са T а силу трења са $F_{\text{тр}}$. Напишимо други Њутнов закон за сва три тела:

$$m_1 a_1 = T - F_{\text{тр}}, \quad m_2 a_2 = F_{\text{тр}}, \quad M a_1 = M g - T. \quad (3 \text{ п})$$

Из ових једначина следи да су:

$$a_1 = \frac{Mg - F_{\text{тр}}}{m_1 + M} \quad \text{и} \quad a_2 = \frac{F_{\text{тр}}}{m_2}. \quad (2 \text{ п})$$

Приликом кретања без проклизавања важи да је $a_1 = a_2$ **(1 п)**, па је:

$$\frac{Mg - F_{\text{тр}}}{m_1 + M} = \frac{F_{\text{тр}}}{m_2} \quad \text{тј.} \quad F_{\text{тр}} = \frac{M m_2}{m_1 + m_2 + M} g. \quad (2 \text{ п})$$

При томе сила трења не прелази вредност $\mu m_1 g$. Значи, за кретање без проклизавања је

$$F_{\text{тр}} = \frac{M m_2}{m_1 + m_2 + M} g \leq \mu m_1 g, \quad (2 \text{ п})$$

одакле је

$$\boxed{\mu \geq \frac{M m_2}{m_1 (m_1 + m_2 + M)}}. \quad (2 \text{ п})$$

б) Минимална вредност коефицијента трења μ_{min} при којој је могуће кретање без проклизавања, на основу претходног резултата, износи

$$\boxed{\mu_{\text{min}} = \frac{M m_2}{m_1 (m_1 + m_2 + M)} = \frac{1}{2}}. \quad (2 \text{ п})$$

За све вредности $\mu \geq \mu_{\text{min}}$ нема проклизавања, док ће за $\mu < \mu_{\text{min}}$ тело m_1 клизити по дасци.

в) На основу претходне анализе видимо да се за $\mu < \mu_{\text{min}}$ тело m_1 и даска m_2 крећу различитим убрзањима ($a_1 \neq a_2$). У том случају су

$$a_1 = \frac{M - \mu m_1}{m_1 + M} g \quad \text{и} \quad a_2 = \frac{\mu m_1}{m_2} g. \quad (2 \text{ п})$$

Релативно убрзање $a_{\text{рел}}$ износи ($\mu = \mu_{\text{min}} / 2 = 1/4$):

$$a_{\text{рел}} = a_1 - a_2 = \left(\frac{M - \mu m_1}{m_1 + M} - \frac{\mu m_1}{m_2} \right) g = \frac{g}{4}. \quad (2 \text{ п})$$



Време клизања по дасци налазимо из формуле

$$L = a_{\text{рел}} \frac{t^2}{2}, \text{ па је } t = \sqrt{\frac{2L}{a_{\text{рел}}}} = 0,9 \text{ s. (2 п)}$$

* * *

P2. а) Ако температуру хелијума у тачки 1 означимо са T_1 , онда је по услову задатка $T_3 = \alpha T_1$.
Рад A_{31} извршен над гасом дуж изобаре износи

$$A_{31} = p_1(V_3 - V_1) = \nu R(T_3 - T_1) = \nu R T_1(\alpha - 1). \text{ (1 п)}$$

Одатле је, за $\nu = 1$,

$$T_1 = \frac{A_{31}}{R(\alpha - 1)}. \text{ (1 п)}$$

Укупан рад гаса у циклусу добија се као површина троугла

$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1). \text{ (1 п)}$$

За изобарски процес важи да је $V \sim T$, па можемо да пишемо да је

$$V_3 - V_1 = V_1(\alpha - 1). \text{ (1 п)}$$

Пошто тачке 1 и 2 леже на правој која пролази кроз координатни почетак, онда је

$$p_2 = \frac{V_2}{V_1} p_1, \text{ (1 п)}$$

док тачке 2 и 3 припадају истој изотерми па је

$$p_2 V_2 = p_3 V_3. \text{ (1 п)}$$

Искористивши последње три једначине добијамо, уз $p_3 = p_1$, да је

$$p_2 = \sqrt{\frac{V_3}{V_1}} p_1 = \sqrt{\alpha} p_1. \text{ (1 п)}$$

Сада можемо да напишемо да је, за $\nu = 1$,

$$A = \frac{1}{2} p_1 V_1 (\sqrt{\alpha} - 1)(\alpha - 1) = \frac{1}{2} R T_1 (\sqrt{\alpha} - 1)(\alpha - 1) = \frac{(\sqrt{\alpha} - 1)}{2} A_{31}. \text{ (2 п)}$$

Последња једначина представља општи израз зависности укупног рада A гаса у циклусу од рада



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



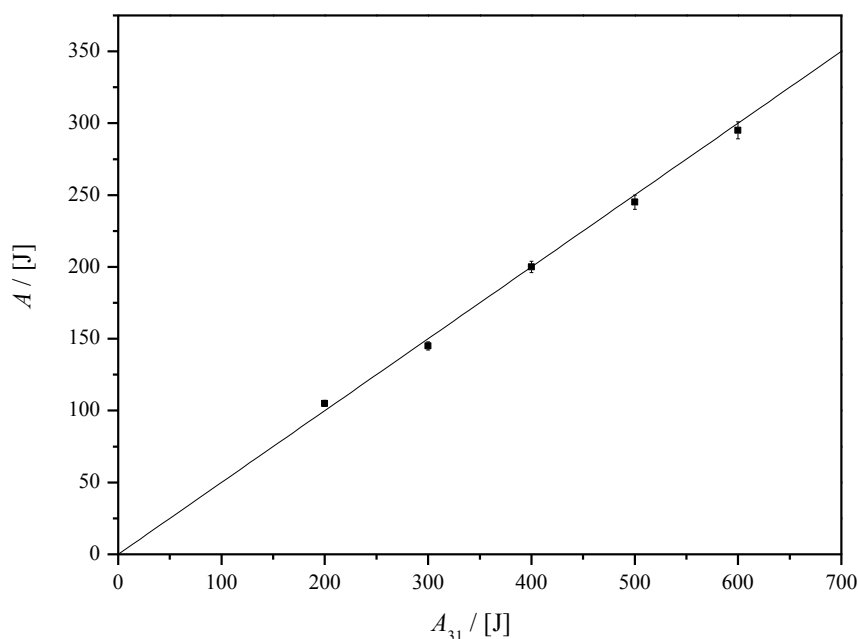
A_{31} дуж изобаре, и видимо да се може изразити у облику линеарне функције $A = f(A_{31}) = kA_{31}$, где је k коефицијент правца ове функције, који износи

$$k = \frac{(\sqrt{a} - 1)}{2}. \quad (1 \text{ п})$$

б) На основу дате табеле у поставци и услова задатка $\delta A_{31} = \Delta A_{31} / A_{31} = 2\% = 0,02$ добијамо да је $\delta A = \Delta A / A = 2\% = 0,02$, па график цртамо помоћу табеле

$A_{31} / [J]$	200 ± 4	300 ± 6	400 ± 8	500 ± 10	600 ± 12
$A / [J]$	105 ± 2	145 ± 3	200 ± 4	245 ± 5	295 ± 6

(1 п)



(4 п)

Када нацртамо поменути график, узмемо две тачке са праве и то тако да прву тачку узимамо између прве две **(1 п)** А(250 J, 125 J), а другу између последње две експерименталне тачке **(1 п)** В(550 J, 275 J). На основу њих добијамо коефицијент правца праве

$$k = \frac{A_B - A_A}{A_{31B} - A_{31A}} = \frac{(275 - 125)}{(550 - 250)} = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}. \quad (1 \text{ п})$$

Грешка коефицијента правца износи

$$\Delta k = k \left(\frac{\Delta A_A + \Delta A_B}{A_B - A_A} + \frac{\Delta A_{31A} + \Delta A_{31B}}{A_{31B} - A_{31A}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2 + 6}{150} + \frac{4 + 12}{300} \right) = 0,05. \quad (1 \text{ п})$$

Сада је



$$k = (5,0 \pm 0,5) \times 10^{-1} \quad (1 \text{ п})$$

Сада се, на основу $k = \frac{(\sqrt{\alpha}-1)}{2}$ може израчунати α као

$$k = \frac{(\sqrt{\alpha}-1)}{2} \rightarrow \alpha = (2k+1)^2 = 4, \quad (1 \text{ п})$$

чија је грешка једнака

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 2 \frac{\Delta(2k+1)}{2k+1} \rightarrow \Delta\alpha = 4\alpha \frac{\Delta k}{2k+1} = 0,4, \quad (1 \text{ п})$$

па је на крају

$$\alpha = (4,0 \pm 0,4) \quad (1 \text{ п})$$

Сада се, на основу $T_1 = \frac{A_{31}}{R(\alpha-1)}$ и $\Delta T_1 = T_1 \left(\frac{\Delta A_{31}}{A_{31}} + \frac{\Delta\alpha}{(\alpha-1)} \right)$ (1 п) допуни табела са траженим температурама:

$A_{31} / [J]$	200 ± 4	300 ± 6	400 ± 8	500 ± 10	600 ± 12
$A / [J]$	105 ± 2	145 ± 3	200 ± 4	245 ± 5	295 ± 6
$T_1 / [K]$	8 ± 1	12 ± 2	16 ± 2	20 ± 3	24 ± 4

(1 п)

* * *

Р3. а) Претпоставимо да је гас у цеви истиснуо живу за дужину x (види слику). Нађимо општи израз зависности температуре T гаса у цеви од почетне температуре T_0 за овај процес. Из једначине стања идеалног гаса следи да за почетни и крајњи положај нивоа живе имамо једнакост

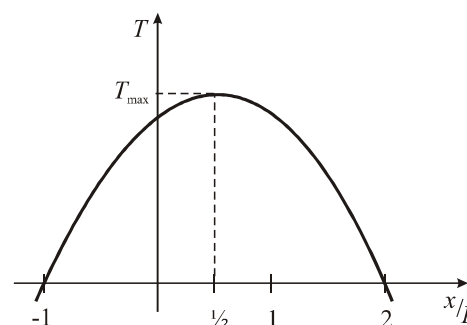
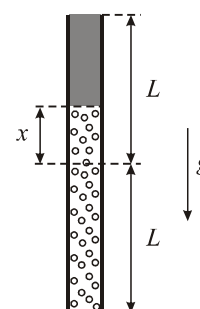
$$\frac{(p_0 + \rho g L)SL}{T_0} = \frac{[p_0 + \rho g(L-x)]S(L+x)}{T}, \quad (3 \text{ п})$$

што уз дефиницију атмосферског притиска $p_0 = \rho g H_0 = \rho g L$ даје

$$\frac{2L^2}{T_0} = \frac{(2L-x)(L+x)}{T}. \quad (1 \text{ п})$$

Одавде следи да је

$$T = T_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right) \left(1 + \frac{x}{L} \right). \quad (1 \text{ п})$$





50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



Функција $T = f(x)$ има облик параболе као на слици. Парабола има максимум тачно на средини између њених корена $x_1 = 2L$ и $x_2 = -L$, а то је вредност $x = L/2$. За ту вредност x добијамо да је

$$T_{\max} = T_0 \left(1 - \frac{L/2}{2L}\right) \left(1 + \frac{L/2}{L}\right) = \frac{9}{8} T_0. \quad (2 \text{ п})$$

Област између $x/L = 0$ и $x/L = 1/2$ представља област стабилних равнотежних стања живе (1 п). Ниво живе се у тој области подиже загревањем гаса (повећањем температуре). Уколико у неком тренутку у овој области пре достизања $T_{\max}$ прекинемо загревање, ниво живе ће престати да се креће. Ако после тога наставимо са загревањем гаса и ниво живе ће наставити да се подиже све дотле док гас не достигне $T_{\max}$, када равнотежа живе постаје нестабилна, и жива комплетно излази из цеви (област неравнотежних стања живе) (1 п). Значи тражена минимална температура $T_{\min}$ при којој треба загрејати гас да би он у потпуности истиснуо живу из цеви износи

$$T_{\min} = T_{\max} = \frac{9}{8} T_0. \quad (2 \text{ п})$$

Стања која су описана датом параболом за област $x/L > 1/2$ не разматрамо јер нису физички оправдана тј. описују парадоксалне ситуације: све тачке параболе у тој области одговарале би спуштању нивоа живе приликом загревања гаса!

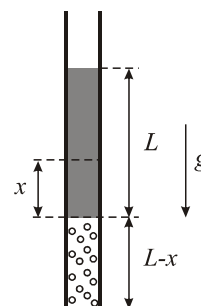
б) Уколико гас у цеви почнемо да хладимо из почетног стања T_0 , ниво живе ће почети да се спушта, али ће притисак гаса бити исти (изобарски процес), па из једначине стања идеалног гаса следи да је

$$\frac{(p_0 + \rho g L)SL}{T_0} = \frac{(p_0 + \rho g L)S(L-x)}{T}, \quad (2 \text{ п})$$

што даје

$$T = T_0 \left(1 - \frac{x}{L}\right), \quad (2 \text{ п})$$

тј. зависност положаја нивоа живе у цеви од температуре је линеарна.



* * *

P4. У почетном тренутку маса водене паре $m_{\text{п}}$ је много мања у односу на масу воде $m_{\text{в}}$ у суду:

$$m_{\text{п}} = \frac{M_{\text{H}_2\text{O}} p V}{R T_0} = 0,15 \text{ g} \ll m_{\text{в}} = 9 \text{ g}, \quad (1 \text{ п})$$

па можемо сматрати да се сва вода у почетном тренутку налазила у течном стању. По покретању суда и успостављеној температури у њему нема више од $m_{\text{п}} = 9 \text{ g}$ водене паре при влажности од $\phi = 50\% = 0,5$. Да би при тој температури вода била zasiћена потребно је да у тој запремини буде $m_{\text{п}}^{\text{зас}} = m_{\text{п}}/\phi = 18 \text{ g}$ водене паре тј. 1 мол. Познато је да вода при атмосферском притиску при температури од $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, што значи да је притисак zasiћене водене паре при



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



температури од $T_1 = 373 \text{ K}$ једнак $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$. Из једначине стања идеалног гаса следи да 1 мол водене паре при притиску од 10^5 Pa и температури од 373 K заузима запремину од

$$V_1 = \frac{RT_1}{p_0} \approx 31 \text{ dm}^3 = V, \quad (1 \text{ п})$$

па можемо да закључимо да је у суду успостављена температура $T_1 = 373 \text{ K}$ (2 п).

Из услова задатка јасно је да се запремина суда не мења, и да су зидови суда топлотно непропусни тј. енергија коју поседују ваздух и вода не губи се разменом топлоте са околином. Ради једноставности посматрајмо суд из референтног система који се креће брзином v . У том систему наш суд је на почетку имао брзину $-v$ а затим је нагло стао. Ваздух и вода су имали, као целина, кинетичку и унутрашњу енергију. По заустављању суда укупна енергија воде и ваздуха остаје иста, али се кинетичка енергија воде и ваздуха, као целине, претворила у допунску унутрашњу енергију. Из једначине стања идеалног гаса маса ваздуха m у суду износи

$$m = \frac{Mp_0V}{RT_0} \approx 39,6 \text{ g}, \quad (1 \text{ п})$$

па је укупна маса воде и ваздуха у суду $m_{\text{в}} + m \approx 48,6 \text{ g}$. Укупна промена унутрашње енергије система последица је загревања ваздуха, загревања воде и њеног испаравања. Ако израчунамо сваки појединачни допринос тој промени имамо: За загревање ваздуха до $100 \text{ }^\circ\text{C}$ потребна је количина топлоте

$$Q_1 = mc_v(T_1 - T_0) \approx 2850 \text{ J}. \quad (3 \text{ п})$$

Промена унутрашње енергије воде зависи само од почетног и крајњег стања система а не од природе процеса пре том преласку, па можемо сматрати да смо воду прво загрејали до $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, а затим је превели у пару. За загревање воде потребно је утрошити количину топлоте

$$Q_2 = m_{\text{в}}c(T_1 - T_0) \approx 3780 \text{ J}. \quad (3 \text{ п})$$

За стварање водене паре потребна је количина топлоте

$$Q_3 = m\lambda \approx 19800 \text{ J}. \quad (3 \text{ п})$$

Укупна промена унутрашње енергије посматраног система једнака је кинетичкој енергији коју су имали вода и ваздух током кретања:

$$\frac{(m + m_{\text{в}})v^2}{2} = \Delta U = Q_1 + Q_2 + Q_3, \quad (3 \text{ п})$$

па је тражена брзина суда

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{m + m_{\text{в}}}} = \sqrt{2 \cdot \frac{26430 \text{ J}}{48,6 \text{ g}}} \approx 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (3 \text{ п})$$

* * *



P5. Електрично поље бесконачно наелектрисане плоче је по интензитету једнако $E = \sigma / (2\epsilon_0)$, где је ϵ_0 диелектрична пропустљивост вакуума. У нашем случају је плоча негативно наелектрисана, а последица тога је да се електрон по правцу ортогоналном на плочу изнад ње креће успорено, а испод убрзано са убрзањем интензитета

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e\sigma}{2m\epsilon_0}. \quad (2 \text{ п})$$

Кретање по правцу паралелном са плочом је кретање са константном брзином (**1 п**). Поставимо координатни систем тако да је x оса паралелна са плочом, y оса ортогонална на њу и усмерена ка плочи а координатни почетак је у полазној тачци електрона.

а) Компоненте брзине електрона су

$$v_x = v_0 \sin \alpha = \text{const.} \quad \text{и} \quad v_y^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha - 2ay. \quad (2 \text{ п})$$

У тачки где је електрон најближи плочи важи $v_y = 0$ (**1 п**). Одатле добијамо да је y координата те тачке $Y = \frac{mv_0^2 \epsilon_0 \cos^2 \alpha}{e\sigma}$. Минимално растојање које се тражи је

$$d_{\min} = d - Y. \quad (2 \text{ п})$$

С друге стране знамо да је $v_y = v_0 \cos \alpha - at$, па из услова $v_y = 0$ имамо да је тражено време

$$\tau = \frac{v_0 \cos \alpha}{a} = \frac{2mv_0 \epsilon_0 \cos \alpha}{e\sigma}. \quad (1 \text{ п})$$

б) У овом случају важи $Y = d$, а x координата тачке додира је

$$X = v_0 \tau \sin \alpha = \frac{mv_0^2 \epsilon_0 \sin 2\alpha}{e\sigma}. \quad (2 \text{ п})$$

в) Једначине кретања електрона изнад плоче су

$$x = v_0 t \sin \alpha \quad \text{и} \quad y = v_0 t \cos \alpha - \frac{1}{2} at^2. \quad (1 \text{ п})$$

Када електрон пролази кроз плочу имамо $x = X$ и $y = d$. (**1 п**)

Други услов даје два решења за временске тренутке проласка електрона кроз плочу

$$t_{\pm} = \frac{v_0 \cos \alpha \pm \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha - 2ad}}{a} = \tau \pm \frac{\sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha - 2ad}}{a}.$$

Пошто је очигледно $t_+ > \tau > t_-$ физичког смисла има само краће време јер оно одговара пролазу кроз плочу, тако да је тражено време $t = t_-$ (**2 п**). Компоненте брзине у тој тачци су



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



$$v_x = v_0 \sin \alpha \quad \text{и} \quad v_y = \sqrt{v_0^2 \cos^2 \alpha - 2ad}. \quad (1 \text{ п})$$

Интензитет брзине је $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 - 2ad}$, па је угао β дат једначином

$$\sin \beta = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0 \sin \alpha}{\sqrt{v_0^2 - 2ad}}. \quad (2 \text{ п})$$

Даље се електрон креће дуж y правца убрзано са убрзањем a , а константном брзином дуж x осе. На растојању h испод плоче, по услову задатка, брзина је

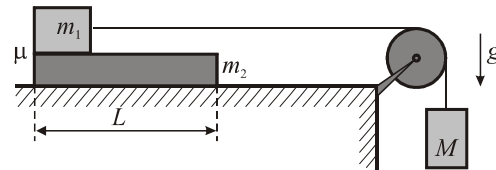
$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(h-d)}. \quad (2 \text{ п})$$



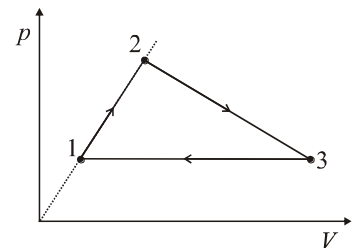
II РАЗРЕД Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и Науке Републике Србије
Група О и С ЗАДАЦИ

СЕНТА
21.04.2012.

1. На дугачком глатком хоризонталном столу лежи даска масе $m_2 = 2 \text{ kg}$ и дужине $L = 1 \text{ m}$. На левом крају даске постављено је тело масе $m_1 = 1 \text{ kg}$. Коефицијент трења између даске и тела једнак је μ . Тело m_1 везано је лаког нерастегљивом нити са тегом $M = 1 \text{ kg}$ преко глатког лаког котура (види слику). Дати систем почне да се креће. а) При којим вредностима коефицијента трења μ ће тело m_1 и даска m_2 да се крећу као једна целина (без проклизавања)? б) Израчунајте минималну вредност коефицијента трења $\mu_{\min}$ при којој је могуће кретање без проклизавања. в) За $\mu = \mu_{\min} / 2$ израчунајте укупно време t од почетка кретања које је тело m_1 провело на дасци? Узети да је $g = 10 \text{ m/s}^2$. (20 п)



2. Један мол хелијума као идеалног гаса врши кружни циклус приказан на pV дијаграму на слици. Тај циклус се састоји из два дела у којима постоји линеарна зависност притиска p од запремине V , и једне изобаре. Познато је да је на изобари 3–1 над гасом извршен рад A_{31} ($A_{31} > 0$), а при томе је температура гаса смањена α пута. Стања 2 и 3 припадају истој изотерми. Тачке 1 и 2 припадају правој која пролази кроз координатни почетак. а) Изведите општи израз зависности укупног рада A гаса у циклусу од рада A_{31} ; б) Пет независних експеримената је извршено са истом количином хелијума и истим циклусом у којима је за различите вредности A_{31} израчунаван укупан рад A гаса у циклусу, и добијени су следећи резултати:



$A_{31} / [\text{J}]$	200	300	400	500	600
$A / [\text{J}]$	105	145	200	255	295

Користећи дату табелу нацртајте график $A = f(A_{31})$; в) на основу резултата под а) и б) израчунајте температуре T_1 у тачки 1 за сваки појединачни експеримент, знајући да је $\delta A_{31} = \Delta A_{31} / A_{31} = 5\% = 0,05$. Универзална гасна константа износи $R = 8,3 \text{ J/(mol K)}$. (25 п)

3. Гвоздена кугла пречника $d = 8 \text{ cm}$ извади се из воде која кључа и постави на површину дебеле ледене плоче температуре $t_1 = 0^\circ \text{C}$. До које ће дубине кугла утонути у лед? Претпоставити да кугла предаје топлоту само леду испод себе и да тоне праволинијски дуж нормале на површину ледене плоче (површина ледене плоче је нормална на правац дејства гравитационог поља Земље). Занемарити загревање воде и топлотну проводљивост леда и воде. Притисак околног ваздуха је $p = 1013 \text{ mbar}$, густине гвожђа и леда су $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ и $\rho_0 = 917 \text{ kg/m}^3$ респективно, специфична топлота гвожђа је $c = 460 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ и топлота топљења леда $q = 0,33 \text{ MJ/kg}$. Коментарисати добијени резултат у контексту промене потенцијалне енергије куглице. (15 п)

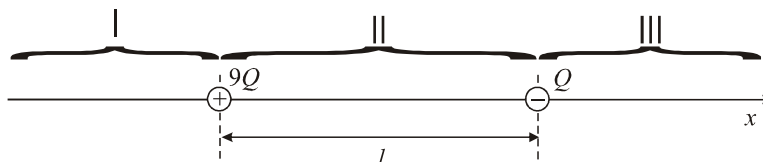


50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



4. Из округлог отвора истиче вертикалан млаз воде. На једном месту пречник хоризонталног попречног пресека млаза износи $d = 2,0 \text{ mm}$ а на другом, које је за $l = 2 \text{ cm}$ ниже, пречник попречног пресека истог млаза је $n = 1,5$ пута мањи. Изведите општи израз и израчунајте бројну вредност величине $Q = \Delta V / \Delta t$ – запремине воде која за једну секунду истекне кроз поменути отвор. Узети да је $g = 10 \text{ m/s}^2$, густина воде $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$, а коефицијент површинског напона воде $\gamma = 73 \text{ mN/m}$. (20 п)

5. Два тачкаста наелектрисања $9Q$ и $-Q$ фиксирамо дуж x -осе на међусобном растојању $l = 50 \text{ cm}$ тако да чине изоловани систем, као на слици. Треће наелектрисање Q_1 може да се креће слободно дуж x -осе у свакој од приказаних области I, II или III. а) Израчунати тачан положај наелектрисања Q_1 на x -оси у приказаним областима, у коме ће баш Q_1 бити у равнотежи. б) При којој вредности предзнака наелектрисања Q_1 (+ или -) ће његова равнотежа бити стабилна? (Равнотежу ћемо звати стабилном уколико при малом померају наелектрисања Q_1 из равнотежног положаја дође до појаве сила које ће тежити да то наелектрисање врате у равнотежни положај). (20 п)



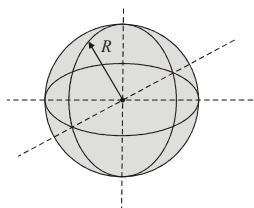
* * * * *

ПОМОЋ

Запремина кугле износи

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

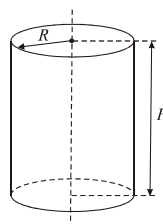
где је R полупречник кугле.



Запремина цилиндра износи

$$V = \pi R^2 H$$

где је R полупречник основе цилиндра, а H је његова висина.



Задатке припремили: *др Сања Тошић*, Институт за физику, Београд

др Бојан Николић, Институт за физику, Београд

Рецензент: *др Драган Д. Маркушев*, Институт за физику, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: *др Александар Крмпот*, Институт за физику, Београд



II РАЗРЕД
Група О и С

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете и Науке Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

СЕНТА
21.04.2012.

P1. а) Означимо силу затезања нити са T а силу трења са $F_{\text{тр}}$. Напишимо други Њутнов закон за сва три тела:

$$m_1 a_1 = T - F_{\text{тр}}, \quad m_2 a_2 = F_{\text{тр}}, \quad M a_1 = M g - T. \quad (3 \text{ п})$$

Из ових једначина следи да су:

$$a_1 = \frac{Mg - F_{\text{тр}}}{m_1 + M} \text{ и } a_2 = \frac{F_{\text{тр}}}{m_2}. \quad (2 \text{ п})$$

Приликом кретања без проклизавања важи да је $a_1 = a_2$ (**1 п**), па је:

$$\frac{Mg - F_{\text{тр}}}{m_1 + M} = \frac{F_{\text{тр}}}{m_2} \text{ тј. } F_{\text{тр}} = \frac{M m_2}{m_1 + m_2 + M} g. \quad (2 \text{ п})$$

При томе сила трења не прелази вредност $\mu m_1 g$. Значи, за кретање без проклизавања је

$$F_{\text{тр}} = \frac{M m_2}{m_1 + m_2 + M} g \leq \mu m_1 g, \quad (2 \text{ п})$$

одакле је

$$\mu \geq \frac{M m_2}{m_1 (m_1 + m_2 + M)}. \quad (2 \text{ п})$$

б) Минимална вредност коефицијента трења $\mu_{\min}$ при којој је могуће кретање без проклизавања, на основу претходног резултата, износи

$$\mu_{\min} = \frac{M m_2}{m_1 (m_1 + m_2 + M)} = \frac{1}{2}. \quad (2 \text{ п})$$

За све вредности $\mu \geq \mu_{\min}$ нема проклизавања, док ће за $\mu < \mu_{\min}$ тело m_1 клизити по дасци.

в) На основу претходне анализе видимо да се за $\mu < \mu_{\min}$ тело m_1 и даска m_2 крећу различитим убрзањима ($a_1 \neq a_2$). У том случају су

$$a_1 = \frac{M - \mu m_1}{m_1 + M} g \text{ и } a_2 = \frac{\mu m_1}{m_2} g. \quad (2 \text{ п})$$

Релативно убрзање $a_{\text{рел}}$ износи ($\mu = \mu_{\min} / 2 = 1/4$):



50. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2011/2012. ГОДИНЕ.



$$a_{\text{рел}} = a_1 - a_2 = \left(\frac{M - \mu m_1}{m_1 + M} - \frac{\mu m_1}{m_2} \right) g = \frac{g}{4}. \quad (2 \text{ п})$$

Време клизања по дасци налазимо из формуле

$$L = a_{\text{рел}} \frac{t^2}{2}, \text{ па је } t = \sqrt{\frac{2L}{a_{\text{рел}}}} = 0,9 \text{ s}. \quad (2 \text{ п})$$

* * *

P2. а) Ако температуру хелијума у тачки 1 означимо са T_1 , онда је по услову задатка $T_3 = \alpha T_1$. Рад A_{31} извршен над гасом дуж изобаре износи

$$A_{31} = p_1(V_3 - V_1) = \nu R(T_3 - T_1) = \nu R T_1(\alpha - 1). \quad (1 \text{ п})$$

Одатле је, за $\nu = 1$,

$$T_1 = \frac{A_{31}}{R(\alpha - 1)}. \quad (1 \text{ п})$$

Укупан рад гаса у циклусу добија се као површина троугла

$$A = \frac{1}{2}(p_2 - p_1)(V_3 - V_1). \quad (1 \text{ п})$$

За изобарски процес важи да је $V \sim T$, па можемо да пишемо да је

$$V_3 - V_1 = V_1(\alpha - 1). \quad (1 \text{ п})$$

Пошто тачке 1 и 2 леже на правој која пролази кроз координатни почетак, онда је

$$p_2 = \frac{V_2}{V_1} p_1, \quad (1 \text{ п})$$

док тачке 2 и 3 припадају истој изотерми па је

$$p_2 V_2 = p_3 V_3. \quad (1 \text{ п})$$

Искористивши последње три једначине добијамо, уз $p_3 = p_1$, да је

$$p_2 = \sqrt{\frac{V_3}{V_1}} p_1 = \sqrt{\alpha} p_1. \quad (1 \text{ п})$$

Сада можемо да напишемо да је, за $\nu = 1$,

$$A = \frac{1}{2} p_1 V_1 (\sqrt{\alpha} - 1)(\alpha - 1) = \frac{1}{2} R T_1 (\sqrt{\alpha} - 1)(\alpha - 1) = \frac{(\sqrt{\alpha} - 1)}{2} A_{31}. \quad (2 \text{ п})$$



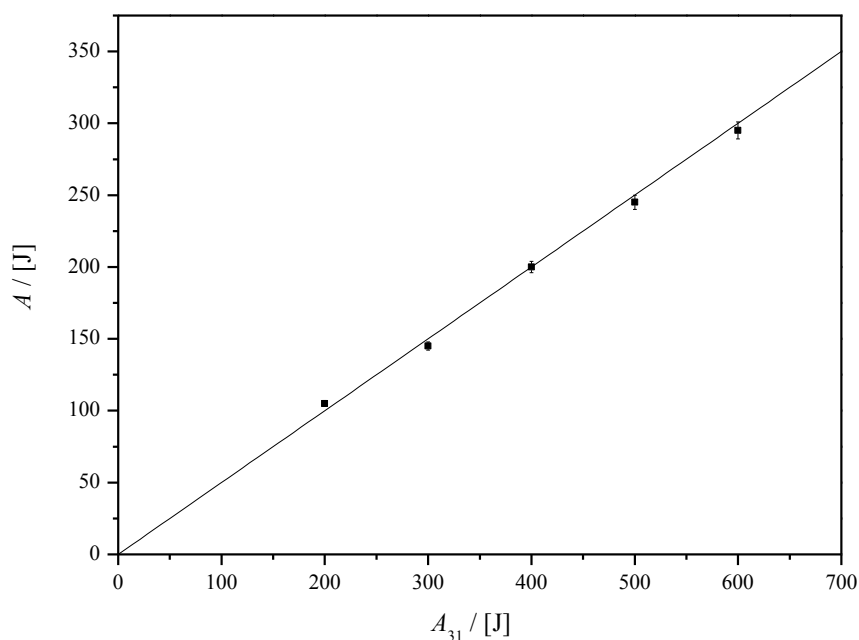
Последња једначина представља општи израз зависности укупног рада A гаса у циклусу од рада A_{31} дуж изобаре, и видимо да се може изразити у облику линеарне функције $A = f(A_{31}) = kA_{31}$, где је k коефицијент правца ове функције, који износи

$$k = \frac{(\sqrt{\alpha} - 1)}{2}. \quad (1 \text{ п})$$

б) На основу дате табеле у поставци и услова задатка $\delta A_{31} = \Delta A_{31} / A_{31} = 2\% = 0,02$ добијамо да је $\delta A = \Delta A / A = 2\% = 0,02$, па график цртамо помоћу табеле

$A_{31} / [\text{J}]$	200 ± 4	300 ± 6	400 ± 8	500 ± 10	600 ± 12
$A / [\text{J}]$	105 ± 2	145 ± 3	200 ± 4	245 ± 5	295 ± 6

(1 п)



(4 п)

Када нацртамо поменути график, узмемо две тачке са праве и то тако да прву тачку узимамо између прве две **(1 п)** A(250 J, 125 J), а другу између последње две експерименталне тачке **(1 п)** B(550 J, 275 J). На основу њих добијамо коефицијент правца праве

$$k = \frac{A_B - A_A}{A_{31B} - A_{31A}} = \frac{(275 - 125)}{(550 - 250)} = \frac{150}{300} = \frac{1}{2}. \quad (1 \text{ п})$$

Грешка коефицијента правца износи

$$\Delta k = k \left(\frac{\Delta A_A + \Delta A_B}{A_B - A_A} + \frac{\Delta A_{31A} + \Delta A_{31B}}{A_{31B} - A_{31A}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2 + 6}{150} + \frac{4 + 12}{300} \right) = 0,05. \quad (1 \text{ п})$$



Сада је

$$k = (5,0 \pm 0,5) \times 10^{-1}. \quad (1 \text{ п})$$

Сада се, на основу $k = \frac{(\sqrt{\alpha} - 1)}{2}$ може израчунати α као

$$k = \frac{(\sqrt{\alpha} - 1)}{2} \rightarrow \alpha = (2k + 1)^2 = 4, \quad (1 \text{ п})$$

чија је грешка једнака

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = 2 \frac{\Delta(2k+1)}{2k+1} \rightarrow \Delta\alpha = 4\alpha \frac{\Delta k}{2k+1} = 0,4, \quad (1 \text{ п})$$

па је на крају

$$\alpha = (4,0 \pm 0,4). \quad (1 \text{ п})$$

Сада се, на основу $T_1 = \frac{A_{31}}{R(\alpha-1)}$ и $\Delta T_1 = T_1 \left(\frac{\Delta A_{31}}{A_{31}} + \frac{\Delta\alpha}{(\alpha-1)} \right)$ (1 п) допуни табела са траженим температурама:

$A_{31} / [J]$	200 ± 4	300 ± 6	400 ± 8	500 ± 10	600 ± 12
$A / [J]$	105 ± 2	145 ± 3	200 ± 4	245 ± 5	295 ± 6
$T_1 / [K]$	8 ± 1	12 ± 2	16 ± 2	20 ± 3	24 ± 4

(1 п)

* * *

РЗ. По услову задатка ($p = 1013 \text{ mbar}$), температура кугле после вађења из воде је $t_2 = 100^\circ\text{C}$. (1 п) После стављања на лед, кугла почиње да га топи. Топећи лед кугла истовремено кроз њега и пропада. Пропадање кроз лед престаје када се температура кугле изједначи са температуром леда t_1 . (1 п) Маса гвоздене кугле износи

$$m_k = \rho V_k = \frac{1}{6} \rho d^3 \pi. \quad (1 \text{ п})$$

Запремина истопљеног леда $V_{\text{л}}$ добија се као збир запремине цилиндра висине $h - \frac{d}{2}$ и пречника основе d (h је коначна дубина пропадања) и запремине полулопте пречника d ,

$$V_{\text{л}} = \frac{d^2 \pi}{4} \left(h - \frac{d}{6} \right). \quad (2 \text{ п})$$

Маса истопљеног леда износи



$$m_{\text{л}} = \rho_0 V_{\text{л}}. \quad (2 \text{ п})$$

По условима задатка, сва топлота која се ослобађа хлађењем кугле троши се на топљење леда. Из закона одржања енергије

$$m_{\text{л}} q = m_{\text{к}} c \Delta t, \quad (3 \text{ п})$$

где је $\Delta t = 100^\circ\text{C}$, добија се коначна дубина продирања кугле

$$h = \frac{d}{6} \left(1 + \frac{4\rho c \Delta t}{\rho_0 q} \right). \quad (2 \text{ п})$$

Заменом бројних вредности добија се да је

$$h \approx 7,7 \text{ cm}. \quad (1 \text{ п})$$

Коментар - упоредити ред величине промене потенцијалне енергије кугле $m_{\text{к}}gh$ са енергијом хлађења кугле $m_{\text{к}}c\Delta t$. Величина gh је реда величине јединице (у J/kg) док је $c\Delta t \sim 10^4$ тј. $c\Delta t \gg gh$. Због тога је промена потенцијалне енергије $m_{\text{к}}gh$ занемарена у закону одржања енергије (једначини топлотног биланса) (2 п).

* * *

Р4. Захваљујући деловању сила површинског напона, течност која истиче кроз отвор тежи да смањи своју слободну површину па се због тога попречни пресек млаза смањује. На основу слике и једначине континуитета можемо да напишемо да је, уз $d' = d/n$,

$$Sv = S'v' \Rightarrow \frac{\pi d^2}{4} v = \frac{\pi \left(\frac{d}{n}\right)^2}{4} v' \Rightarrow v' = n^2 v. \quad (3 \text{ п})$$

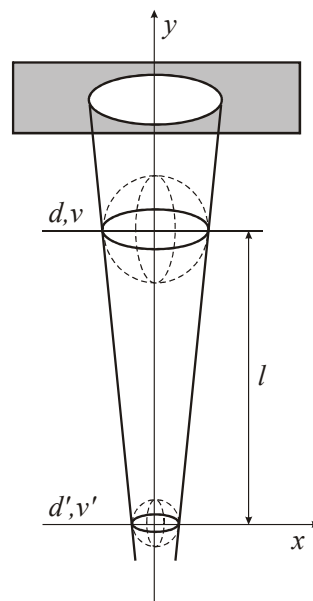
Посматрајмо горњи пресек млаза (d, v) . Притисак p у њему је већи од атмосферског p_0 и износи:

$$p = p_0 + \frac{4\gamma}{d}. \quad (3 \text{ п})$$

Аналогно томе притисак у доњем пресеку млаза (d', v') износи:

$$p = p_0 + \frac{4n\gamma}{d}. \quad (3 \text{ п})$$

На основу Бернулијеве једначине за ова два пресека можемо да напишемо да је





$$\frac{p_0 + \frac{4\gamma}{d}}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + gl = \frac{p_0 + \frac{4n\gamma}{d}}{\rho} + \frac{1}{2}n^4v^2. \quad (3 \text{ п})$$

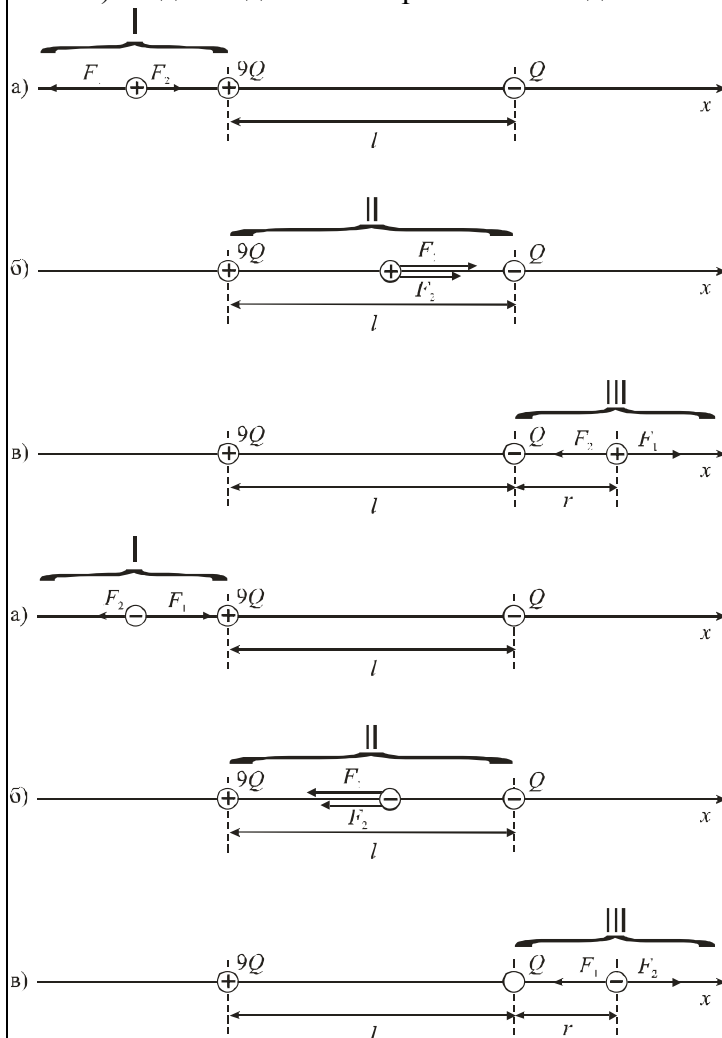
Из последње једначине се сређивањем добија да је

$$v = \sqrt{\frac{2gl - \frac{8\gamma}{\rho d}(n-1)}{n^4 - 1}}. \quad (3 \text{ п})$$

Запремина воде $Q = \Delta V / \Delta t$ која за једну секунду истекне кроз поменути отвор може се добити као:

$$\Delta V = S\Delta y = \frac{\pi d^2}{4} v \Delta t \Rightarrow Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi d^2}{4} v = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gl - \frac{8\gamma}{\rho d}(n-1)}{n^4 - 1}} = 0,8 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (5 \text{ п})$$

P5. а) Један од начина решавања задатака може бити и следећи: претпоставимо да је



наелектрисање Q_1 позитивно. У области I (на слици под а)) на наелектрисање Q_1 дуж x -осе делују две супротно усмерене силе: F_1 и F_2 . Сила F_1 потиче од стране наелектрисања $9Q$, и у било којој тачки ове области та сила ће бити већа од силе F_2 која потиче од наелектрисања $-Q$, јер је (веће по интензитету) наелектрисање $9Q$ увек ближе наелектрисању Q_1 него наелектрисање $-Q$. Због тога је *положај равнотеже Q_1 у области I немогућ.* (2 п)

У области II (на слици под б)) обе силе F_1 и F_2 усмерене су дуж x -осе у свакој тачки ове области на исту страну: ка наелектрисању $-Q$. Због тога је *положај равнотеже Q_1 у области II немогућ.* (2 п)

У области III (на слици под в)) обе силе F_1 и F_2 су супротно усмерене дуж x -осе, као и у области I, али је сада (мање по интензитету) наелектрисање $-Q$ увек ближе Q_1 него наелектрисање $9Q$. То значи да је могуће наћи такву тачку на x -оси у којој ће силе F_1 и F_2 бити једнаке по интензитету: $|F_1| = |-F_2|$. Због тога је



положај равнотеже Q_1 у области III могућ. (2 п)

Ако међусобно растојање између Q_1 и $-Q$ означимо са r , онда ће растојање између $9Q$ и Q_1 бити $l + r$. Једнакост сила нам даје

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{9QQ_1}{(l+r)^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_1}{r^2}, \quad (1 \text{ п})$$

што после скраћивања даје

$$l + r = \pm 3r, \quad (1 \text{ п})$$

одакле је

$$r_1 = +\frac{l}{2} \text{ и } r_2 = -\frac{l}{4}. \quad (1 \text{ п})$$

Корен r_2 не задовољава физички услов задатка (у тој тачки силе F_1 и F_2 јесу једнаке по интензитету, али су усмерене на исту страну) (1 п). Значи Q_1 је у равнотежном положају када је $r = r_1$. (1 п)

Истоветна анализа само са претпоставком да је Q_1 негативно доводи до истог резултата (види слику). (3 п)

б) Да би одредили предзнак наелектрисања Q_1 при којем ће равнотежа бити стабилна, анализираћемо померај Q_1 из равнотежног положаја у два случаја, када је: (i) Q_1 позитивно (ii) Q_1 негативно.

(i) Уколико је Q_1 позитивно, његов померај улево доводи до пораста сила F_1 и F_2 . Сила F_1 расте спорије (наелектрисање $9Q$ је увек даље од $-Q$). Следи да је F_2 по интензитету већа од F_1 , и на наелектрисање Q_1 ће деловати резултујућа сила која је такође усмерена улево. Под дејством резултујуће силе наелектрисање Q_1 ће се удаљавати од равнотежног положаја. Исто ће се десити и ако Q_1 померимо удесно. Сила F_2 ће слабити брже од силе F_1 па је резултујућа сила усмерена удесно, а наелектрисање Q_1 ће се, под дејством те резултујуће силе, удаљавати од равнотежног положаја. Ова анализа нам указује на то да је у случају позитивног предзнака наелектрисања Q_1 равнотежа у области III нестабилна. (3 п)

(ii) Уколико је Q_1 негативно, његов померај улево доводи до пораста сила F_1 и F_2 . Сила F_1 расте спорије (наелектрисање $9Q$ је увек даље од $-Q$). Следи да је F_2 по интензитету већа од F_1 , и на наелектрисање Q_1 ће деловати резултујућа сила која је такође усмерена удесно. Под дејством резултујуће силе наелектрисање Q_1 ће се враћати ка равнотежном положају. Исто ће се десити и ако Q_1 померимо удесно. Сила F_2 ће слабити брже од силе F_1 па је резултујућа сила усмерена улево, а наелектрисање Q_1 ће се, под дејством те резултујуће силе, враћати ка равнотежном положају. Ова анализа нам указује на то да је у случају негативног предзнака наелектрисања Q_1 равнотежа стабилна. (3 п)

Интензитет наелектрисања Q_1 је за ову анализу небитан.

