

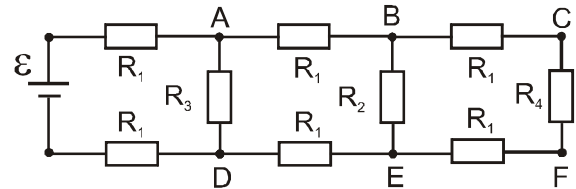


1. На слици 1 је приказана шема електричног кола. Електромоторна сила извора је $\varepsilon = 50 \text{ V}$, а унутрашњи отпор извора може да се занемари. Вредности отпорника су $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 3 \Omega$ и $R_4 = 4 \Omega$.

Одредити вредност напона:

- између тачака А и D,
- између тачака В и E,
- између тачака С и F.

(20п)



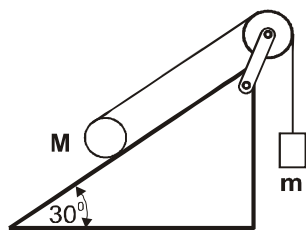
Слика 1.

2. У систему приказаном на слици 2 један крај безмасене неистегљиве нити је намотан на хомогени цилиндар одређеног радијуса и масе $M = 10 \text{ kg}$, док је за други крај нити причвршћен тег масе $m = 2 \text{ kg}$. Нит је пребачена преко идеалног котура. Цилиндар се котрља по стрмој равни, нагибног угла $\beta = 30^\circ$, без клизања. Одредити интензитет и смер убрзања цилиндра ако је систем почео да се креће из стања мировања. (20п)

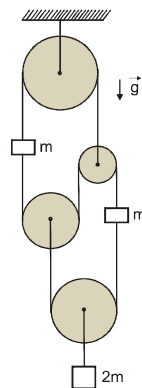
Подсетник: Момент инерције хомогеног цилиндра у односу на уздужну осу симетрије која пролази кроз центар масе износи $I = MR^2/2$ где је R радијус цилиндра.

3. У систему приказаном на слици 3 одредити интензитет и смер убрзања центра сваког котура у односу на подлогу. Маса блока су m и $2m$ (видети слику 3). Сви котури у систему имају занемарљиве масе, а трење у осовини котура може да се занемари. Сматрати да је нит неистегљива, безмасена и у сваком тренутку вертикална, као и да нема проклизавања нити. Занемарити све силе трења и сматрати да се систем почео кретати из стања мировања. (20п)

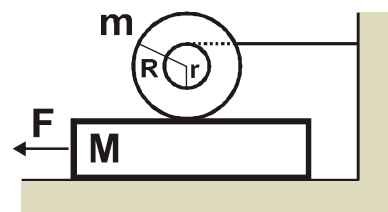
4. На дасци масе $M = 1 \text{ kg}$ налази се калем масе $m = 0,5 \text{ kg}$ спољашњег полупречника $R = 10 \text{ cm}$ и унутрашњег полупречника $r = 2 \text{ cm}$ (слика 4). Момент инерције калема око уздужне осе симетрије која пролази кроз центар масе је $I = 10^{-3} \text{ kgm}^2$. Коефицијент трења између даске и калема је $\mu = 0,4$ док се трење између даске и подлоге може занемарити. Калем је преко неистегљивог конца занемарљиве масе, намотаног на калем, везан за вертикалан зид (слика 4). У почетном тренутку систем мирује. Коликом хоризонталном силом F треба вући даску да би калем проклизавао по дасци, а коликом да би се котрљао без проклизавања? За убрзање Земљине теже узети $g = 10 \text{ m/s}^2$. (20п)



Слика 2.



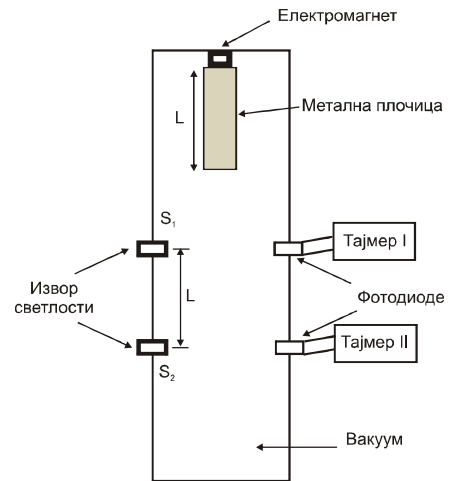
Слика 3.



Слика 4.



5. У циљу одређивања убрзања Земљине теже извршен је експеримент чија је принципијелна шема приказана на слици 5. У цеви у којој је успостављен вакуум налази се метална плочица дужине L , која је причвршћена да виси вертикално помоћу електромагнета. У тренутку када се прекине довод електричне струје електромагнету плочица се откачи и почне слободно да пада. Мерење времена падања плочице врши се помоћу система извор светлости-фотодиода-тајмер. У тренутку када плочица прекине снап светлости, који из извора S_1 пада на горњу фотодиоду, тајмер I почне да мери време. Када је плочица прешла пут L , снап светлости из S_1 поново осветли горњу фотодиоду и тајмер I престаје са радом. У истом тренутку тајмер II почиње да мери време јер је тада плочица заклонила светлост из извора S_2 која пада на доњу фотодиоду. Када плочица поново пређе пут L , снап светлости из извора S_2 поново осветли доњу фотодиоду и тајмер II престаје да мери време. Јасно је дакле да и тајмер I и тајмер II мере време за које плочица током падања пређе исту дужину пута L . Грешка одређивања дужине плочице је $0,2\text{mm}$, док грешка мерења времена може да се занемари. Експеримент је поновљен за пет металних плочица различитих дужина L и резултати извршених мерења су приказани у табели 1 (t_1 - време које је измерио тајмер I , t_2 - време које је измерио тајмер II).



Слика 5.

Табела 1.

Број мерења	L [mm]	t_1 [s]	t_2 [s]
1	99,8	0,0835	0,0535
2	110,0	0,0842	0,0553
3	120,4	0,0850	0,0570
4	130,2	0,0853	0,0584
5	140,2	0,0866	0,0600

- Наћи теоријску зависност између мерених физичких величина
- Нацртати одговарајући график
- Графичком методом одредити убрзање Земљине теже и проценити грешку

(20п)

Напомена: Тајмер је електронска штоперница

Задатке припремио: *мр Зоран Мијић*, Институт за физику, Београд

Рецензент: *Проф. др Александар Срећковић*, Физички факултет, Београд

Председник Комисије за такмичење ДФС: *Проф. др Мићо Митровић*, Физички факултет, Београд



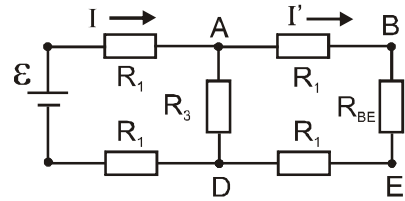
I РАЗРЕД

Друштво Физичара Србије
Министарство Просвете Републике Србије
РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

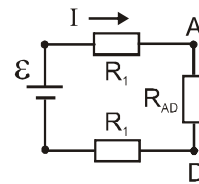
ГИМНАЗИЈА
“ВЕЉКО ПЕТРОВИЋ”
СОМБОР
17.04.2010.

P1. Један од начина решавања задатка јесте упрошћавањем електричног кола налажењем еквивалентних отпорности. На слици 1 је приказано електрично коло еквивалентно почетном, где је R_{BE} еквивалентни отпор између тачака В и Е који износи $R_{BE} = R_2(2R_1 + R_4)/(2R_1 + R_2 + R_4) = 1,5\Omega$ (**4п**). Сада се може наћи и еквивалентни отпор између тачака А и D који износи $R_{AD} = R_3(2R_1 + R_{BE})/(2R_1 + R_3 + R_{BE}) \approx 1,6\Omega$ (**4п**) па се коначно добија упрошћено коло приказано на слици 2. Струја I се сада лако налази из $I = \varepsilon/(2R_1 + R_{AD}) \approx 13,89\text{ A}$ (**2п**) па је први тражени напон између тачака А и D једнак $U_{AD} = IR_{AD} \approx 22,34\text{ V}$ (**2п**). Након што је одређен напон U_{AD} са слике 1 се може одредити и струја $I' = U_{AD}/(2R_1 + R_{BE}) \approx 6,38\text{ A}$ (**2п**) па се за напон између тачака В и Е добија $U_{BE} = I'R_{BE} \approx 9,57\text{ V}$ (**2п**). Коначно, струја која протиче кроз отпор R_4 је $I'' = U_{BE}/(2R_1 + R_4) \approx 1,59\text{ A}$ (**2п**) (слика 3) па је тражени напон $U_{CF} = I''R_4 \approx 6,38\text{ V}$ (**2п**).

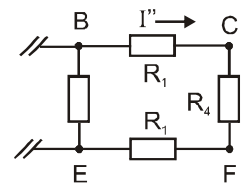
Напомена: постоји неколико различитих начина решавања задатка и сваки од њих ће бити бодован на адекватан начин.



Слика 1.

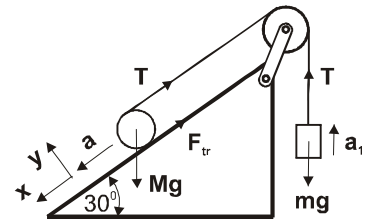


Слика 2.



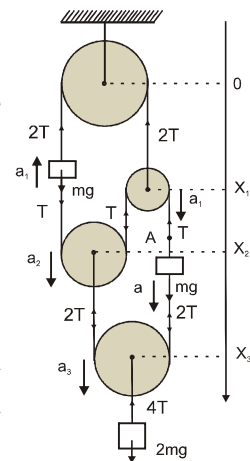
Слика 3.

P2. На слици 4 приказане су силе које делују на блок и цилиндар, као и њихови претпостављени смерови. Из услова неистегљивости конца закључује се да је убрзање блока два пута веће од убрзања цилиндра тј. важи $a_1 = 2a$ (**3п**) (ако цилиндар пређе пут s без проклизавања, блок се помери за $2s$ услед додатног намотавања конца на цилиндар). Једначина кретања блока је $2ma = T - mg$ (**3п**) док је кретање цилиндра описано једначином $Ma = Mg/2 - T - F_{tr}$ (**3п**). За ротационо кретање цилиндра важи $I\alpha = (F_{tr} - T)R$ (**3п**) где је α угаоно убрзање цилиндра, I момент инерције и R радијус цилиндра. Како је у питању котрљање цилиндра без клизања, важи $a = \alpha R$ (**2п**). Комбиновањем претходних једначина коначно се добија тражено убрзање цилиндра $a = g(M - 4m)/(8m + 3M) \approx 0,43\text{ m/s}^2$ (**6п**) које је очигледно усмерено дуж x осе.



Слика 4.

P3. На слици 5 приказане су одговарајуће силе које делују на блокове, као и претпостављени смерови кретања. Ако x осу са почетком у центру горњег котура, усмеримо вертикално наниже и положај центра десног котура означимо са x_1 , левог котура са x_2 и најнижег котура са x_3 онда из услова неистегљивости конца мора да важи $x_1 + x_2 + (x_2 - x_1) + (x_3 - x_1) + (x_3 - x_2) = const$ односно $\Delta x_1 = \Delta x_2 + 2\Delta x_3$. Из претходног следи веза између убрзања котурова тј. $a_1 = a_2 + 2a_3$ (**4п**). (a_1 - убрзање центра десног котура, a_2 - убрзање центра левог котура и a_3 - убрзање центра доњег котура). Очигледно је да и леви блок масе m има убрзање a_1 док доњи блок масе $2m$ има убрзање као и котур за који је закачен тј. a_3 . Ако положај десног блока масе m означимо са x његово убрзање a лако налазимо из услова $x_3 - x_2 + x_3 - x = const$ односно $\Delta x = 2\Delta x_3 - \Delta x_2$ одакле је $a = 2a_3 - a_2 = a_1 - 2a_2$ (**4п**). Једначина кретања левог блока је $ma_1 = T - mg$ (**2п**), кретање десног блока је описано једначином $m(a_1 - 2a_2) = T + mg$ (**2п**), док за најнижи блок важи $2ma_3 = 2mg - 4T$ (**2п**). Решавањем претходног система једначина налази се $a_1 = -0,6g$ (**2п**) $a_2 = -g$ (**2п**) и $a_3 = 0,2g$ (**2п**), дакле убрзања a_1 и a_2 су усмерена у супротном смеру x осе, док a_3 има смер x осе.



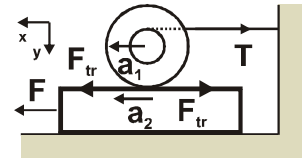
Слика 5.



48. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2009/2010. ГОДИНЕ



P4. Када даска почне да се вуче неком силом F калем и даска почну да се крећу у општем случају убрзањима a_1 и a_2 (слика 6) у односу на подлогу. Кретање калема се може описати једначином $ma_1 = F_{tr} - T$ (2п), а кретање даске једначином $Ma_2 = F - F_{tr}$ (2п) где је F_{tr} сила трења између даске и калема. Ротација калема око своје осе симетрије је описана једначином $I\alpha = Tr + F_{tr}R$ (2п) где је α угаоно убрзање калема за које важи $\alpha = a_1/r$ (2п). Из услова котрљања калема по дасци без проклизавања следи $\alpha = (a_2 - a_1)/R$ (3п) па из претходне две једначине се налази веза убрзања даске и калема $a_2 = a_1(R+r)/r$ (3п). Комбиновањем претходних једначина налази се $a_1 = (r+R)F_{tr}/(I/r + mr)$ (2п), а затим и веза између вучне силе и силе трења па је коначно $F = F_{tr}(1 + M(R+r)^2/(I + mr^2))$ (2п). У случају када је $F_{tr} > \mu mg$ долази до проклизавања калема, а ако је $F_{tr} \leq \mu mg$ калем се котрља по дасци. У граничном случају када је $F_{tr} = \mu mg$ налази се $F = \mu mg(1 + M(R+r)^2/(I + mr^2)) = 26\text{ N}$ (1п). Дакле, ако је вучна сила $F > 26\text{ N}$ калем ће проклизавати по дасци, док ће се за $F \leq 26\text{ N}$ котрљати без проклизавања (1п).



Слика 6.

P5. Нека метална плочица приликом слободног пада има брзину v_1 у тренутку када својом доњом ивицом заклони светлост из извора s_1 да не пада на фотодиоду. У том тренутку тајмер I почиње да мери време све док горња ивица плочице не прође тако да се поново успостави снап светлости која пада на фотодиоду и у том тренутку тајмер I зауставља мерење времена. Очигледно, за време t_1

Табела 1.

Број мерења	L [mm]	t ₁ [s]	t ₂ [s]	$\frac{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}{(t_1 - t_2)}$
1	99,8	0,0835	0,0535	0,02040
2	110,0	0,0842	0,0553	0,02248
3	120,4	0,0850	0,0570	0,02458
4	130,2	0,0853	0,0584	0,02661
5	140,2	0,0866	0,0600	0,02864

које измери тајмер I плочица пређе пут L па важи $L = v_1 t_1 + g t_1^2 / 2$ (2п). У истом тренутку плочица доњим крајем заклања снап светлости из извора s_2 који пада на доњу фотодиоду па тајмер II почиње са мерењем времена t_2 све док се поново не успостави снап светлости. Слично као у претходном случају важи $L = v_2 t_2 + g t_2^2 / 2$ (2п) при чему је $v_2 = v_1 + g t_1$ (2п). Комбиновањем претходних релација долази се до једначине $\frac{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}{(t_1 - t_2)} = \frac{2}{g} L$ (4п) која се може искористити

за одређивање убрзања Земљине теже. Ако означимо $y = \frac{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}{(t_1 - t_2)}$ (чије су вредности дате у табели 1) и

$x = L$ уочавамо линеарну зависност $y = kx$ где је коефицијент правца праве $k = 2/g$ (1п). На слици 7 је приказан одговарајући график па се избором две неексперименталне тачке нпр. А (104 mm 0,02125 s²) и

В (134,6 mm 0,02750 s²) може одредити коефицијент правца праве као $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow k = 0,20424\text{ s}^2/\text{m}$.

Релативна грешка се рачуна као $\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{y_B - y_A} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{x_B - x_A} \approx 0,029$ па је $\Delta k = 0,0059\text{ s}^2/\text{m}$ односно коначно

за коефицијент правца се добија $k = (0,204 \pm 0,006)\text{ s}^2/\text{m}$ (2п). Како је $g = 2/k = 9,792\text{ m/s}^2$ и $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta k}{k}$

налази се да је $\Delta g = 0,28\text{ m/s}^2$ па је коначно решење $g = (9,8 \pm 0,3)\text{ m/s}^2$ (2п). Коректно састављена табела и нацртан одговарајући график вреде (5п).

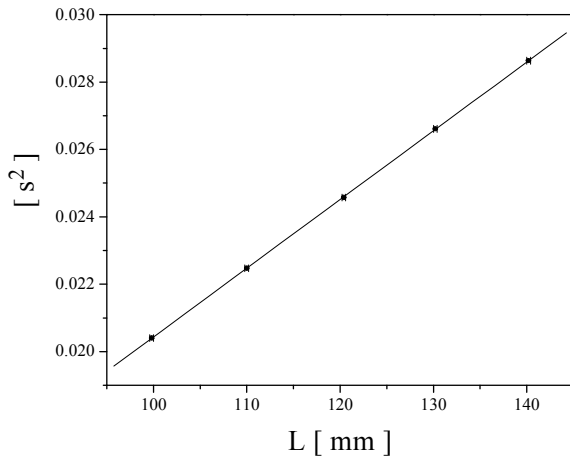
Може се приметити да се графичком методом добија прилично велика грешка. Ипак, овакав експеримент може послужити за изузетно прецизно одређивање убрзања Земљине теже (када се резултати мерења обрађују нумеричким методама) јер се време може одредити са великом тачношћу тако да практично



48. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ
УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2009/2010. ГОДИНЕ



грешка крајњег резултата зависи само од грешке одређивања дужине плочице (која се такође може веома прецизно измерити).



Напомена: Признаће се и свака друга зависност нпр. $L = f(t_1, t_2)$ којом се добија коректан резултат.

Слика 7. Одређивање убрзања Земљине теже