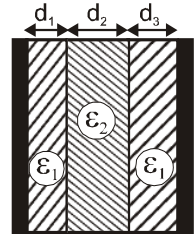


ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Задаци за републичко такмичење из физике ученика средњих школа 2007/2008 године

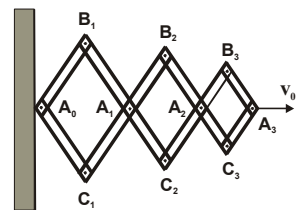
I разред

1. Простор између плоча равног кондензатора је попуњен са три диелектричне плочице дебљина d_1 , d_2 и d_3 (слика 1). Релативна диелектрична пропустљивост средње плочице је ϵ_2 , а преостале две плочице имају исту релативну диелектричну пропустљивост ϵ_1 . Површина сваке плоче кондензатора је S . Одредити еквивалентни електрични капацитет оваквог кондензатора. **(15п)**



Слика 1.

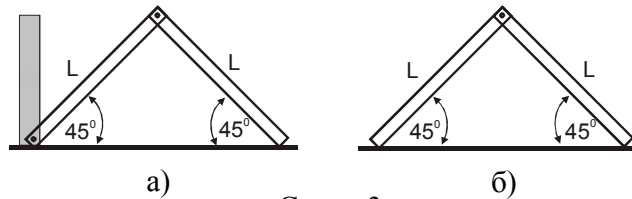
2. Зглобна дрвена конструкција се састоји из три ромба чије се одговарајуће странице односе као 3:2:1 (слика 2). Конструкција је у тачки A_0 зглобно везана за непокретни зид. Тачка A_3 се креће у односу на подлогу константном брзином v_0 хоризонтално. Наћи брзине тачака A_1 , A_2 и B_2 у односу на подлогу у тренутку када су сви углови сваког ромба једнаки 90° . **(20п)**



Слика 2.

3. Систем се састоји од два танка хомогена штапа, сваки масе M и дужине L , који су једним својим крајем међусобно зглобно повезана (слика 3). У првом случају доњи крај левог штапа је повезан зглобно са непокретним зидом, док доњи крај десног штапа може да клизи по подлози без трења (слика 3а). У другом случају оба доња краја штапова могу да клизе по подлози без трења (слика 3б). Систем почне да се креће из стања мировања и у почетном тренутку штапови заклапају углове од 45° са подлогом. Занемарити масу зглобне везе и трење у зглобу. Одредити у почетном тренутку интензитет

- а) силе којом подлога делује на доњи крај десног штапа у првом случају (слика 3а) **(17п)**
 б) силе којом подлога делује на доњи крај десног штапа у другом случају (слика 3б) **(8п)**



Слика 3.

Напомена: Случајеви (а) и (б) могу се решавати независно један од другог

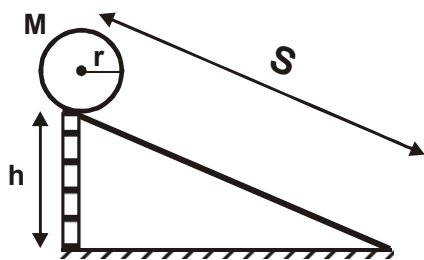
Подсетник: Момент инерције хомогеног штапа у односу на осу која пролази кроз центар масе и нормална је на правац штапа износи $I = ML^2/12$

4. На глатком хоризонталном столу мирује даска масе M и на њој два блока чије су масе $5M$ и M . Блокови су међусобно повезани неистегљивом нити пребаченом преко котура (слика 4). Котур почне да се вуче хоризонтално константном силом F као на слици. Сматрати да се масе нити и котура могу занемарити и да је нит у сваком тренутку хоризонтална. Колики мора бити интензитет вучне силе F да би се даска кретала убрзањем $a = 0,2g$ у односу на подлогу (g је убрзање Земљине теже)? Колика су у том случају убрзања блокова и котура у односу на подлогу? Коефицијент трења између левог блока и даске је исти као између десног блока и даске и износи $\mu = 0,1$. **(20п)**



Слика 4.

5. Помоћу стрме равни експерименталним путем одређује се момент инерције ваљка масе $M = 450 \text{ g}$ и радијуса $r = 6 \text{ cm}$. Ваљак се пусти да се котрља, без проклизавања, низ стрму раван од врха до подножја прелазећи увек исти пут $S=120 \text{ cm}$. Мерена су времена t_i за које ваљак, из мировања, пређе тај пут S за различите висине h (слика 5). Време је мерено дигиталним мерачем чија је тачност $0,01 \text{ s}$. Ради једноставности занемарити грешке мерења масе и радијуса ваљка, као и висине h и пута S . За убрзање Земљине теже узети $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ и такође занемарити грешку. У табели 1 дати су резултати мерења.



Слика 5.

Табела 1.

h [cm]	30	40	50	67	100
t_1 [s]	2.04	1.78	1.58	1.37	1.12
t_2 [s]	2.05	1.78	1.58	1.38	1.12
t_3 [s]	2.06	1.77	1.59	1.38	1.13

- Наћи теоријску зависност између мерених физичких величина
- Нацртати одговарајући график
- Графичком методом одредити момент инерције ваљка

(20п)

Задатке припремио: мр Зоран Мијић
 Институт за физику, Београд
 Рецензент: др Александар Срећковић
 Физички Факултет, Београд
 Председник комисије: др Мићо Митровић
 Физички Факултет, Београд

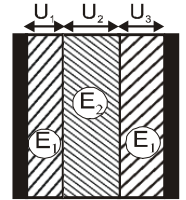
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
Решења задатака за републичко такмичење ученика средњих школа 2007/2008 године
I разред

1. I начин: Ако се на облоге кондензатора доведе количина наелектрисања q укупан напон на кондензатору је $U = U_1 + U_2 + U_3$ (2п) где су U_1, U_2 и U_3 напони на границама диелектрика (слика 1). За електрична

поља у одговарајућим диелектрицима важи $E_1 = E_3 = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_1 S}$ (4п) и $E_2 = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_2 S}$ (2п) па се може писати

$U = E_1 d_1 + E_2 d_2 + E_3 d_3$ (3п). Из претходног је напон на кондензатору $U = \frac{q(\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2(d_1 + d_3))}{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2 S}$ (2п) па је

еквивалентни капацитет кондензатора $c = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2 S}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2(d_1 + d_3)}$ (2п).



Слика 1.

II начин: Систем се може посматрати као редна веза три кондензатора чији су капацитети $c_1 = \epsilon_0 \epsilon_1 \frac{S}{d_1}$ (2п)

$c_2 = \epsilon_0 \epsilon_2 \frac{S}{d_2}$ (2п) и $c_3 = \epsilon_0 \epsilon_1 \frac{S}{d_3}$ (2п) па је еквивалентни капацитет система $\frac{1}{c_e} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3}$ (2п). Коначно се добија

$c_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2 S}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2(d_1 + d_3)}$ (7п).

2. У траженом тренутку из услова задатка следи $A_0 A_1 : A_0 A_2 : A_0 A_3 = 3 : 5 : 6$ (2п) односно за брзине тачака у односу на

непокретни систем важи $|\vec{v}_{A_1}| : |\vec{v}_{A_2}| : |\vec{v}_{A_3}| = 3 : 5 : 6$ (3п), на основу чега

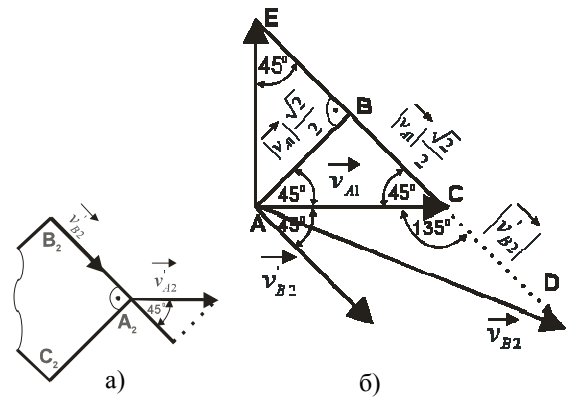
се добија $|\vec{v}_{A_1}| = \frac{v_0}{2}$ (2п) и $|\vec{v}_{A_2}| = \frac{5v_0}{6}$ (2п). У систему везаном за

тачку A_1 брзина тачке A_2 је $|\vec{v}'_{A_2}| = |\vec{v}_{A_2} - \vec{v}_{A_1}| = \frac{v_0}{3}$ (2п) док брзина

тачке B_2 има правац $B_2 A_2$ и важи $|\vec{v}'_{B_2}| = |\vec{v}'_{A_2}| \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{v_0 \sqrt{2}}{6}$ (2п)

(слика 2а). Брзина тачке B_2 у односу на непокретни систем је

$\vec{v}_{B_2} = \vec{v}_{A_1} + \vec{v}'_{B_2}$ (3п) и интензитет се може наћи са слике 2б где важи $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2$ па се добија $|\vec{v}_{B_2}| = \frac{v_0}{6} \sqrt{17}$ (4п).



Слика 2.

3. а) У почетном тренутку посматрамо ротацију левог штапа у односу на тачку где је зглобно везан за зид (слика 3а).

Убрзање центра масе левог штапа је $a = \alpha \frac{L}{2}$ (2п) са компонентама

$a_x = a_y = \alpha \frac{L}{2\sqrt{2}}$ (2п) у односу на подлогу, где је α угаоно убрзање центра масе

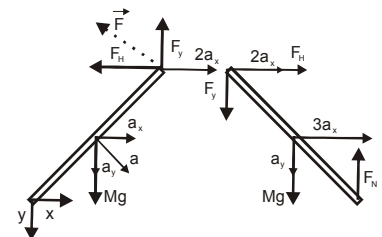
штапа. Једначина ротације је $I\alpha = \sum M_i$ где су M_i моменти сила које делују на

леви штап, а $I = \frac{1}{3} ML^2$ момент инерције у односу на крај штапа тј.

$\frac{ML^2 \alpha}{3} = \frac{MgL}{2\sqrt{2}} - \frac{F_V L}{\sqrt{2}} - \frac{F_H L}{\sqrt{2}}$ (3п). За транслаторно кретање (центра масе) десног

штапа по хоризонталу важи $\frac{3ML\alpha}{2\sqrt{2}} = F_H$ (2п), односно по вертикали $\frac{ML\alpha}{2\sqrt{2}} = Mg + F_V - F_N$ (2п). Једначина ротације

десног штапа око осе која пролази кроз сентар масе је $\frac{ML^2 \alpha}{12} = \frac{F_N L}{2\sqrt{2}} + \frac{F_V L}{2\sqrt{2}} - \frac{F_H L}{2\sqrt{2}}$ (3п) (момент инерције десног штапа



Слика 3а.

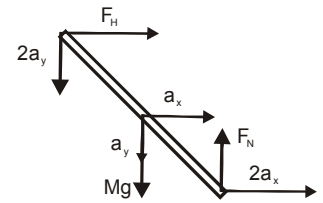
у односу на центар масе је $I = \frac{1}{12}ML^2$). Решавањем претходних једначина, **после доста рачуна**, за тражену силу реакције подлоге се добија $F_N = \frac{7}{10}Mg$ (3п).

б) У другом случају (слика 3б) када оба краја клизе по подлози из симетрије следи $F_V = 0$ па су једначине транслаторног кретања центра масе десног штапа $\frac{ML\alpha}{2\sqrt{2}} = F_H$ (2п)

и $\frac{ML\alpha}{2\sqrt{2}} = Mg - F_N$ (2п) док је ротација око осе која пролази кроз центар масе описана

једначином $\frac{ML^2\alpha}{12} = \frac{F_N L}{2\sqrt{2}} - \frac{F_H L}{2\sqrt{2}}$ (2п). Из претходног се за тражену силу реакције подлоге

добија $F_N = \frac{5}{8}Mg$ (2п)



Слика 3б.

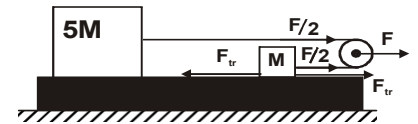
4. У случају да проклизавају оба блока једначина кретања даске је $Ma = 6\mu Mg \Rightarrow a = 0,6g$ што се не слаже са условом задатка да убрзање даске буде $a = 0,2g$. Дакле, један блок мора да проклизава и јасно је да ће прво проклизати мањи блок, а већи ће се кретати заједно са даском тј. имаће исто убрзање $a_1 = a$ (4п). Једначина кретања

мањег блока, у односу на подлогу, је $Ma_2 = \frac{F}{2} - \mu Mg$ (4п) док је једначина

кретања система даска и већи блок $6Ma = \frac{F}{2} + \mu Mg$ (4п) (слика 4). Из

претходног се лако налази тражени интензитет силе $F = 2,2Mg$ (2п), као и интензитет убрзања мањег блока $a_2 = g$ (2п). Убрзање котура се лако налази

из $a_{\text{кот}} = \frac{(a_1 + a_2)}{2} = 0,6g$ (4п).



Слика 4.

5. Ваљак се котрља низ стрму равну при чему увек прелази исти пут $s = \frac{at^2}{2}$ (1п). Једначина транслаторног кретања

ваљка је $Ma = Mg \frac{h}{s} - F_t$ (2п), док за ротационо кретање важи $I\alpha = F_t r$ (1п). Пошто нема проклизавања важи

Табела 1.

h [cm]	$\frac{1}{h}$ [cm ⁻¹]	t _i [s]	t _s [s]	Δt [s]	t ² [s ²]	Δt ² =2tΔt [s ²]
30	0.033	2.04	2.050 2.05	0.01 0.01	4.202 4.20	0.041 0.05
		2.05				
		2.06				
40	0.025	1.78	1.776 1.78	0.0066 0.01	3.154 3.15	0.023 0.03
		1.78				
		1.77				
50	0.020	1.58	1.583 1.58	0.0066 0.01	2.506 2.51	0.021 0.03
		1.58				
		1.59				
67	0.015	1.37	1.376 1.38	0.01 0.01	1.895 1.90	0.027 0.03
		1.38				
		1.38				
100	0.010	1.12	1.123 1.12	0.0066 0.01	1.261 1.26	0.013 0.02
		1.12				
		1.13				

$a = \alpha r$ (1п). Из претходног се добија линеарна зависност $t^2 = f\left(\frac{1}{h}\right)$ односно

$t^2 = \frac{2s^2}{Mg} \left(M + \frac{I}{r^2} \right) \frac{1}{h}$ (2п) на основу које се

може графичком методом одредити момент инерције ваљка I . У табели 1 су приказани обрађени резултати извршених мерења, а на слици 5 одговарајући график зависности

$t^2 = f\left(\frac{1}{h}\right)$. Са графика се избором две

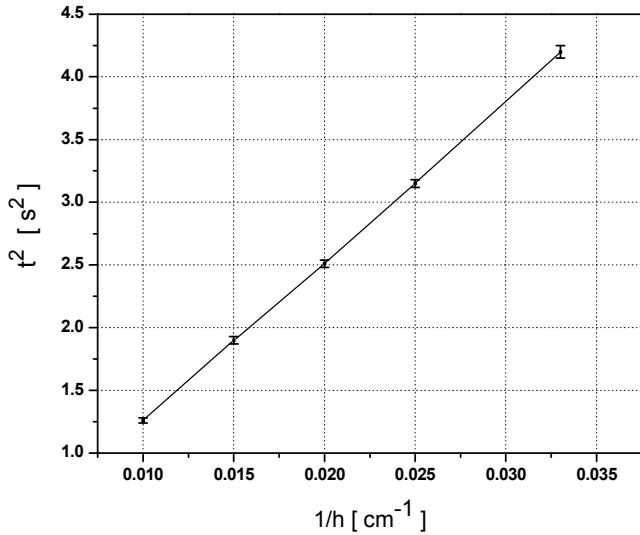
неексперименталне тачке нпр. $A(0,011\text{cm}^{-1} 1,39\text{s}^2)$ и $B(0,032\text{cm}^{-1} 4,05\text{s}^2)$

одређује коефицијент правца праве као $k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (1п) на основу чега се добија

$k = \frac{4,05 - 1,39}{0,032 - 0,011} \text{cms}^2 = 126,66 \text{cms}^2$ (1п)

Релативна грешка коефицијента правца је $\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{y_B - y_A} + \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{x_B - x_A}$ **(1п)** тј.

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{0,05 + 0,02}{4,05 - 1,39} + \frac{0,0001 + 0,0001}{0,032 - 0,011} = 0,0358 \text{ односно } \Delta k = 4,5 \text{ cm s}^2 \text{ па се коначно добија } k = (127 \pm 5) \text{ cm s}^2 \text{ (1п)}$$



Слика 5. Одређивање момента инерције ваљка

Момент инерције ваљка је $I = \frac{kMgr^2}{2s^2} - Mr^2$ односно

$I = 0,00536 \text{ kg m}^2$ **(2п)**. Према услову задатка занемарене су грешке осталих мерених величина па је релативна грешка $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta k}{k}$ **(1п)** односно

$\Delta I = 0,00019 \text{ kg m}^2$ што коначно доводи до решења $I = (0,0054 \pm 0,0002) \text{ kg m}^2$ **(1п)**

Коректно састављена табела 1 и нацртан график (слика 5) вреде **(5п)**.

Напомена: Признаће се и свака друга зависност нпр.

$h = f\left(\frac{1}{t^2}\right)$ којом се добија тачно решење.