

РЕПУБЛИКА СРБИЈА  
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ  
ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ И  
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

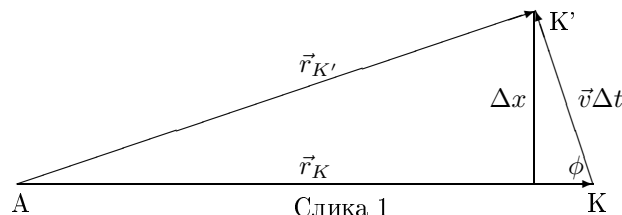
Окружно такмичење из физике ученика средњих школа  
школске 2003/2004. године  
IV разред

1. Астроном посматра комету која се креће на периферији Сунчевог система. Правац брзине комете заклапа угао  $\phi$  ( $0 \leq \phi \leq \pi$ ) са правцем комета-астроном. Брзина комете у односу на астронома је  $v$ , док је растојање између комете и астронома  $R$ . Колика је угаона брзина комете у односу на астронома? Узимајући у обзир да је брзина простирања светлости коначна, одредити колика је угаона брзина комете коју мери астроном? (25 п.)
2. Релативистички протон кинетичке енергије  $T$  судара се еластично са протоном који мирује. Након судара оба протона су се разлетела симетрично у односу на правац кретања првог протона пре судара. Одредите угао под којим су се разлетели протони после судара. („Млади физичар”, бр. 68) (15 п.)
3. Хомогена лопта полупречника  $r = 1 \text{ mm}$  осветљава се хомогеним, широким, паралелним ласерским снопом. Ласерско зрачење је циркуларно поларисано и његова таласна дужина је  $\lambda = 10 \text{ mm}$ . Лопта, која у почетном тренутку мирује, почиње да се креће. Колики пут пређе центар масе лопте за време док се лопта обрне око своје осе, ако је интензитет ласерског зрачења константан? Сматрати да је лопта апсолутно црно тело и занемарити ефекте гравитације. Момент инерције лопте у односу на осу која пролази кроз њен центар је  $I = \frac{2}{5}mr^2$ , где је  $m$  маса, а  $r$  полупречник лопте. (Упутство: монохроматско, циркуларно поларисано ласерско зрачење посматрајте као скуп фотона исте енергије, импулса и момента импулса. Момент импулса сваког фотона је  $\hbar$ .) (25 п.)
4. Таласна функција којом се описује стање честице масе  $m$ , која се налази у бесконачно дубокој, правоугаоној потенцијалној јами ширине  $l$ , има облик  $\psi(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx$ . Користећи граничне услове одредити дозвољене вредности таласног вектора  $k$ . Наћи одговарајуће енергије стационарних стања честице. (15 п.)
5. У акцелератору се формира узак сноп протона, чије енергије су  $E = 2 \text{ keV}$ . Протони се крећу ка непокретној металној сфери полупречника  $r$  која се налази на великој удаљености од акцелератора. Растојање између центра сфере и почетног правца протонског снопа је  $d = \frac{r}{2}$ . Претпостављајући да акцелератор ради довољно дуго наћи коначни потенцијал сфере. Интеракција међу протонима је занемарљива. (20 п.)

Задатке припремио: Бранислав Цветковић  
Рецензент: Душко Латас  
Председник комисије: др Мићо Митровић

**РЕПУБЛИКА СРБИЈА**  
**ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ**  
**ИНСТИТУТ ЗА ФИЗИКУ И**  
**ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ**  
**Окружно такмичење ученика средњих школа**  
**школске 2003/2004. године**  
**IV разред**

- Посматрајмо кретање комете током кратког временског интервала  $\Delta t$  од тачке К до К' (слика 1). Тада важи:  $\vec{r}_{KK'} = \vec{r}_K - \vec{r}_{K'} = \vec{v}\Delta t$ . Компонента брзине комете нормална на правац комета-посматрач је:  $v_{\perp} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ , тј.  $v_{\perp} = v \sin \phi$  [3 п]. Угаона брзина комете у односу на астронома је:  $\omega = \frac{v_{\perp}}{R} = \frac{v \sin \phi}{R}$  [4 п]. Нека је  $\Delta t'$  разлика између тренутака времена у којима стижу светлосни сигнали из тачака К и К'. Тада је:  $\Delta t' = \Delta t + \frac{(r_{K'} - r_K)}{c}$  [7 п]. На основу косинусне теореме је:  $r_{K'}^2 = r_K^2 + v^2 \Delta t^2 - 2r_K v \Delta t$ . Како је  $\Delta t$  кратак временски интервал, а  $R$  велико растојање, то је:  $v \Delta t \ll r_K$ , па је  $r_{K'} - r_K \approx -v \Delta t \cos \phi$  [4 п]. Дакле,  $\Delta t' \approx \Delta t (1 - \frac{v}{c} \cos \phi)$  [2 п]. „Привидна” брзина комете нормална на правац комета-астроном је:  $v'_{\perp} = \frac{\Delta x}{\Delta t'}$  тј.  $v'_{\perp} = \frac{\Delta x}{\Delta t (1 - \frac{v}{c} \cos \phi)} = \frac{v \sin \phi}{1 - \frac{v}{c} \cos \phi}$  [3 п]. Угаона брзина комете коју види посматрач је:  $\omega' = \frac{v'_{\perp}}{R}$ , тј.  $\omega' = \frac{v \sin \phi}{R (1 - \frac{v}{c} \cos \phi)}$  [2 п].
- Из закона одржања импулса следи:  $p_1 \sin \frac{\theta}{2} = p_2 \sin \frac{\theta}{2}$  и  $p = p_1 \cos \frac{\theta}{2} + p_2 \cos \frac{\theta}{2}$  [2 п], одакле је  $p_1 = p_2 = p'$  и  $p' = \frac{p}{2 \cos \frac{\theta}{2}}$  [2 п]. Закон одржања енергије гласи:  $T = T_1 + T_2 = 2T'$ , тј.  $T' = \frac{T}{2}$  [3 п]. Ако се искористи релација  $p^2 c^2 = T(T + 2mc^2)$  [2 п], добија се:  $\frac{p'^2}{p^2} = \frac{T(T + 2mc^2)}{T'(T' + 2mc^2)} = 4 \frac{(T + 2mc^2)}{(T + 4mc^2)}$  [3 п]. Дакле угао под којим су се разлетели протони после судара је:  $\cos \theta = \frac{T}{(T + 4mc^2)}$  [3 п].
- Током кратког временског интервала  $\Delta t$  лопта апсорбује  $n \Delta t$  фотона. Импулс сваког фотона је  $\frac{h}{\lambda}$ . Импулс лопте се за време  $\Delta t$  повећа за:  $\Delta p = \frac{h}{\lambda} n \Delta t$  [3 п]. Убрзање центра масе лопте је:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{n h}{m \lambda}$  [2 п]. Како је момент импулса сваког фотона  $\hbar$  за време  $\Delta t$  момент импулса лопте се повећа за:  $\Delta L = n \hbar \Delta t$  [3 п]. Угаоно убрзање лопте је:  $\alpha = \frac{\Delta L}{I} = \frac{n \hbar}{I}$  [3 п]. Како је интензитет снопа константан,  $a$  и  $\alpha$  су константни, па је:  $l = \frac{a t^2}{2}$  [2 п] и  $\phi = \frac{\alpha t^2}{2}$  [2 п], одакле се добија:  $l = \frac{4 \pi r^2}{5 \lambda} \phi$  [4 п]. Док се лопта обрне око своје осе, тј. за  $\Delta \phi = 2\pi$  [1 п], центар масе лопте пређе пут:  $\Delta l = \frac{8 \pi^2 r^2}{5 \lambda}$  [3 п]. Заменом бројних вредности се добија:  $\Delta l = 1,6 \text{ mm}$  [2 п].
- Гранични услови које мора да задовољава таласна функција  $\psi(x)$  су  $\psi(0) = 0$  и  $\psi(l) = 0$  [2 п]. Одавде се добија  $C_2 = 0$  и  $\sin kl = 0$  [2 п]. Дозвољене вредности  $k$  су  $k_n = \frac{n\pi}{l}$  [2 п], па су таласне функције које описују стационарна стања:  $\psi_n(x) = A_n \sin \frac{n\pi x}{l}$  [2 п]. Из Шредингерове једначине:  $\psi''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi(x) = 0$ , или везе енергије и импулса  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  [2 п] следи да су енергије стационарних стања:  $E_n = n^2 \frac{\hbar^2}{8ml^2}$  [5 п].
- Протони који се сударају са металном сфером предају своје наелектрисање сфери, тј. сфера постаје позитивно наелектрисана. Интеракција између протонског снопа и наелектрисане сфере модификује трајекторију снопа, тако да у једном тренутку протони престају да се сударају са сфером. Они пролазе у непосредној близини сфере. Протони су нерелативистички па из закона одржања енергије следи:  $E = e\varphi + \frac{1}{2}mv^2$  [5 п], где је  $m$  маса,  $e$  наелектрисање, а  $v$  брзина протона. Закон одржања момента импулса гласи:  $mv_0 d = mvr$  [5 п], где је  $v_0$  почетна брзина протона. Даље је:  $\frac{1}{2}mv^2 = \left(\frac{d}{r}\right)^2 E$  [4 п]. Дакле коначни потенцијал сфере је:  $\varphi = \left(1 - \frac{d^2}{r^2}\right) \frac{E}{e}$  [4 п]. Заменом бројних вредности добија се  $\varphi = 1500 \text{ V}$  [2 п].



Слика 1