РЕПУБЛИКА СРБИЈА
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Републичко такмичење из физике ученика
средњих школа школске 2001/2002. године

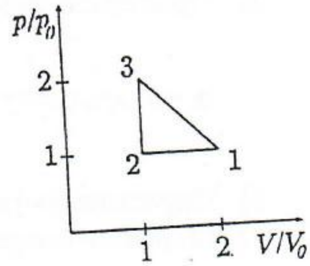
Аранђеловац, 11. мај 2002.

IV разред

Теоријски задаци

1. Идеалан једноатомски гас је подвргнут термодинамичком циклусу, приказаном на слици 1: гас се најпре изобарно сажима са запремине $2V_0$ на запремину V_0, потом му се изохорно промени притисак са p_0 на $2p_0$ и на крају гас пролази кроз скуп стања, која се могу описати једначином

$$\frac{p}{p_0} = 3 - \frac{V}{V_0}.$$



Слика 1.

Одредите коефицијент корисног дејства овог циклуса. (20б)

2. Потрошачи $R_1 = 2r$, $R_2 = r/3$ и трећи потрошач непознате отпорности R вежу се на извор електромоторне силе ε и унутрашње отпорности r. Нађите минималну и максималну вредност отпора R, при којима извор предаје колу максималну снагу. (15б)

3. Систем S' се у односу на S креће брзином v у правцу x-осе. Честица се креће у односу на систем S' константном брзином u' у $x'y'$-равни, тако да њена трајекторија заклапа угао θ' са x'-осом:
$$x' = u't'\cos\theta', \quad y' = u't'\sin\theta', \quad z' = 0$$
Напишите једначине кретања честице у S-систему. Нађите интензитет и правац брзине ове честице у систему S. (20б)

4. Морска вода садржи $0,55\,\mathrm{g}$ калијума по литру. У природном калијуму има $0,012\%$ $^{40}\mathrm{K}$, који је радиоактиван са периодом полураспада $T_{1/2} = 1,2\cdot 10^9$ година. Израчунајте колика је активност јединице масе морске воде (специфична активност). Ако је апсолутна грешка одброја r једнака $\sqrt{r}$, а ефикасност (однос регистрованих догађаја у односу на све оне који су се десили) бројачког уређаја износи 5% одредите колико дуго треба вршити мерење на једном литру морске воде да би се добио резултат са релативном грешком 1%. (15б)

Задатке припремио: Душко Латас
Рецензент: др Воја Радовановић
Председник комисије: др Мићо Митровић

5. Зависност интензитета светлости од положаја на екрану иза дифракционе решетке приказана је на приложеној слици (дифрактограм). Светлост пада на решетку под правим углом. Параметар решетке (d) је четири пута већи од величине за светлост непропусног дела решетке (b). Екран је од решетке удаљен $L = 0.5\,\mathrm{m}$.

Задатак:

1) На дифрактограму јасно означити ред свих главних максимума. (3)
2) Проверити ваљаност једначине (1) цртањем одговарајуће линеарне зависности

$$y = f(x)\text{, где су}\quad y = I_m;\ x = \frac{\sin^2 \frac{m\pi b}{d}}{\frac{m^2\pi^2}{d^2}}. \qquad (5)$$

3) Одредити број зареза у дифракционој решеци (N). (12)
4) Мерењем потребних величина на дифрактограму и цртањем графика линеарне зависности између удаљености m-тог од нултог максимума (x_m), од редног броја максимума (m), одредити таласну дужину светлости. (10)

НАПОМЕНА!!!

- Ученици који не ураде делове задатка 2-3, да би урадили само део 4, могу користити да је $N = 200 \pm 5$.
- НЕКА ОВЕ ВРЕДНОСТИ НЕ СЛУЖЕ ЗА ПРОВЕРУ РЕЗУЛТАТА ВАШИХ МЕРЕЊА КОЈЕ СТЕ ДОБИЛИ У ДЕЛОВИМА ЗАДАТКА 1-3!!!!!

ПОМОЋ:

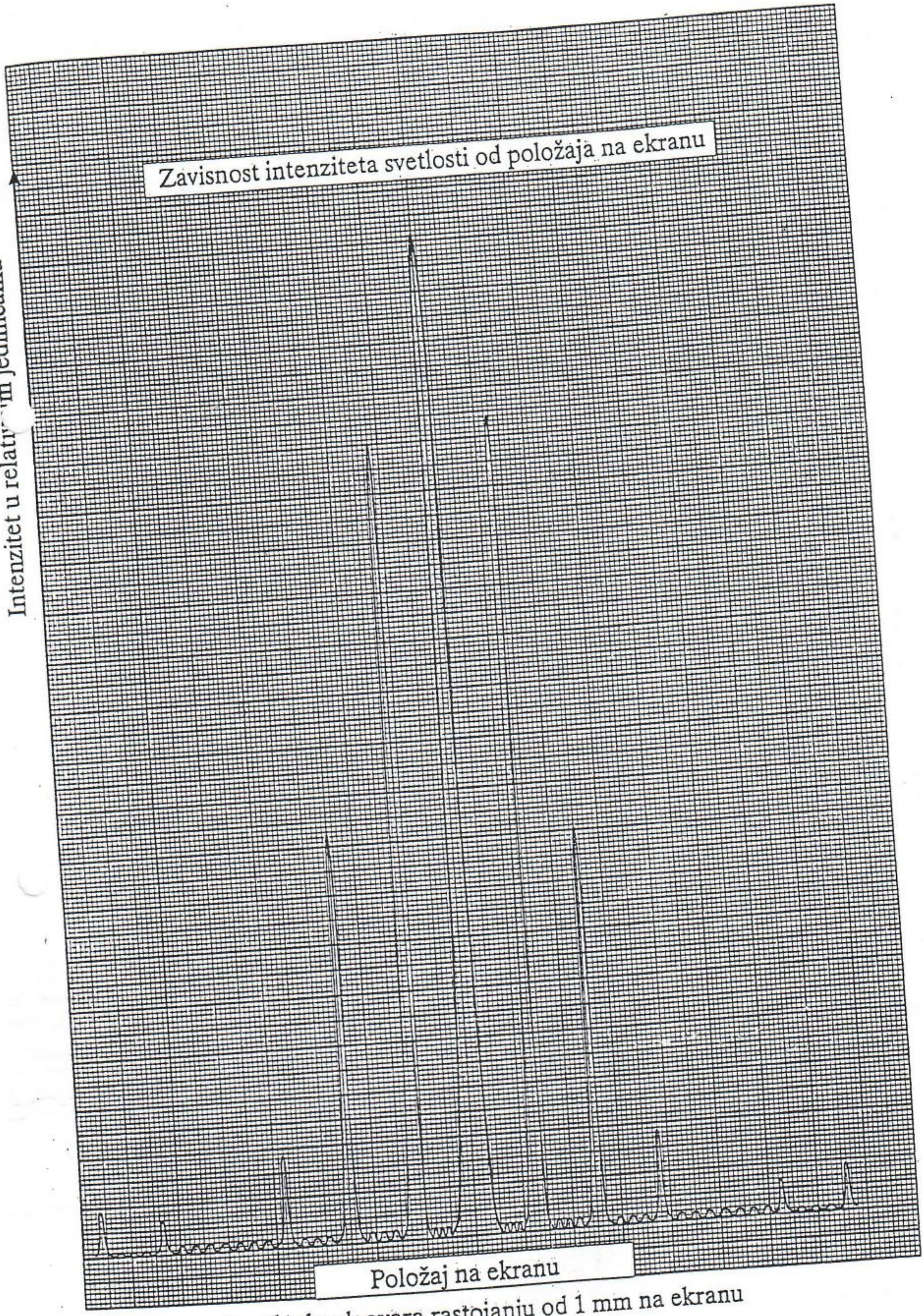
Посматрати само такозване главне максимуме (укупно 11), за које важе релације које познајете. Интензитет m-тог максимума је дат једначином:

$$I_m = CA_0^2 N^2 \frac{\sin^2 \frac{m\pi b}{d}}{\frac{m^2\pi^2}{d^2}}, \qquad (1)$$

где су: CA_0 - константа зависна од услова експеримента. За услове снимања приложеног дифрактограма је:

$CA_0^2 = 5 \cdot 10^{-3}$ релативних јединица.

Задатке припремила: Андријана Жекић
Рецензент: Мићо Митровић
Председник комисије: Мићо Митровић



1 podeok odgovara rastojanju od 1 mm na ekranu

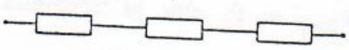
Републичко такмичење из физике
ученика средњих школа
школске 2001/2002. године

IV разред

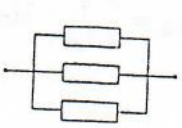
Решења

1. Коефицијент корисног дејства за овај циклус је
$$\eta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1},$$
где је Q_1 количина топлоте доведена у току циклуса, а Q_2 је укупна одведена количина топлоте од радног тела. Једначина стања идеалног гаса је
$$pV = nkT,$$
а унутрашња енергија идеалног једноатомског гаса температуре T је
$$U = \frac{3}{2}nkT = \frac{3}{2}pV,$$
где је n број честица гаса. По првом принципу термодинамике, количина топлоте која се преда систему је
$$\Delta Q = \Delta U - \Delta W.$$
Овде је ΔU промена унутрашње енергије, а ΔW рад који се учини над системом. У току једног читавог циклуса, укупна промена унутрашње енергије је нула $\Delta U = 0$, јер је унутрашња енергија функција стања. Стога је рад гаса у једном циклусу једнак површини обухваћеној на pV-дијаграму:
$$Q_1 - |Q_2| = -\Delta W = \frac{1}{2}p_0V_0.$$
Да бисмо одредили Q_1, размотрићемо сваки део циклуса појединачно. У изобарном циклусу $(1-2)$ рад је
$$\Delta W_{1-2} = -\int_{2V_0}^{V_0} p_0 \mathrm{d}V = p_0V_0.$$
Промена унутрашње енергије је
$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\int_{2V_0}^{V_0} p_0 \mathrm{d}V = -\frac{3}{2}p_0V_0,$$
тако да је укупна промена топлоте
$$\Delta Q_{1-2} = -\frac{5}{2}p_0V_0.$$
Пошто је $\Delta Q_{1-2} < 0$, топлота се у овом циклусу не доводи телу. Током изохорног дела циклуса $(2-3)$, не мења се запремина, па је $\Delta W_{2-3} = 0$, док је промена унутрашње енергије
$$\Delta U_{2-3} = \frac{3}{2}\int_{p_0}^{2p_0} V_0 \mathrm{d}p = \frac{3}{2}p_0V_0,$$
тако да је
$$\Delta Q_{2-3} = \Delta U_{2-3} - \Delta W_{2-3} = \frac{3}{2}p_0V_0 > 0,$$
што значи да се у овом делу циклуса систему предаје топлота. У трећем делу циклуса $(3-1)$ укупна промена унутрашње енергије је нула, али то није изотермски процес. Топлота се на овом делу додаје и одузима од тела. Да бисмо нашли топлоту која се предаје телу, извршићемо параметризацију праве по којој се систем креће $x = [1, 2]$; $p(x) = p_0(3-x)$ и $V(x) = V_0x$, па је $U = \frac{3}{2}p_0V_0(3-x)x$ док је $\mathrm{d}W = -p\mathrm{d}V = -p_0V_0(3-x)\mathrm{d}x$, тако да је
$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U - \mathrm{d}W = \frac{p_0V_0}{2}(15-8x)\mathrm{d}x.$$
Дакле, топлота се предаје гасу за $x \in [1, 15/8]$, и једнака је
$$\Delta Q = \frac{p_0V_0}{2}\int_{x=1}^{x=15/8}(15-8x)\mathrm{d}x = \frac{49}{32}p_0V_0.$$
Укупна количина топлоте која се предала радном телу је
$$Q_1 = \left(\frac{3}{2} + \frac{49}{32}\right)p_0V_0 = \frac{97}{32}p_0V_0,$$
па је коефицијент корисног дејства
$$\eta = \frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{\frac{97}{32}p_0V_0} = \frac{16}{97}.$$

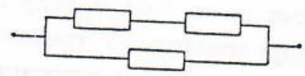
2. Нека је R_e еквивалентан отпор три отпорника. Тада је интензитет струје у колу
$$I = \frac{\varepsilon}{(R_e + r)},$$
а снага која се развије на потрошачима је
$$P = R_eI^2 = \frac{R_e\varepsilon^2}{(R_e + r)^2}.$$
Снага је екстремална када је
$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}R_e} = 0 \Rightarrow R_e = r.$$
Пошто је
$$\frac{\mathrm{d}^2P(r)}{\mathrm{d}R_e^2} = -\frac{\varepsilon^2}{8r^3} < 0,$$
ово решење је максимално. Дакле, да би снага у колу била максимална, потребно је да ефективни отпор буде једнак унутрашњем отпору извора. Три отпорника могу се везати на четири принципијелно различита начина, који су приказани на сликама:



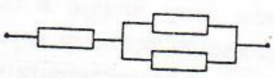
Слика 1



Слика 2



Слика 3



Слика 4

Када вежемо отпорнике редно (слика 1) добија се да је ефективни отпор

$$R_e = R_1 + R_2 + R = \frac{7r}{3} + R,$$

а овај израз не може бити једнак r ни за једно R. Ако отпорнике вежемо паралелно (слика 2) ефективни отпор је

$$R_e = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \left(\frac{7}{2r} + \frac{1}{R}\right)^{-1}.$$

Једначина $R_e = r$ нема позитивно решење, тако да за овакво везивање није могуће добити максимум ослобођене снаге. Уколико отпорнике вежемо као на слици 3, постојаће три различите конфигурације отпорника. У једном случају, једначина $R_e = r$ неће имати позитивно решење за R, а у два случају, та решење ће постојати: $R = 5r/3$ и $R = 7r/4$. Слично, за везивање са слике 4 опет постоје три конфигурације, од којих ~~само једна~~ има позитивно решење $R = r$. Закључујемо да су минимална и максимална вредност непознатог отпора при којима извор предаје максималну снагу

$R = \frac{5}{7}r$

$$R_{\min} = \frac{5r}{7}, \quad R_{\max} = \frac{7r}{4}.$$

3. Лоренцове трансформације за прелазак из система S' у систем S су:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z' = z, \quad t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

па је у нашем конкретном случају

$$x = \frac{u'\cos\theta' + v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}t'$$

$$y = u't'\sin\theta' = u'\sin\theta'\frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Елиминацијом параметра t' добијамо да је

$$x = \frac{u'\cos\theta' + v}{1 + \frac{vu'\cos\theta'}{c^2}}t,$$

$$y = \frac{u't\sin\theta'}{1 + \frac{vu'\cos\theta'}{c^2}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Компоненте брзине у систему S су:

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}, \quad u_{y,z} = \frac{u'_{y,z}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

односно

$$u_x = \frac{u'\cos\theta' + v}{1 + \frac{u'v\cos\theta'}{c^2}},$$

$$u_y = \frac{u'\sin\theta'}{1 + \frac{u'v\cos\theta'}{c^2}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

$$u_z = 0,$$

тако да је интензитет брзине у систему S

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 = \frac{u'^2 + v^2 + 2u'v\cos\theta' - \frac{u'^2v^2}{c^2}\sin^2\theta'}{\left(1 + \frac{u'v\cos\theta'}{c^2}\right)^2}.$$

Правац брзине одређујемо на следећи начин

$$u_x = u\cos\theta, \quad u_y = u\sin\theta,$$

тако да је

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{u_y}{u_x} = \frac{u'\sin\theta'}{u'\cos\theta' + v}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

4. Активност је $A = \lambda N$, па је специфична активност морске воде

$$A_s = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}\frac{mp}{M}N_A = 18,19\frac{\text{rasp.}}{\text{s}\cdot\text{kg}}.$$

Овде је p процентуална заступљеност радиоактивног калијума, а m је маса калијума у литру воде. Релативна грешка мерења одброја $r = \varepsilon A_s t$ (ε – ефикасност) је

$$\delta r = \frac{1}{\sqrt{r}} = 0,01 \Rightarrow r = 10^4,$$

из чега се добија тражено време мерења

$$t = \frac{r}{\varepsilon A_s} = 3,05\,\text{h}.$$