МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ, ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Републичко такмичење из физике за ученике средњих школа, школске 2000/2001. год. II разред

1. Хоризонтално постављен, топлотно изолован суд је фиксираном преградом начињеном од материјала који је добар топлотни изолатор подељен на два једнака дела дужина $h = 1m$ (слика 1). Суд је затворен фиксираним клипом попречног пресека $S = 5dm^2$, који је као и преграда начињен од материјала који је добар топлотни изолатор. У левом делу суда се налази $n_1 = 1$ мол водоника, а у десном $n_2 = 2$ мола истог гаса. Температуре гаса су једнаке у оба дела и износе $t_0 = 0°C$. На прегради се налази вентил који се отвара када се притисци у левом и десном делу суда изједначе. Клип се полако помера ка прегради. Када се притисци изједначе (отвори се вентил) накратко се прекида померање клипа, да би се затим наставило све док клип не дође до преграде. Одредити за колико се променила унутрашња енергија гаса у суду и колики је рад извршен при померању клипа. Водоник сматрати идеалним двоатомским гасом ($C_V = 5/2R$). Атмосферски притисак је $p_a = 101kPa$. (20 п.)

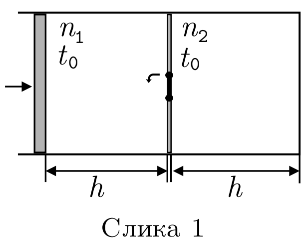
2. Три кондензатора капацитета $C_1 = C_2 = C$ и $C_3 = 2C$ везана су као на слици 2. Напон између тачака A и B је $U = 50V$. Растојање између плоча сваког кондензатора је $d = 100\mu m$. У почетном тренутку обе плоче првог кондензатора почну да се крећу једна ка другој константним брзинама $v_1 = 0.50mm/s$, а обе плоче трећег кондензатора почну да се удаљавају једна од друге брзинама $v_2 = v_1/2$. После времена $t = 50ms$ наелектрисање на другом кондензатору се промени за $\Delta q = -5nC$. Одредити капацитет C, као и наелектрисање на сваком кондензатору и успостављен напон између тачака A и B после времена t. (20 п.)

3. Комад леда масе M и температуре $t_1 = 0°C$ потпуно испуњава топлотно изолован цилиндрични суд занемарљивог топлотног капацитета до неке висине. Преко леда се налије вода масе M и температуре $t_2 = 30°C$ до висине $H = 0.20m$ (у односу на горњу површину леда). Одредити на којој температури се успоставља равнотежа и за колико се спусти ниво воде у суду у односу на почетни. Густине леда и воде су $\rho_1 = 920kg/m^3$ и $\rho_2 = 1000kg/m^3$, специфични топлотни капацитет воде $C_v = 4200J/kgK$ и латентна топлота топљења леда $\lambda = 330kJ/kg$. (15 п.)

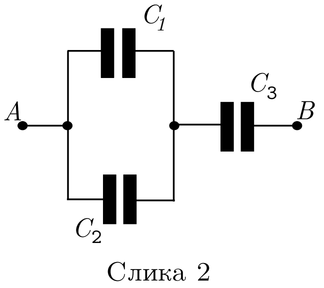
4. У процесу са слике 3 учествује $n = 1$ мол једноатомског идеалног гаса ($C_V = 3/2R$). Приказати овај процес на pV дијаграму и одредити коефицијент корисног дејства. Одредити још и за колико се промени ентропија гаса у делу процеса $2-3-4$. Познато је да је однос максималне и минималне запремине у процесу $a = 3$ и да тачке 2 и 4 леже на изотерми. (Рад који гас изврши при изотермној промени зпремине од V_1 на V_2 је $A = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$.) (20 п.)

$R = 8.314J/Kmol$, $g = 9.81m/s^2$, $0°C = 273.15K$, $\rho_{H_2O} = 1000kg/m^3$, $p_a = 101kPa$, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}C^2/Nm^2$

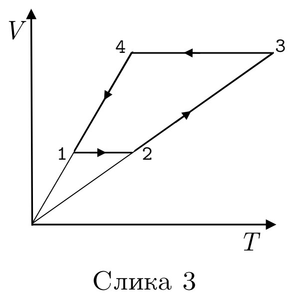
Напомена: Грешке величина чије су вредности дате као цели бројеви су занемариве.



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Задатке припремила: Марија Димитријевић
Рецензент: др Воја Радовановић
Председник комисије: др Мићо Митровић

Републичко такмичење из физике за ученике средњих школа,
школске 2000/2001. год.
2 разред

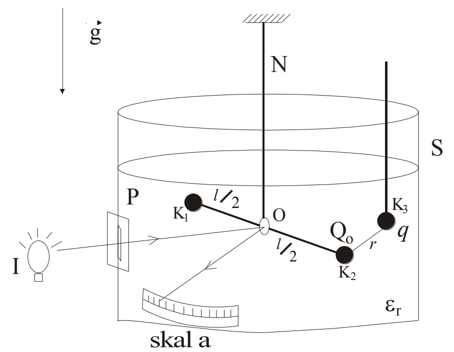
5. Када се куглици K_2 наелектрисања $Q_0 = -5\,\mathrm{nC}$ са једног краја торзионе ваге (слика 4) принесе куглица наелектрисања q, нит N торзионе ваге се уврне за угао φ. Овај угао се са грешком од 0.2°, мери по скретању светлосног зрака који се рефлектује од огледала O причвршћеног за торзиону вагу. Мерења угла φ су вршена за исто растојање $r = (10.0 \pm 0.1)\,\mathrm{cm}$ између наелектрисаних куглица и различите вредности принетог наелектрисања q (и то по три пута за сваку вредност q) а добијени подаци су дати у приложеној табели.

q [nC]	1	2	3	4	5	6
φ [°]	0.8	1.8	2.8	4.2	4.6	5.8
	1.2	2.0	2.8	4.0	5.0	5.8
	1.0	2.0	3.4	3.6	5.0	6.0

a) Наћи теоријску зависност угла увртања φ од наелектрисања q.

b) Нацртати график измерене зависности φ од наелектрисања q, и његовим коришћењем одредити релативну диелектричну пропустљивост ε_r средине у којој се налазе куглице.

Грешке наелектрисања су занемарљиве.



Слика 4

Торзиона вага се састоји од нити N чији је горњи крај причвршћен, док је о доњи крај окачена хомогена шипка дужине $l = (20.0 \pm 0.1)\,\mathrm{cm}$. На крајевима шипке се налазе две једнаке куглице (K_1 и K_2) малих полупречника. Када се нит уврне за угао φ, на њеним крајевима делује момент силе $M = -C\varphi$ који тежи да врати нит у равнотежно стање $\varphi = 0$. Константа пропорционалности C је одрађена мерењем торзионих осцилација нити, и износи $C = (2.25 \pm 0.02) \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Nm/°}$. У експерименту из задатка, стаклени суд С је испуњен испитиваним диелектриком и куглица K_1 је ненаелектрисана. Куглици K_2 је (споља унета) наелектрисана куглица K_3 принета тако да је, при фиксираном растојању p између K_2 и K_3, момент Кулонове силе на торзиону вагу максималан.

Огледало O се осветљава извором I (сијалица) кроз пукотину P.

(25 поена)

Задатак припремила: мр Андријана Жекић
Рецензент: мр Ђорђе Спасојевић
Председник комисије: др Мићо Митровић

Решење 5. задатка за други разред средње школе:

Како су полупречници свих куглица мали, куглице представљају тачкаста наелектрисања која интерагују Кулоновим силама $F=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\dfrac{q_1q_2}{r^2}$. Момент М Кулонове силе $F_{23}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\dfrac{Q_o\,q}{r^2}$ (којом К$_3$ делује на К$_2$) је максималан када све три куглице леже у хоризонталној равни и то тако да је правац између К$_2$ и К$_3$ нормалан на шипку торзионе ваге. У том случају л/2 је крак силе F_{23} па је $M=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\dfrac{Q_o\,q}{r^2}\dfrac{l}{2}$. Торзиона вага је у равнотежи када овај момент уравнотежава торзиони момент $-C\varphi$. На основу тога је $\varphi=\left(\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\dfrac{Q_o\,l}{2\,C\,r^2}\right)q$, одакле се види да је зависност φ од ль линеарна, тј. $\varphi=a\,q_2$. Коефицијент правца је $a=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\dfrac{Q_o\,l}{2\,C\,r^2}$, одакле је $\varepsilon_r=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_o\,l}{2\,C\,r^2}\dfrac{1}{a}$. При датој вредности *q*, апсолутну грешку $\Delta\varphi$ за φ (ль) добијамо заокруживањем (на више) на једну цифру разичиту од нуле величине махш$\tau_\varphi,\delta\varphi$ћ где је $\tau_\varphi=0.2\,^{\mathrm{o}}$ тачност мерења *φ*, а $\delta\varphi$ максимална апсолутна девијација серије мерења ш$\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3$ћ угла φ при датом *q* од средње вредности $\varphi_S=\dfrac{\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3}{3}$ те серије ($\delta\varphi=\max\{\delta\varphi_1,\delta\varphi_2,\delta\varphi_3\},\delta\varphi_i=|\varphi_i-\varphi_S|$). Вредност φ добијамо заокруживањем φ_S на основу тако одређеног $\Delta\varphi$. Одговарајући подаци су дати у табели .

ль ШнЦЋ	1	2	3	4	5	6
	0.8	1.8	2.8	4.2	4.6	5.8
$\varphi[^{\mathrm{o}}]$	1.2	2.0	2.8	4.0	5.0	5.8
	1.0	2.0	3.4	3.6	5.0	6.0
$\varphi_S[^{\mathrm{o}}]$	1.0	1.93	3.0	3.93	4.87	5.87
$\Delta\varphi[^{\mathrm{o}}]$	0.2	0.2	0.4	0.4	0.3	0.2
$\varphi[^{\mathrm{o}}]$	1.0	1.9	3.0	3.9	4.9	5.9

Са најбоље праве (одређене графичким путем) одређује се коефицијент правца избором две неексперименталне тачке, *A* - између прве и друге и *B* - између последње и претпоследње експерименталне тачке, на пример $A(1.5\,\mathrm{nC},1.475\,^{\mathrm{o}})$ и $B(5.5\,\mathrm{nC},5.4\,^{\mathrm{o}})$. Коефицијент правца се одређује из израза $a=\dfrac{\varphi_B-\varphi_A}{q_B-q_A}=0.98^{\mathrm{o}}/\mathrm{nC}$, а његова релативна грешка као $\dfrac{\Delta a}{a}=\left(\dfrac{\Delta\varphi_B+\Delta\varphi_A}{\varphi_B-\varphi_A}+\dfrac{\Delta q_B+\Delta\varphi_A}{q_B-q_A}\right)=\left(\dfrac{0.3+0.2}{5.4-1.475}+\dfrac{0.05+0.05}{5.5-1.5}\right)=0.152=15.2\%$,где је за грешку Δq узета вредност најмањег подеока са графика по апсциси (грешка очитавања). $\Rightarrow\Delta a=0.15\,^{\mathrm{o}}/\mathrm{nC}\approx0.2\,^{\mathrm{o}}/\mathrm{nC}\ \Rightarrow\ a=(1.0\pm0.2)\,^{\mathrm{o}}/\mathrm{nC}$

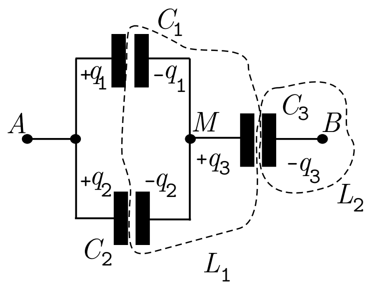
Одавде се добија тражена рел. диел. пропустљивост као $\varepsilon_r=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q_O\,l}{2\,C\,r^2}\dfrac{1}{a}=2.04$, а релативна грешка као $\dfrac{\Delta\varepsilon_r}{\varepsilon_r}=\left(\dfrac{\Delta l}{l}+\dfrac{\Delta C}{C}+2\dfrac{\Delta r}{r}+\dfrac{\Delta a}{a}\right)=0.186=18.6\%$, те је коначно $\varepsilon_r=(2.0\pm0.4)$.

При израчунавањима треба користити незаокружене бројне вредности.

Решења задатака за републичко такмичење из физике ученика средњих школа, школске 2000/2001. год.
II разред

1. Промена унутрашње енергије гаса је $\Delta U = (n_1+n_2)C_V(T-T_0)$, где су T_0 и T температуре гаса на почетку и на крају процеса, респективно. Да би одредили T температуру можемо цео процес да поделимо на три дела. У првом делу процеса се гас у левом делу суда сабија адијабатски све док његов притисак не постане једнак притиску гаса у десном делу суда. Знајући да су притисци на почетку процеса били $p_1 = \frac{n_1RT_0}{Sh}$ и $p_2 = \frac{n_2RT_0}{Sh}$, добија се за температуру гаса у левом делу суда, на крају овог дела процеса $T_1 = T_0(p_1/p_2)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0(n_1/n_2)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 1.219T_0$. У другом делу процеса клип мирује, а вентил је отворен, па долази до мешања гаса из левог и десног дела суда. При том је промена унутрашње енергије једнака нули (нема споља доведене топлоте и систем као целина не врши рад). Користећи ово налази се равнотежна температура која се успостави у оба дела суда по отварању вентила: $\Delta U_1 + \Delta U_2 = n_1C_V(T_2-T_1) + n_2C_V(T_2-T_0) = 0$, па је $T_2 = \frac{n_1T_1+n_2T_0}{n_1+n_2} = 1.073T_0$. У трећем делу процеса, гас у левом и десном делу суда се сабија адијабатски све док клип не дође до преграде. Крајња температура је $T = T_2(V_2/V)^{\gamma-1} = T_2(1+\Delta h/h)^{\gamma-1}$, где је Δh растојање између клипа и преграде у тренутку отварања вентила и износи $\Delta h = h(n_1/n_2)^{\frac{1}{\gamma}}$, па је $T = T_2\left(1+h(n_1/n_2)^{\frac{1}{\gamma}}\right)^{\gamma-1} = 1.298T_0$. Промена унутрашње енергије у целом процесу је $\Delta U = (n_1+n_2)C_V(T-T_0) = 5.076kJ$. Како се у процесу гасу не доводи топлота, то је рад који гас изврши $A = -\Delta U$, па је рад који се изврши при померању клипа $A' = -A - p_aSh = 4.571kJ$.

2. У почетном тренутку еквивалентни капацитет између тачака A и M, као и између M и B је $2C$, па је $U_{AM} = U_{MB} = U/2$. Примењујући закон одржања наелектрисања на област ограничену са L_1, добија се $q_1 + q_2 = q_3 = q$, па из $q_1 = U_{AM}C = q_2$ закључујемо да је $q_1 = q_2 = q/2$. По истеку времена t наелектрисања на плочама кондензатора су $q_i' = q_i + \Delta q_i$, $i = 1,2,3$. Примењујући поново закон одржања наелектрисања на област ограничену са L_1 добија се $\Delta q_1 + \Delta q_2 = \Delta q_3$. Са друге стране, закон одржања наелектрисања се може применити и на област ограничену са L_2, одакле се добија $-q_3 - \Delta q_3 = -q_3$, тј. $\Delta q_3 = 0$, па је $\Delta q_2 = -\Delta q_1 = \Delta q$.



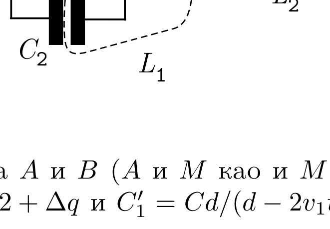
Услед кретања плоча кондензатора променио се и напон између тачака A и B (A и M као и M и B), па је сада $U'_{AM} = q_1'/C_1' = q_2'/C$. Знајући да је $q_1' = q/2 - \Delta q$, $q_2' = q/2 + \Delta q$ и $C_1' = Cd/(d-2v_1t)$, добија се $q = 2\Delta q(1 - d/v_1t) = 30nC$. Тражена наелектрисања на кондензаторима по истеку времена t су $q_1' = q/2 - \Delta q = 20nC$, $q_2' = q/2 + \Delta q = 10nC$ и $q_3' = q_3 = 30nC$.

Капацитет C је $C = q/U = 0.60nF$. Напон између тачака A и B по истеку времена t је $U' = U'_{AM} + U'_{MB} = q_2'/C_2 + q_3'/C_3'$, где је $C_3' = 2C\frac{d}{d+v_1t}$, па је $U' = U\frac{2d^2-2dv_1t-v_1^2t^2}{2d(d-v_1t)} = 47.92V$.

3. Маса отопљеног леда ΔM се налази из једначине топлотне равнотеже $\Delta M\lambda = MC_v\Delta t$, па је $\Delta M = \frac{C_v\Delta t}{\lambda}M = 0.382M$.Одавде се види да топлота ослобођена хлађењем воде од $t_2 = 30°C$ до $t_1 = 0°C$ није довољна да отопи сав лед, па ће равнотежна температура бити $t = 0°C$.

   Отопљеној маси леда ΔM одговара маса воде ΔM, али се њихове запремине разликују, па висини h_l отопљеног слоја леда одговара висина $h_v = \frac{\rho_1}{\rho_2}h_l$ добијеног слоја воде. Висина за коју се спусти ниво воде је $\Delta H = h_l - h_v = h_l(1-\frac{\rho_1}{\rho_2}) = H\frac{C_v\Delta t}{\lambda}\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}-1\right) = 0.66cm$.

4. Делови циклуса 1−2 и 3−4 су изохорско загревање (хлађење) гаса, док деловима $2-3$ и $4-1$ одговара изобарско ширење (сабијање) гаса, па циклус на pV дијаграму изгледа као на слици. Коефициијент корисног дејства је $\eta = A/Q$, где је A рад који гас изврши у току једног циклуса, а Q количина топлоте коју гас прими у току једног циклуса. Извршени рад је $A = (V_2-V_1)(p_2-p_1) = p_1V_1(a-1)^2$, јер је $p_2 = p_1(V_2/V_1) = ap_1$. Гас прима топлоту у $1-2$ и $2-3$ деловима циклуса $Q_{12} = \Delta U_{12} = nC_V(T_2-T_1) = 3/2p_1V_1(a-1)$ и $Q_{23} = nC_p(T_3-T_2) = 5/2p_1V_1a(a-1)$, па је $Q = Q_{12} + Q_{23}$. Замењујући ово добија се за коефицијент корисног дејства $\eta = \frac{2(a-1)}{3+5a} = \frac{2}{9} = 0.222$.



   Промена ентропије у делу циклуса $2-3-4$ једнака је промени ентропије система када би се кретали по изотерми $2-4$, јер је ентропија, као и унутрашња енергија, функција стања (не зависи од пута којим се дође у дато стање). Користећи ово добија се $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T} = nR\ln\frac{V_2}{V_1} = nR\ln a = 9.134J/K$.