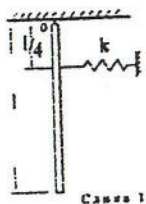


38. РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА

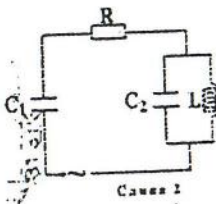
МИНИСТАРСТВО ЗА ОСНОВНО И СРЕДЊЕ ОБРАЗОВАЊЕ РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ УНИВЕРЗИТЕТА У
БЕОГРАДУ

Републичко такмичење из физике за ученике средњих школа школске 1999/2000.
Трећи разред

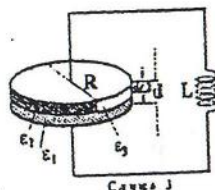
1. Хомогени штап дужине l и масе m може да осцилује око хоризонталне осе која је нормална на штап и пролази кроз његов крај O (сл.1). На растојању $l/4$ од осе, за штап је причвршћена опруга коефицијента еластичности k , чији је други крај учвршћен за зид. Опруга је недеформисана кад је штап у вертикалном положају. Наћи период T малих осцилација штапа. (15 п.)
2. Извор емитује звучне таласе фреквенције $\nu = 9900\text{Hz}$ удаљавајући се брзином u од непокретног резонатора који је у облику цеви, дужине $l = 8,5\text{m}$, затворене на једном крају. При том се побуђује резонантно осциловање ваздушног стуба. Кад се извор приближава резонатору брзином истог интензитета, када се такође побуђује осциловање ваздуха у цеви. Ако се зна да се побуђени хармоници разликују за један ред, наћи којом се брзином креће извор? Колика су фреквенције побуђених осцилација? За брзину звука узети 340m/s . (Напомена: хармоници се разликују за један ред ако се одговарајуће фреквенције разликују за двоструку вредност основне фреквенције.) (20 п.)
3. На извор наизменичног напона фреквенције $f = 10^3/2\pi\text{Hz}$ прикључено је коло приказано на слици 2. Капацитети кондензатора су $C_1 = 500\mu\text{F}$ и $C_2 = 300\mu\text{F}$, а отпор отпорника је $R = 1,00\Omega$. а) Коликко треба да буде индуктивитет L завојнице да би кроз изразгранати део кола протекла максимална струја? б) Ако се за ову вредност индуктивитета капацитети повећају два пута, у односу на првобитне вредности, колика ће да буде фаза разлика између струје и напона? Термогични отпори завојнице и кондензатора су занемарљиви. (20 п.)
4. LC -осцилаторно коло се састоји од завојнице индуктивитета $L = 5,5\text{mH}$ и плочастог кондензатора обрваног од кружних плоча полупречника $R = 12,0\text{cm}$. Растојање између њих је $d = 4,0\text{mm}$. Простор између облога је попуњен диелектрицима релативних диелектричних пропусности $\epsilon_1 = 3,0$, $\epsilon_2 = 2,0$ и $\epsilon_3 = 15,0$ на начин приказан на слици 3. Диелектрик пропусности ϵ_1 је кружна плоча која налаже на једну облогу и има дебелину $d/2$. Диелектрици пропусности ϵ_2 и ϵ_3 су цилиндричне плоче исте дебелине. Наћи кружну фреквенцију ν овог осцилаторног кола. Колика би била кружна фреквенција кад би између диелектрика ϵ_1 са једне стране и диелектрика ϵ_2 и ϵ_3 са друге стране ставили тазку кружну металну плочу? ($\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}\text{C}^2/\text{Nm}^2$) (20 п.)



Слика 1



Слика 2



Слика 3

Задатке саставила: Славица Спасовић
Рецензент: Ђорђе Спасојевић
Председник комисије: др Мило Митровић

1. Кад се штап изведе из равнотежног положаја за мали угао θ , на њега делује момент еластичне силе опруге M_1 и момент силе теж M_2 . $M_1 = \left(\frac{l}{4}\right) F_e \cos(\theta + \theta')$, где је F_e еластична сила опруге, $l/4$ њен крак, а θ' угао који прави опруга гради са хоризонталом. Када је θ мали угао, тада је и θ' мали угао, па је $\cos(\theta + \theta') \approx 1$. Како је $F_e \approx -kl\theta/4$, то је $M_1 \approx -kl^2\theta/16$. На сличак начин је $M_2 = -mgl\theta/2$, те је резултујући момент $M \approx -(kl^2/16 + mgl/2)\theta$. Како је момент инерције штапа у односу на хоризонталну осу која пролази кроз његов крај $I = ml^2/3$ онда је

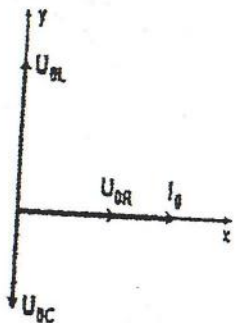
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{ml^2/3}{kl^2/16 + mgl/2}} \quad \text{односно} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{3k/16m + 3g/2l}}$$

2. Резонантно осциловање гасног стуба у цеви дужине l , која је са једне стране затворена, настаје кад је испуњен услов $l = (2n + 1)\lambda_n/4$, односно $\nu_n = (2n + 1)c/4l$, где је $n = 0, 1, 2, \dots$. Услед удаљавања и приближавања звучног извора, до резонатора стичу звучни таласи комерних фреквенција (Доплеров ефекат).

При удаљавању извора, до резонатора стиче звучни талас фреквенције $\nu_n = \nu c/(c + u)$ и при том је $\nu_n = (2n + 1)c/4l$. При приближавању извора, до резонатора стиче звучни талас фреквенције $\nu_{n+1} = \nu c/(c - u)$ и при том је $\nu_{n+1} = (2n + 3)c/4l$.

Ако брзину извора изразимо преко фреквенција побуђених хармоника, а ове преко дужине цеви, добије се квадратна једначина по u : $(\nu\lambda/c)(4n + 4)/(4n^2 + 8n + 3) = 2$. Замењујући ν , l и c са одговарајућим вредностима, добија се $n = 4$. То значи да се побуђују четврти и шести хармоник, чије су фреквенције $\nu_4 = 9000 \text{ Hz}$ и $\nu_6 = 11000 \text{ Hz}$. За брзину извора се налази $u = \nu\lambda/(2n + 1) - c/(2n + 2)$, односно $u = 34.0 \text{ m/s}$.

3. Дато коло представља редну везу отпора R и реактивних отпора кондензатора X_{C1} и еквивалентног отпора X_e паралелне везе завојнице индуктивности L и кондензатора капацитета C_2 . Имајући у виду фазне разлике између напона и струје на термистичном, капацитивном и индуктивном отпору, приказале на фазном дијаграму,



за импедансу кола налазимо: $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, где је $X = X_e - X_{C1}$. С обзиром да је напон на завојници L и кондензатору C_2 исти, а да се струје сабирају (при чему струја на завојници касни за $\pi/2$, а струја на кондензатору предлачи за $\pi/2$ у односу на напон), за еквивалентни отпор X_e се налази: $X_e = \omega L / (1 - \omega^2 LC_2)$, те је

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC_2} - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2}$$

а) Струја кроз неразгранати део кола $I = U/Z$, где је U напон извора, је максимална када је Z минимално. То је испуњено за $\omega L / (1 - \omega^2 LC_2) = 1/\omega C_1$, а одатле следи да је $L = 1/\omega^2(C_1 + C_2) = 1.25 \text{ mH}$.

б) $\tan \varphi = X/R = (C_1 + C_2)/2R\omega C_1(C_1 - C_2) = 4.00$, односно $\varphi = 76.0^\circ$.

4. Укупни кондензатор се може представити као на слици 1. Капацитет овакве везе је

$$C_e = \frac{C_2 C_1}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_1}{C_1 + C_3}$$

где су $C_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} R^2 \pi / d$, $C_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} R^2 \pi / d$, $C_3 = \epsilon_0 \epsilon_{r3} R^2 \pi / d$. После замене се добија

$$C_e = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \left[\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} + \frac{\epsilon_{r3}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r3}} \right] R^2 \pi / d$$

За кружну фреквенцију се добија $\omega = 1/\sqrt{LC_e} = 2.2 \times 10^6 \text{ rad/s}$.

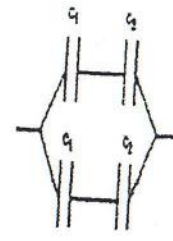
Кад се постави талка метална плоча, укупни кондензатор се може представити као на слици 2. Капацитет овакве везе је

$$C_e = \frac{2C_1(C_2 + C_3)}{3C_1 + C_2 + C_3}$$

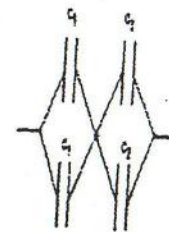
После замене се добија

$$C_e = 2\epsilon_0 \epsilon_{r1} \left[\frac{\epsilon_{r2} + \epsilon_{r3}}{2\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2} + \epsilon_{r3}} \right] R^2 \pi / d$$

Одатле $\omega = 1/\sqrt{LC_e} = 2.0 \times 10^6 \text{ rad/s}$.



Слика 1



Слика 2

5. задатак за III и IV разред

Сила монохроматске светлости таласне дужине λ пада нормално на дифракциону решетку. Мерења је удаљеност између два максимума првог реда x , за неколико различитих дифракционих решетки, различитих константи d , чија је грешка мерења занемарљива. На таквом лежиру, нормално постављеном у односу на упадну светлост, на удаљености $L = 100$ cm од решетки, посматрана је интерференциона слика. Резултати мерења приказани су у табели. Вредност најмањег подеока на лежиру и метарској траци којом је мерено растојање L , износи 1 mm.

| | | | | | |
|-----------------------|------|------|------|------|------|
| d [μm] | 50.0 | 25.0 | 16.7 | 12.5 | 10.0 |
| x [mm] | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |

- а) Одредити таласну дужину коришћене монохроматске светлости
 б) Колика треба да је ширина једног отвора на дифракционој решетки да би растојање између максимума првог реда било 50 mm? Ширина најмањег непродуског дела решетки износи $a = (4.0 \pm 0.2)$ μm .

Тражене физичке величине изразити са грешком мерења. (25п.)

Задатак саставила: Андријана Жељеш
 Рецензент: Мићо Митровић
 Председник Комисије: Мићо Митровић

Решење 5. задатка за трећи и четврти разред

- а) Растојање између нултог и првог максимума износи $x = \frac{\lambda L}{d}$, па је растојање између два максимума првог реда $x = \frac{2\lambda L}{d}$. Одатко се добија да је $x = 2\lambda L \cdot \frac{1}{d}$.

| | | | | | |
|--------------------------------|----|----|----|----|-----|
| $1/d$ [10^4m^{-1}] | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| x [mm] | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |

Тражена таласна дужина се може одредити са линеарног графика $x = f(1/d)$. Његов коефицијент правца је одређен из тачака А ($3 \cdot 10^4 \text{m}^{-1}$, 30 mm) и В ($9 \cdot 10^4 \text{m}^{-1}$, 90 mm). Грешке очитавања растојања максимума могу се, због њихове ширине, проценити на $\Delta x_A = \Delta x_B = 2$ mm (признати и процену од 1 mm).

За разлику као на приложеном графику је $\Delta\left(\frac{1}{d}\right)_A = \Delta\left(\frac{1}{d}\right)_B = 0.1 \cdot 10^4 \text{m}^{-1}$, па је

$$k = \frac{x_B - x_A}{\left(\frac{1}{d}\right)_B - \left(\frac{1}{d}\right)_A} = \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{\left(\frac{1}{d}\right)_B - \left(\frac{1}{d}\right)_A} = \frac{\Delta\left(\frac{1}{d}\right)_B + \Delta\left(\frac{1}{d}\right)_A}{\left(\frac{1}{d}\right)_B - \left(\frac{1}{d}\right)_A} \quad \text{односно:}$$

$$k = (1.0 \pm 0.1) \cdot 10^{-6} \text{m}.$$

$$k = 2\lambda L \Rightarrow \lambda = \frac{k}{2L}, \quad \Delta\lambda = \lambda \cdot \left(\frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta L}{L}\right)$$

Тражена вредност таласне дужине износи

$$\lambda = (5.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-7} \text{m} = (500 \pm 50) \text{nm}.$$

- б) Задатој вредности $x = 50$ mm одговара $(1/d) = 5 \cdot 10^4 \text{m}^{-1} \Rightarrow d = 20 \mu\text{m}$

Процењена грешка величине $1/d$, обзиром на грешке величина x износи

$$\Delta(1/d) = 0.2 \cdot 10^4 \text{m}^{-1}$$

Релативно грешка величина $1/d$ и d су једнаке, па је:

$$\delta = \Delta(1/d) / (1/d) = 0.04 \Rightarrow \delta = \Delta d / d \Rightarrow \Delta d = 0.8 \cdot 10^{-6} \text{m} = 0.8 \mu\text{m}$$

Тражена константа решетки износи

$$d = (20.0 \pm 0.8) \mu\text{m}.$$

Пошто је константа решетки $d = b + a$, задатој ширини непродуског дела решетки $a = (4.0 \pm 0.2)$ μm одговара величина прореза $b = d - a$.

$$b = 20 \mu\text{m} - 4.0 \mu\text{m} = 16 \mu\text{m}.$$

$$\Delta b = \Delta d + \Delta a = 0.8 \mu\text{m} + 0.2 \mu\text{m} = 1 \mu\text{m}$$

$$b = (16 \pm 1) \mu\text{m}$$

