

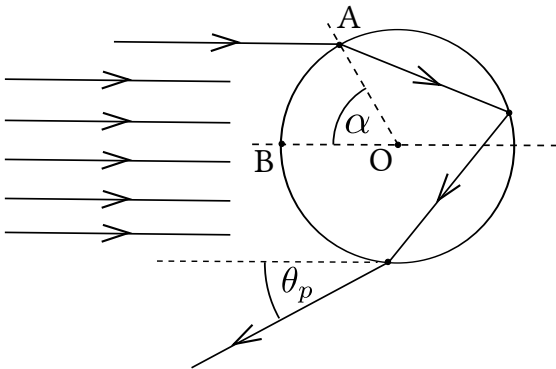
ЗАДАЦИ

Задатак 1: Дуга (33 поена)

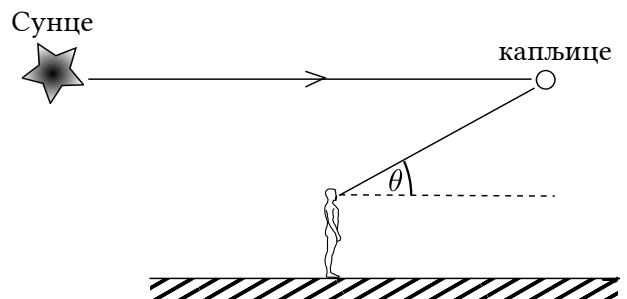
Дуга је природни феномен који настаје услед преламања Сунчевих зрака на капљицама кише и њихове рефлексије унутар капљице кише. Уколико се Сунце налази иза посматрача, посматрач на небу види кружне лукове свих боја видљивог спектра.

У овом задатку детаљно ћемо испитати како долази до појаве дуге. Сматрати да су капљице кише облика лопте чији је полупречник знатно већи од таласне дужине светлости. Индекс преламања воде за светлост чија је таласна дужина у ваздуху $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ (љубичаста светлост), $\lambda_2 = 550 \text{ nm}$ (зелена светлост) и $\lambda_3 = 700 \text{ nm}$ (црвена светлост) је редом $n_1 = 1,339$, $n_2 = 1,333$ и $n_3 = 1,331$.

- (а) (10 поена) Паралелни снап зрака усмерен је на капљицу кише као што је приказано на слици 1. Размотрити зрак који трпи једну унутрашњу рефлексију на површини капљице, а улази у капљицу у тачки А таквој да је $\angle AOB = \alpha$ (слика 1) при чему је правац ОВ паралелан са правцем упадних зрака. Нека је θ_p угао који правац зрака заклапа са хоризонталом кад зрак напушта капљицу. Изразити θ_p у зависности од α и индекса преламања n .

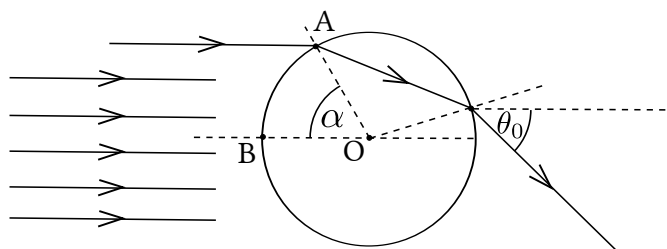


Слика 1: Преламање и унутрашња рефлексија зрака у капљици кише. Тачка О је центар капљице.



Слика 2: Положај Сунца, човека и капљице кише.

- (б) (10 поена) Сунце се налази иза посматрача, као што је приказано на слици 2. Одредити који угао θ са хоризонталом треба да заклапа правац у којем човек гледа да би видео зелени лук дуге која настаје од зрака који су претрпели једну унутрашњу рефлексију у капљици.
- (в) (3 поена) Одредити угаону ширину дуге. Угаона ширина представља ширину опсега углова под којима посматрач из дела (б) види неку од боја из видљивог спектра $\lambda \in (400, 700) \text{ nm}$.
- (г) (10 поена) Размотрити зрак који се двапут прелама на површини капљице и напушта капљицу, као што је приказано на слици 3. Нека је θ_0 угао који заклапа са хоризонталом зрак који је напустио капљицу. Изразити θ_0 у зависности од α и n . Могу ли зраци који се двапут преламају на површини капљице и напуштају је формирати дугу за неки погодан међусобни положај посматрача и Сунца? Уколико је одговор потврдан одредити тај положај, а ако је одговор одречан извести доказ који показује да такав положај не постоји.

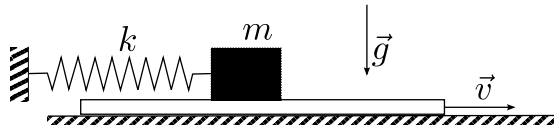


Слика 3: Двоструко преламање зрака на капљици кише.

ЗАДАЦИ

Задатак 2: Земљотрес (34 поена)

До појаве земљотреса долази услед кретања тектонских плоча. Да бисмо квантитативно описали процес настанка земљотреса увешћемо једноставан модел тектонске плоче у коме је она представљена телом масе m за које је везана опруга коефицијента еластичности k , која моделује еластичне особине плоче. Опруга је својим другим крајем везана за непокретни зид. Тело се налази на другој плочи која се креће константном брзином интензитета v , као што је приказано на слици 4. Коефицијент статичког трења између тела и плоче је μ_{st} , а коефицијент динамичког трења је $\mu_{dyn} < \mu_{st}$. У почетном тренутку опруга се налази у неистегнутом стању и тело не клизи по плочи. Цео систем се налази у гравитационом пољу чији је интензитет убрзања g .



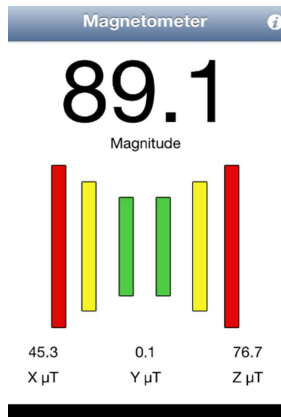
Слика 4: Модел тектонских плоча који описује појаву земљотреса.

- (а) **(17 поена)** Показати да после неког времена кретање тела масе m постаје периодично и одредити изразе за период осцилација T и временски интервал у току једног периода Δt_a током којег тело масе m клизи по плочи.
- (б) **(12 поена)** Одредити израз за количину топлоте Q која се ослободи у току једног периода услед трења између тела и плоче.
- (в) **(5 поена)** Израчунати бројне вредности величина T (која одговара временском интервалу између два земљотреса), Δt_a (која одговара трајању једног земљотреса) и Q ако је $m = 1,00 \cdot 10^{10} \text{ kg}$, $k = 1,30 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}}$, $v = 3,00 \text{ cm/yr}$ (јединица yr означава једну годину), $\mu_{st} = 0,600$, $\mu_{dyn} = 0,400$, $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. За колико ће се повећати температура горње тектонске плоче (тела везаног за опругу) ако сва ослобођена топлота иде на њено загревање, а специфични топлотни капацитет те плоче је $c = 800 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$?

ЗАДАЦИ

Задатак 3: Магнетометар (33 поена)

Радознали ученик Јован одлучио је да споји лепо и корисно, па је применио нове технологије како би стекао нова знања из физике. Наиме, на свој паметни телефон инсталирао је апликацију Magnetometer и одлучио да је употреби за мерење магнетне индукције на оси два шипкаста магнета.



Слика 5: Изглед екрана апликације Magnetometer.

Будући веома знатижељан, а по природи вешт експериментатор, обратио је пажњу и пре самог мерења уклонио све ефекте који би могли довести до систематских грешака. Најпре, поставио је телефон у односу на магнет тако да се он налази приближно на оси магнета. Његовим примицањем и одмицањем магнету утврдио је да се, заиста, само једна од три Декартове компоненте вектора магнетне индукције коју показује апликација (слика 5) значајно мења, а да су остале две приближно једнаке нули. Потом, претпостављајући да стални магнети које ће користити нису превише јаки, морао је да од резултата сваког мерења одузме магнетно поље Земље, које је одредио на основу показивања апликације у одсуству магнета. Најзад, с обзиром да је мерио магнетну индукцију у зависности од растојања између магнета и телефона, морао је да одреди тачан положај сензора у телефону и да растојању магнета од ивице телефона, које ће мерити лењиром, дода константно растојање од ивице телефона до места у њему на коме се налази сензор. То место је одредио пажљивим превлачењем магнета преко екрана телефона и утврђивањем положаја на коме је магнетна индукција најјача.

Након што је све то обавио, приступио је мерењу, и за два коришћена шипкаста магнета добио резултате приказане у табели 1.

Први магнет		Други магнет	
$z(\text{cm})$	$B(10^{-6}\text{T})$	$z(\text{cm})$	$B(10^{-6}\text{T})$
2	107,2	2	1502,0
4	16,6	4	246,3
6	5,6	6	93,8
8	2,4	8	33,6
10	1,2	10	17,8
12	0,7	12	10,5
14	0,4	14	7,4
16	0,3	16	5,3

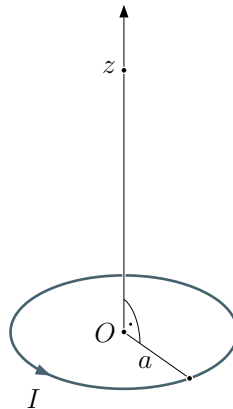
Табела 1: Магнетна индукција на оси шипкастог магнета, на различитим растојањима између сензора и магнета (z), за два магнета коришћена у експерименту.

Као што се да видети, Јован је одличан експериментатор, али би хтео и да некако опише резултате које је добио. На интернету је пронашао да се, под одређеним апроксимацијама, магнетно поље шипкастог магнета може описати истим изразом као магнетно поље кружне контуре кроз коју тече стална струја (слика 6), и да тај израз гласи:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi z^3}, \quad (1)$$

где је I јачина струје кроз контуру, \vec{m} магнетни момент контуре, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/м магнетна пермеабилност ваздуха а z вертикална удаљеност од равни контуре. Учинио му се веома занимљивим да провери ово на основу својих експерименталних резултата, али нема довољно теоријског знања да би то сам урадио. Ваш задатак је да му у томе помогнете.

ЗАДАЦИ



Слика 6: Кружна контура полупречника a кроз коју тече стална струја јачине I .

- (а) **(9 поена)** Покажите да једначина (1) важи за кружну контуру полупречника a кроз коју тече стална струја јачине I . Нацртајте слику, обележите све потребне величине и јасно назначите под којим условом важи једначина (1).
- (б) **(15 поена)** Цртањем одговарајућег графика на основу експерименталних резултата из табеле 1 и његовом анализом (за оба магнета) проверите може ли се једначина (1) користити за описивање магнетног поља шипкастих магнета. Процените одговарајуће грешке.
- (в) **(9 поена)** На основу модела описаног једначином (1) и резултата добијених у тачки (б) - уколико сте установили да је он одговарајући - или користећи неки други модел који боље описује магнетно поље шипкастих магнета, процените вредности магнетног момента за оба магнета, као и њихове грешке.

При рачунању грешака занемарите грешку мерења растојања z . Тачност мерења сензора у телефону је 1%.

Решења свих задатака треба јасно образложити и треба јасно навести све физичке законе и дефинисати све ознаке које се користе у решењу задатка.