ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

I разред — **ЗАДАЦИ – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА***

ОКРУЖНИ НИВО
3. март 2019.

1. Два тела се налазе на бесконачној стрмој равни нагиба $30°$, као што је приказано на слици. Тела имају исту масу, при чему је коефицијент трења између првог тела и подлоге дупло мањи од коефицијента трења између другог тела и подлоге. У почетном тренутку тела мирују и налазе се на растојању од $d = 5\mathsf{cm}$, као што је приказано на слици 1. Ако су након времена $t = 1\mathsf{s}$ од почетка кретања тела на растојању $d_1 = 90\mathsf{cm}$, одредити коефицијент трења између првог тела и подлоге. **(15 поена)**.

2. Два тела се налазе изнад тла на различитим висинима (слика 2). Тело 1 има мотор и креће из мировања константним угаоним убрзањем $\alpha = \frac{\pi}{3}\frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}^2}$ у смеру казаљке на сату по кружници чији се центар налази на истој висини од тла као и тело 1, при чему се тело 1 налази лево од центра кружнице. Кружница лежи у равни нормалној на раван тла. Тело 2 лежи на правој која пролази кроз највишу тачку кружнице по којој се креће тело 1 и центар кружнице. У почетном тренутку, тело 2 се налази на висини h ($h<r$) изнад центра кружнице, након чега почиње да слободно пада под утицајем гравитационог убрзања без почетне брзине. Оба тела почињу своја кретања истовремено . Колики је полупречник кружнице r, ако се зна да су се тела у једном тренутку срела (тело 1 је од почетка кретања до сусрета пребрисало угао мањи од 2π), као и да је однос пређених путева првог и другог тела до тренутка сусрета π? **(15 поена)**.

3. Тело масе m налази се на покретном клину масе M и повезано је путем лаке, неистегљиве нити за непокретни зид као на слици 3. Нит је пребачена преко лаког котура унутар чије основе нема трења. Нема проклизавања нити по котуру. Одредити убрзање клина. Сва трења у систему занемарити. **(25 поена)**.

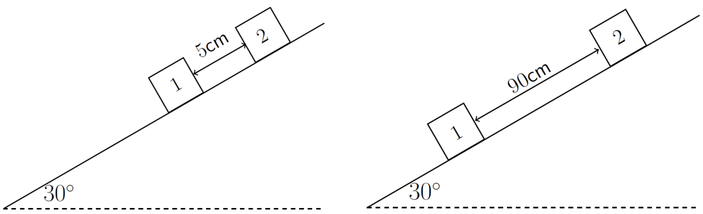
4. За време једне поморске битке у Другом светском рату, на дну мора мировала је ратна подморница. На истој вертикалној правој као и подморница, на површини мора, налазио се усидрени непријатељски ратни брод. Правац кретања морске струје је нормалан на правац који спаја подморницу и брод и брзина расте линеарно од 0 у тачки где је подморница до v_0 у тачки где је брод. Брод мирује у односу на подморницу. Ако се торпедо из подморнице испаљује почетном брзином v_0 одредити потребан однос x и y компоненте брзине торпеда у тренутку испаљивања да се погоди непријатељски брод. Услед конструкције торпеда сила потиска воде је једнака његовој тежини те у задатку занемарити гравитационо убрзање Земље. Торпедо се креће транслаторно. (Млади физичар бр.100) **(20 поена)**

5. Две ратна брода мирују на површини мора, на међусобном растојању $L = 18{,}4km$. Брод А (слика 4) испаљује гранату дуж линије која спаја бродове, под углом од 30^o у односу на површину мора. У тренутку удара гранате у воду капетан брода Б, опазивши непријатељски брод А, стартује своје моторе и започиње кретање брзином $v_2 = 40\frac{km}{h}$ у односу на воду, услед чега долази до међусобног удаљавања бродова. (Време потребно за убрзавање брода је занемариво). Истовремено капетан брода А опазио је да је гранати фалило $\Delta L = 2{,}8km$ да погоди брод Б (гранате не експлодирају ако промаше брод и упадну у воду), након чега и он стартује моторе и започиње своје кретање брзином $v_1 = 32\frac{km}{h}$ ка броду Б. Вектори брзина $\vec{v_1}$ и $\vec{v_2}$ су међусобно паралелни и леже на правој која је у почетном тренутку спајала бродове. Ако је топу брода А потребно $\tau = 90s$ између два узастопна пуцања, а пуца чим је спреман, за колико треба повећати почетну брзину гранате да би брод Б био погођен? Како би се повећао домет угао испаљивања друге гранате износи 45^o. Димензије бродова занемариве су у односу на њихово међусобно растојање, те се могу апроксимирати материјалним тачкама. Отпор ваздуха занемарити. Одмах по испаљивању гранате започиње припрема за поновно пуцање. Помоћ: Решења једначине облика $ax^2+bx+c=0$ могу се записати као $x_{1/2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. **(25 поена)**.

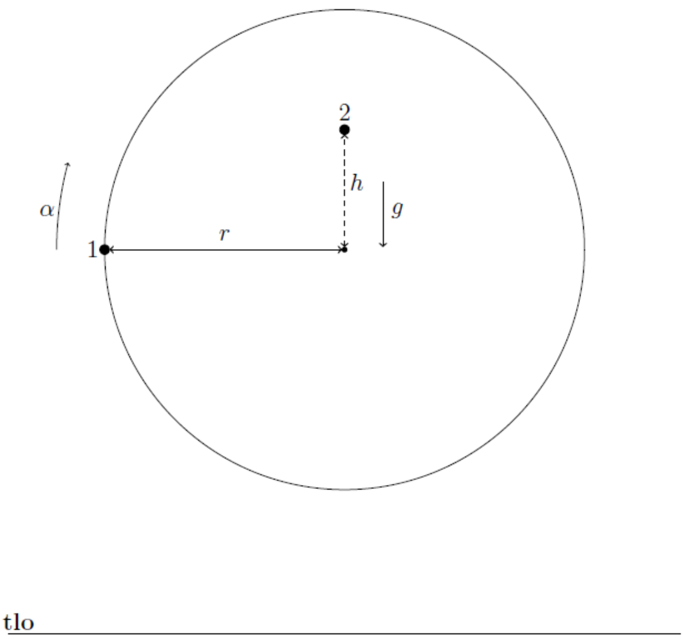
Приликом решавања задатака користити да је убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$.

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

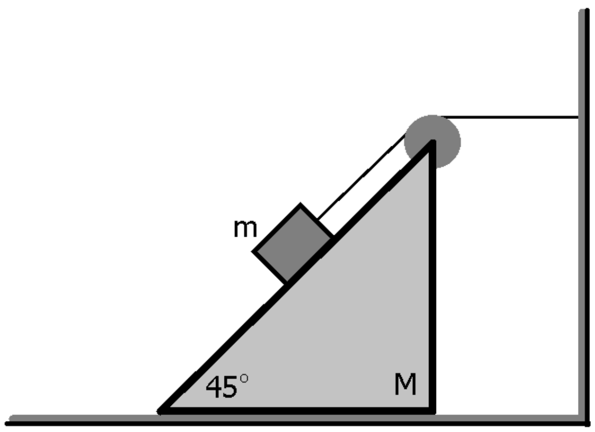
Задатке припремили: *Немања Мадић* (3,5), Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић* (1,2), Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



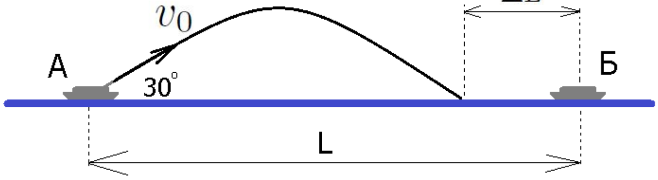
Слика 1: Слика уз први задатак. Стање система у почетном тренутку (лево), и након једне секунде (десно).



Слика 2: Слика уз други задатак.



Слика 3: Слика уз трећи задатак.



Слика 4: Слика уз четврти задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић* (3,5), Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић* (1,2), Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке ”Винча”, Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

I разред **РЕШЕЊА – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА** **ОКРУЖНИ НИВО** **3. март 2019.**

1. Како су тела у почетном тренутку била на растојању од $d = 5\text{cm}$, а након $t = 1\text{s}$ на растојању $d_1 = 90\text{cm}$, следи да је разлика између пређених путева тела у том временском интервалу $\Delta s = d_1 - d = 85\text{cm}$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Прво тело је у том временском интервалу прешло пут од $s_1 = \frac{1}{2}a_1t^2$, где је a_1 убрзање првог тела, а друго тело је прешло пут од $s_2 = \frac{1}{2}a_2t^2$, где је a_2 убрзање другог тела $\boxed{\textbf{1п}}$. Одатле следи да је $\Delta s = d_1 - d = s_1 - s_2 = \frac{1}{2}t^2(a_1 - a_2)$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Постављањем једначина за тело на стрмој равни, за прво тело се добија $a_1 = g\sin 30^\circ - \mu_1 g\cos 30^\circ$, а за друго $a_2 = g\sin 30^\circ - \mu_2 g\cos 30^\circ$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Одузимањем претходне две једначине, добија се $a_1 - a_2 = (\mu_2 - \mu_1)g\cos 30^\circ$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Користећи познат однос између коефицијената трења, добија се $\Delta s = \frac{1}{2}t^2\mu_1 g\cos 30^\circ$, $\boxed{\textbf{4п}}$ одакле је $\mu_1 = \frac{2\Delta s}{t^2 g\cos 30^\circ} = 0{,}2$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

2. Узевши у обзир кретање оба тела, једино место на којем тела могу да се сретну је у најнижој тачки кружнице (у односу на тло) по којој се креће прво тело. Време које је потребно првом телу да дође до те тачке се може израчунати из $\frac{3\pi}{2} = \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\boxed{\textbf{2п}}$, одакле је $t = \sqrt{\frac{3\pi}{\alpha}} = 3\text{s}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Пут који ће друго тело прећи до сусрета је $r + h = \frac{1}{2}gt^2$. $\boxed{\textbf{3п}}$ Из задатог односа пређених путева тела, добија се $\frac{\frac{3\pi r}{2}}{h+r} = \pi$, одакле је $h = \frac{1}{2}r$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Враћањем овог резултата у једначину за пређени пут другог тела, добија се $\frac{3}{2}r = \frac{1}{2}gt^2$. $\boxed{\textbf{2п}}$ Полупречник кружнице је тада $r = \frac{gt^2}{3} = 29{,}43\text{m}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

3. Први начин

   Задатак ћемо решавати из лабораторијског координатног система. Силе које делују на тела у задатку представљене су на слици 1. Силе које се јављају за време кретања не мењају своје интензитете, а ни правце и смерове те су сва убрзања у систему непромењива у времену. Клин се креће убрзано ка зиду и његова једначина кретања гласи $T - T\frac{\sqrt{2}}{2} + N\frac{\sqrt{2}}{2} = Ma(1)$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Вектор убрзања тела може се разложити на x и y осу при чему једначине кретања тела масе m гласе $T\frac{\sqrt{2}}{2} - N\frac{\sqrt{2}}{2} = ma_x(2)$ $\boxed{\textbf{5п}}$ и $mg - N\frac{\sqrt{2}}{2} - T\frac{\sqrt{2}}{2} = ma_y(3)$ $\boxed{\textbf{5п}}$. Тренутно поседујемо систем са 5 непознатих (N, T, a, a_x, a_y) а само 3 једначине ((1), (2), (3)) те је овај систем потребно допунити са још 2 једначине, а за ово погледајмо слику 2. Тело масе m се у почетном тренутку налазило у тачки А. Тачка В представља позицију највише тачке клина после неког временског интервала Δt. Конац је неистегљив те се позиција тела након Δt може наћи као пресек праве BB' и кружнице са центром у тачки В полупречника АВ. Назовимо ову тачку С. Повучимо вертикалу из тачке С, њен пресек са дужи АВ назовимо D. За време кретања тело масе m је по y оси прешло пут CD. Повучимо хоризонталну линију из С, пресек ове линије и дужи AA" назовимо F, а пресек ове линије и дужи BB" назовимо Е. Како је троугао BCD једнакокраки правоугли следи да је $DC = CE = \frac{\sqrt{2}}{2}BC$ а како је пређени пут за равномерно убрзано кретање без почетне брзине пропорционално убрзању важи $a_y = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Пут који је тело масе m прешло по x оси износи FC. Из $FE = AB = FC + CE$ следи $a = a_x + a_y$ па је $a_x = a(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Заменом вредности за убрзања у систем једначина (1), (2), (3) за убрзање клина се добија $a = g\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{M+(2-\sqrt{2})m}$ $\boxed{\textbf{3п}}$.

   Други начин

   Задатак се такође може решавати из система везаног за клин. Овај систем је неинерцијалан те ће се у задатку јављати инерцијалне силе. Поставимо x осу овог референтног система тако да буде паралелна нагнутој страни клина, наравно како се кретање врши у једној вертикалној равни поставићемо референти систем тако да он припада тој равни. y оса постављена је ортогонално на косу страну клина. Једначине кретања тела масе m су по x оси $ma\frac{\sqrt{2}}{2} + mg\frac{\sqrt{2}}{2} - T = ma(1)$ $\boxed{\textbf{7,5п}}$ и по y оси $N + ma\frac{\sqrt{2}}{2} = mg\frac{\sqrt{2}}{2}(2)$. $\boxed{\textbf{7п}}$. Једначина кретања клина, посматраног из лабораторијског инерцијалног система, гласи $T - T\frac{\sqrt{2}}{2} + N\frac{\sqrt{2}}{2} = Ma(3)$. $\boxed{\textbf{7,5п}}$ Добијен је систем једначина са три непознате (T, N, a) и три једначине ((1), (2), (3)), те се његовим решавањем може одредити убрзање клина. За решење добија се $a = g\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{M+(2-\sqrt{2})m}$. $\boxed{\textbf{3п}}$

4. Задатак ћемо решавати из референтног система везаног за подморницу. Нека x оса лежи дуж правца који спаја подморницу и брод, наравно онда је y оса постављена супротно вектору брзине морке струје као на слици 3. Из услова да се торпедо креће транслаторно, са чињеницом да по x оси нема морске струје, закључује се да је кретање по x оси равномерно праволинијско кретање. v_x компонента торпеда у ма којем тренутку једнака је v_x компоненти брзине у почетном тренутку те је $v_x(t) = v_{0x}$. Пређени пут по x оси за време t онда износи $v_{0x}t = x(1)$ $\boxed{\textbf{2п}}$, а ако са τ обележимо време протекло од испаљивања торпеда до његовог удара у непријатељски брод, можемо написати $v_{0x}\tau = L(2)$ $\boxed{\textbf{1п}}$. Торпедо одржава своју v_{0y} компоненту у односу на воду за све време кретања те v_y компонента брзине торпеда у односу на подморницу и брод зависи од пређеног пута по x оси и

Задатке припремили: *Немања Мадић* (3,5), Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић* (1,2), Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

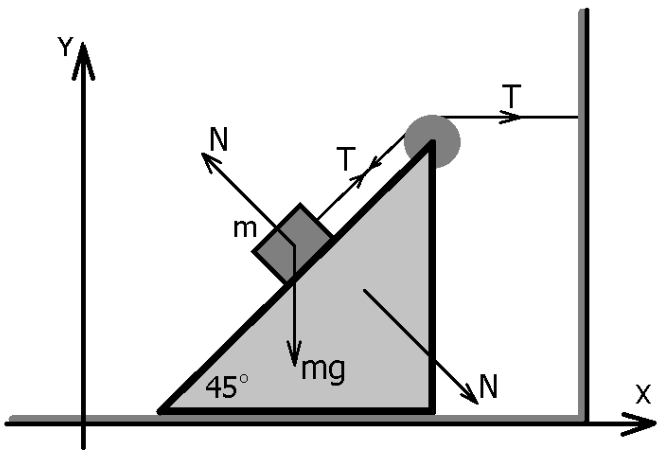
износи $v_y(t) = v_{0y} - \frac{v_0}{L}x(3)$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Заменом једначине (1) у (3) може се одредити зависност v_y од времена као $v_y(t) = v_{0y} - \frac{1}{L}v_0 v_{0x} t(4)$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Кретање по y оси је равномерно успорено кретање са почетном брзином, те је овакво кретање једнако кретању тела баченог под неким углом (у односу на хоризонт) у хомогеном гравитационом пољу, са гравитационим убрзањем једнаким $g_{eff.} = \frac{1}{L}v_0 v_{0x}(5)$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Висина на којој се тело налази при косом хитцу зависи од времена као $y(t) = y(t=0) + v_{0y}t - \frac{1}{2}\frac{1}{L}v_0 v_{0x} t^2(6)$. У $t = 0$ је $y = 0$ па остаје $y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}\frac{1}{L}v_0 v_{0x} t^2(7)$ $\boxed{\textbf{2п}}$. После времена τ торпедо погађа брод, па је $y(\tau) = 0(8)$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Заменом једначина (8) и (2) у (6) добија се $v_{0y} = \frac{1}{2}v_0$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$. v_{0x} се може одредити користећи Питагорину теорему у тренутку испаљивања торпеда $v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2$ те је $v_{0x} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ што за решење на крају даје $\frac{v_{0x}}{v_{0y}} = \sqrt{3}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

5. Како је познато растојање између бродова L и како је познато да је гранати испаљеној са брода А фалило Δt може се одредити домет оваквог пројектила, а тиме и његова почетна брзина. По x оси за кретање пројектила важи $\frac{\sqrt{3}}{2}v_0\Delta t = L - \Delta L$ $\boxed{\textbf{3п}}$ где је Δt време протекло од испаљивања пројектила до његовог удара у воду. Кретање пројектила по y оси је равномерно успорено те важи $\frac{1}{2}v_0 = g\frac{1}{2}\Delta t$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Замењивањем Δt из једног израза у други за почетну брзину пројектила добија се $v_0 = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{3}g(L - \Delta L)}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, што након замене бројних вредности износи $v_0 = 420{,}37\frac{m}{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Након испаљивања гранате са брода А моментално почиње припрема за поновно пуцање те се време протекло од удара гранате у воду до испаљивања следеће може израчунати као $t' = \tau - \frac{v_0}{g} = 47{,}1489s$ $\boxed{\textbf{2,5п}}$. Растојање на коме се бродови налазе у тренутку испаљивања друге гранате износи $D = L + (v_2 - v_1)t'$ $\boxed{\textbf{2п}}$, што након кратког рачуна даје $D = 18504{,}78m$. Ради лакшег рачуна ваља прећи у инерцијални референтни систем везан за брод А. Гледано из њега (слика 4) брод Б се удаљава брзином $v_2 - v_1$, те како би га погодио по x оси мора важити $D + (v_2 - v_1)\Delta t = \frac{\sqrt{2}}{2}v\Delta t$ $\boxed{\textbf{3,5п}}$, где је Δt време које граната проведе у ваздуху. Како је кретање равномерно успорено по y оси важи $\frac{\sqrt{2}}{2}v_0 = g\frac{1}{2}\Delta t$ $\boxed{\textbf{3,5п}}$. Изражавањем Δt из једне једначине у другу добија се једначина облика $v^2 - (v_2 - v_1)\sqrt{2}v - gD = 0$ $\boxed{\textbf{1,5п}}$ чија се решења могу наћи путем формуле дате у задатку. Прихвата се само решење $v = 427{,}6398\frac{m}{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$ јер је друго мање од $v_2 - v_1$ те је физички немогуће. Износ за који треба повећати почетну брзину пројектила се сада лако налази те је решење $\Delta v = v - v_0 = 7{,}2697 \approx 7{,}27\frac{m}{s}$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

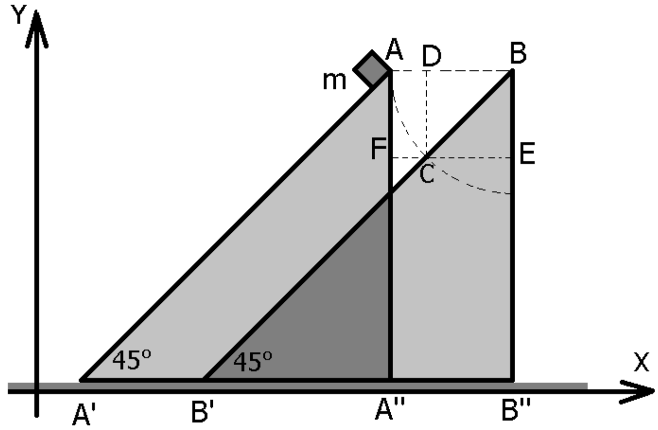
ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке
и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА

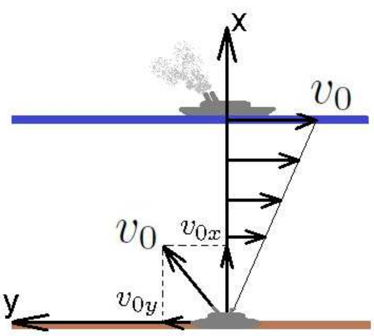
I разред **ОКРУЖНИ НИВО**
3. март 2019.



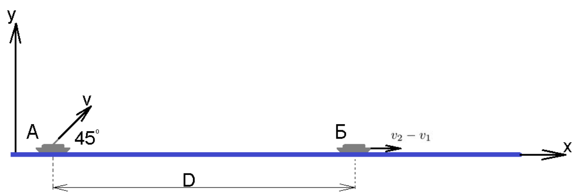
Слика 1: Слика уз трећи задатак.



Слика 2: Слика уз трећи задатак.



Слика 3: Слика уз четврти задатак.



Слика 4: Слика уз пети задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић* (3,5), Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић* (1,2), Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

ЗАДАЦИ – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА*

I разред | **ОКРУЖНИ НИВО** | **3. март 2019.**

1. Два тела се налазе на бесконачној стрмој равни нагиба 30°, као што је приказано на слици. Тела имају исту масу, при чему је коефицијент трења између првог тела и подлоге дупло мањи од коефицијента трења између другог тела и подлоге. У почетном тренутку тела мирују и налазе се на растојању од $d = 5\mathsf{cm}$, као што је приказано на слици 1. Ако су након времена $t = 1\mathsf{s}$ од почетка кретања тела на растојању $d_1 = 90\mathsf{cm}$, одредити коефицијент трења између првог тела и подлоге. **(15 поена)**.

2. Два тела се налазе изнад тла на различитим висинама (слика 2). Тело 1 има мотор и креће из мировања константним угаоним убрзањем $\alpha = \frac{\pi}{3}\frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}^2}$ у смеру казаљке на сату по кружници чији се центар налази на истој висини од тла као и тело 1, при чему се тело 1 налази лево од центра кружнице. Кружница лежи у равни нормалној на раван тла. Тело 2 лежи на правој која пролази кроз највишу тачку кружнице по којој се креће тело 1 и центар кружнице. У почетном тренутку, тело 2 се налази на висини h ($h<r$) изнад центра кружнице, након чега почиње да слободно пада под утицајем гравитационог убрзања без почетне брзине. Оба тела почињу своја кретања истовремено . Колики је полупречник кружнице r, ако се зна да су се тела у једном тренутку срела (тело 1 је од почетка кретања до сусрета пребрисало угао мањи од 2π), као и да је однос пређених путева првог и другог тела до тренутка сусрета π? **(15 поена)**.

3. Тело масе m налази се на покретном клину масе M и повезано је путем лаке, неистегљиве нити за непокретни зид као на слици 3. Нит је пребачена преко лаког котура унутар чије основе нема трења. Нема проклизавања нити по котуру. Одредити убрзање клина. Сва трења у систему занемарити. **(25 поена)**.

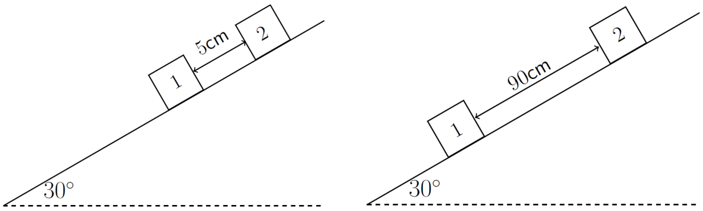
4. За време једне поморске битке у Другом светском рату, на дну мора мировала је ратна подморница. На истој вертикалној правој као и подморница, на површини мора, налазио се усидрени непријатељски ратни брод. Правац кретања морске струје је нормалан на правац који спаја подморницу и брод и брзина расте линеарно од 0 у тачки где је подморница до v_0 у тачки где је брод. Брод мирује у односу на подморницу. Ако се торпедо из подморнице испаљује почетном брзином v_0 одредити потребан однос x и y компоненте брзине торпеда у тренутку испаљивања да се погоди непријатељски брод. Услед конструкције торпеда сила потиска воде је једнака његовој тежини те у задатку занемарити гравитационо убрзање Земље. Торпедо се креће транслаторно. (Млади физичар бр.100) **(20 поена)**

5. Две ратна брода мирују на површини мора. Брод А (слика 4) испаљује гранату дуж линије која спаја бродове почетном брзином $v_0 = 420\frac{m}{s}$, под углом од 30^o у односу на површину мора. Гранати је фалило $\Delta L = 2{,}8km$ да погоди брод Б (гранате не експлодирају ако промаше брод и упадну у воду). У тренутку удара гранате у воду капетан брода Б, опазивши непријатељски брод А, стартује своје моторе и започиње кретање брзином $u = 40\frac{km}{h}$ у односу на воду, услед чега долази до међусобног удаљавања бродова. (Време потребно за убрзавање брода је занемариво). Вектор брзине $\vec{u}$ лежи на правој која је у почетном тренутку спајала бродове. Ако је топу брода Б потребно $\tau = 90s$ од када опази непријатељски брод до пуцања, а пуца чим је спреман, колика је почетна брзина гранате ако се зна да је брод Б погодио брод А? На ком растојању ће се налазити бродови у тренутку удара гранате у брод А? Угао испаљивања гранате са брода Б износи 45^o. Димензије бродова занемариве су у односу на њихово међусобно растојање, те се могу апроксимирати материјалним тачкама. Отпор ваздуха занемарити. Процес испаљивања гранате подразумевати као тренутан. Помоћ: Решења једначине облика $ax^2 + bx + c = 0$ могу се записати као $x_{1/2} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. **(25 поена)**.

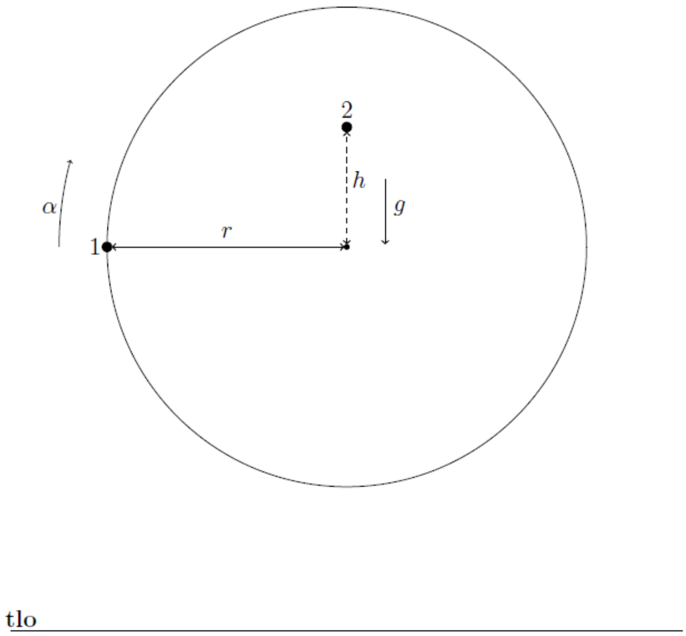
Приликом решавања задатака користити да је убрзање силе Земљине теже $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$.

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

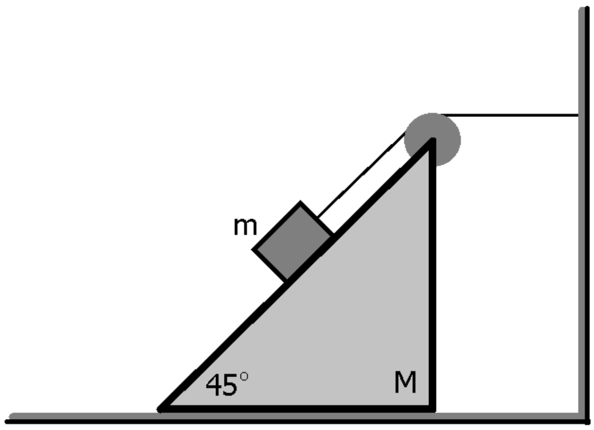
Задатке припремили: *Немања Мадић* (3,5), Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић* (1,2), Институт за физику Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



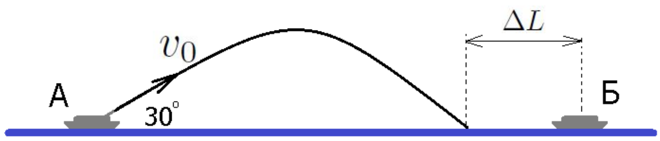
Слика 1: Слика уз први задатак. Стање система у почетном тренутку (лево), и након једне секунде (десно).



Слика 2: Слика уз други задатак.



Слика 3: Слика уз трећи задатак.



Слика 4: Слика уз четврти задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић* (3,5), Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић* (1,2), Институт за физику Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. Како су тела у почетном тренутку била на растојању од $d = 5\text{cm}$, а након $t = 1\text{s}$ на растојању $d_1 = 90\text{cm}$, следи да је разлика између пређених путева тела у том временском интервалу $\Delta s = d_1 - d = 85\text{cm}$ **1п**. Прво тело је у том временском интервалу прешло пут од $s_1 = \frac{1}{2}a_1t^2$, где је a_1 убрзање првог тела, а друго тело је прешло пут од $s_2 = \frac{1}{2}a_2t^2$, где је a_2 убрзање другог тела **1п**. Одатле следи да је $\Delta s = d_1 - d = s_1 - s_2 = \frac{1}{2}t^2(a_1 - a_2)$ **1п**. Постављањем једначина за тело на стрмој равни, за прво тело се добија $a_1 = g\sin 30° - \mu_1 g\cos 30°$, а за друго $a_2 = g\sin 30° - \mu_2 g\cos 30°$ **4п**. Одузимањем претходне две једначине, добија се $a_1 - a_2 = (\mu_2 - \mu_1)g\cos 30°$ **2п**. Користећи познат однос између коефицијената трења, добија се $\Delta s = \frac{1}{2}t^2\mu_1 g\cos 30°$, **4п** одакле је $\mu_1 = \frac{2\Delta s}{t^2 g\cos 30°} = 0{,}2$ **2п**.

2. Узевши у обзир кретање оба тела, једино место на којем тела могу да се сретну је у најнижој тачки кружнице (у односу на тло) по којој се креће прво тело. Време које је потребно првом телу да дође до те тачке се може израчунати из $\frac{3\pi}{2} = \frac{1}{2}\alpha t^2$ **2п**, одакле је $t = \sqrt{\frac{3\pi}{\alpha}} = 3\text{s}$ **3п**. Пут који ће друго тело прећи до сусрета је $r + h = \frac{1}{2}gt^2$. **3п** Из задатог односа пређених путева тела, добија се $\frac{\frac{3\pi r}{2}}{h+r} = \pi$, одакле је $h = \frac{1}{2}r$ **3п**. Враћањем овог резултата у једначину за пређени пут другог тела, добија се $\frac{3}{2}r = \frac{1}{2}gt^2$. **2п** Полупречник кружнице је тада $r = \frac{gt^2}{3} = 29{,}43\text{m}$ **2п**.

3. Први начин

   Задатак ћемо решавати из лабораторијског координатног система. Силе које делују на тела у задатку представљене су на слици 1. Силе које се јављају за време кретања не мењају своје интензитете, а ни правце и смерове те су сва убрзања у систему непромењива у времену. Клин се креће убрзано ка зиду и његова једначина кретања гласи $T - T\frac{\sqrt{2}}{2} + N\frac{\sqrt{2}}{2} = Ma(1)$ **3п**. Вектор убрзања тела може се разложити на x и y осу при чему једначине кретања тела масе m гласе $T\frac{\sqrt{2}}{2} - N\frac{\sqrt{2}}{2} = ma_x(2)$ **4п** и $mg - N\frac{\sqrt{2}}{2} - T\frac{\sqrt{2}}{2} = ma_y(3)$ **4п**. Тренутно поседујемо систем са 5 непознатих (N, T, a, a_x, a_y) а само 3 једначине ((1), (2), (3)) те је овај систем потребно допунити са још 2 једначине, а за ово погледајмо слику 2. Тело масе m се у почетном тренутку налазило у тачки А. Тачка В представља позицију највише тачке клина после неког временског интервала Δt. Конац је неистегљив те се позиција тела након Δt може наћи као пресек праве ВВ' и кружнице са центром у тачки В полупречника АВ. Назовимо ову тачку С. Повучимо вертикалу из тачке С, њен пресек са дужи АВ назовимо D. За време кретања тело масе m је по y оси прешло пут CD. Повучимо хоризонталну линију из С, пресек ове линије и дужи АА" назовимо F, а пресек ове линије и дужи ВВ" назовимо Е. Како је троугао BCD једнакокраки правоугли следи да је $DC = CE = \frac{\sqrt{2}}{2}BC$ а како је пређени пут за равномерно убрзано кретање без почетне брзине пропорционално убрзању важи $a_y = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ **3п**. Пут који је тело масе m прешло по x оси износи FC. Из $FE = AB = FC + CE$ следи $a = a_x + a_y$ па је $a_x = a(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$ **3п**. Заменом вредности за убрзања у систем једначина (1), (2), (3) за убрзање клина се добија $a = g\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{M+(2-\sqrt{2})m}$ **3п**.

   Други начин

   Задатак се такође може решавати из система везаног за клин. Овај систем је неинерцијалан те ће се у задатку јављати инерцијалне силе. Поставимо x осу овог референтног система тако да буде паралелна нагнутој страни клина, наравно како се кретање врши у једној вертикалној равни поставићемо референти систем тако да он припада тој равни. y оса постављена је ортогонално на косу страну клина. Једначине кретања тела масе m су по x оси $ma\frac{\sqrt{2}}{2} + mg\frac{\sqrt{2}}{2} - T = ma(1)$ **5п** и по y оси $N + ma\frac{\sqrt{2}}{2} = mg\frac{\sqrt{2}}{2}(2)$. **4п**. Једначина кретања клина, посматраног из лабораторијског инерцијалног система, гласи $T - T\frac{\sqrt{2}}{2} + N\frac{\sqrt{2}}{2} = Ma(3)$. **5п** Добијен је систем једначина са три непознате (T, N, a) и три једначине ((1), (2), (3)), те се његовим решавањем може одредити убрзање клина. За решење добија се $a = g\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{m}{M+(2-\sqrt{2})m}$. **3п**

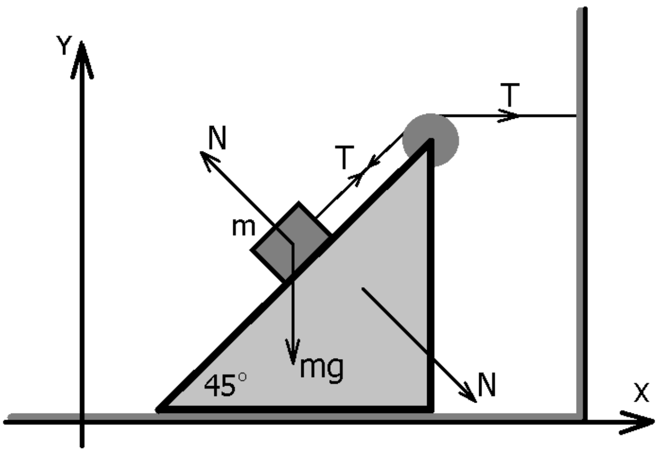
4. Задатак ћемо решавати из референтног система везаног за подморницу. Нека x оса лежи дуж правца који спаја подморницу и брод, наравно онда је y оса постављена супротно вектору брзине морке струје као на слици 3. Из услова да се торпедо креће транслаторно, са чињеницом да по x оси нема морске струје, закључује се да је кретање по x оси равномерно праволинијско кретање. v_x компонента торпеда у ма којем тренутку једнака је v_x компоненти брзине у почетном тренутку те је $v_x(t) = v_{0x}$. Пређени пут по x оси за време t онда износи $v_{0x}t = x(1)$ **2п**, а ако са τ обележимо време протекло од испаљивања торпеда до његовог удара у непријатељски брод, можемо написати $v_{0x}\tau = L(2)$ **1п**. Торпедо одржава своју v_{0y} компоненту у односу на воду за све време кретања те v_y компонента брзине торпеда у односу на подморницу и брод зависи од пређеног пута по x оси и

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

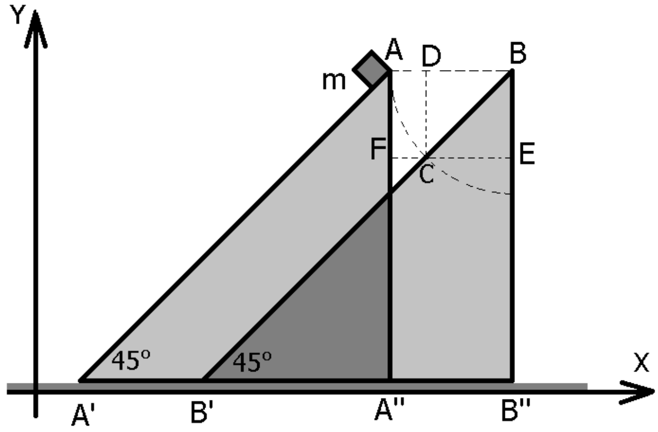
износи $v_y(t) = v_{0y} - \frac{v_0}{L}x(3)$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Заменом једначине (1) у (3) може се одредити зависност v_y од времена као $v_y(t) = v_{0y} - \frac{1}{L}v_0 v_{0x} t(4)$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Кретање по y оси је равномерно успорено кретање са почетном брзином, те је овакво кретање једнако кретању тела баченог под неким углом (у односу на хоризонт) у хомогеном гравитационом пољу, са гравитационим убрзањем једнаким $g_{eff.} = \frac{1}{L}v_0 v_{0x}(5)$ $\boxed{\textbf{4п}}$. Висина на којој се тело налази при косом хитцу зависи од времена као $y(t) = y(t=0) + v_{0y}t - \frac{1}{2}\frac{1}{L}v_0 v_{0x} t^2(6)$. У $t = 0$ је $y = 0$ па остаје $y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}\frac{1}{L}v_0 v_{0x} t^2(7)$ $\boxed{\textbf{2п}}$. После времена τ торпедо погађа брод, па је $y(\tau) = 0(8)$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Заменом једначина (8) и (2) у (6) добија се $v_{0y} = \frac{1}{2}v_0$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$. v_{0x} се може одредити користећи Питагорину теорему у тренутку испаљивања торпеда $v_0^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2$ те је $v_{0x} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_0$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ што за решење на крају даје $\frac{v_{0x}}{v_{0y}} = \sqrt{3}$ $\boxed{\textbf{2п}}$.

5. Како су познати брзина испаљивања пројектила са брода А и угао под којим је испаљен пројектил, може се одредити домет овог пројектила. По x оси кретање је са константном брзином те је $\frac{\sqrt{3}}{2}v_0\Delta t = d$ $\boxed{\textbf{2п}}$, где је Δt време кретања пројектила кроз ваздух. По y оси је кретање са константим убрзањем те важи $\frac{1}{2}v_0 = g\frac{1}{2}\Delta t$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Заменом Δt из једне једначине у другу, за домет пројектила добија се $d = \frac{\sqrt{3}}{2g}v_0^2$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ што након замене бројних вредности износи $d = 15572{,}6m$. Како се бродови и граната за све време кретања налазе у истој вертикалној равни може се одредити почетно растојање међу бродовима као $L = d + \Delta L$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$, и износи $L = 18372{,}6m$. У тренутку удара гранате у воду брод Б је опазио брод А и започиње своје кретање. Од тренутка када је почео да се креће до испаљивања гранате протекло је време τ те су тада бродови на растојању $D = L + u\tau$ $\boxed{\textbf{1п}}$ те је $D = 19372{,}6m$. Како се брод Б креће по x оси за пројектил важи $D = (v\frac{\sqrt{2}}{2} - u)\Delta t$ $\boxed{\textbf{3п}}$, где је Δt време протекло од испаљивања до погодка брода А. Кретање гранате по y оси је равномерно успорено те стоји израз $v\frac{\sqrt{2}}{2} = g\frac{\Delta t}{2}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Изражавањем Δt из једног израза у други добија се једначина облика$v^2 - u\sqrt{2}v - gD = 0$ $\boxed{\textbf{2п}}$, чије се решење налази преко формуле дате у задатку, па је захтевана почетна брзина пројектила $v = 443{,}869\frac{m}{s} \approx 444\frac{m}{s}$ $\boxed{\textbf{3п}}$. Друго решење одбацујемо јер је мање од u па је физички немогуће. Растојање на којем се бродови налазе у тренутку удара гранате у брод А износи$S = D + u\Delta t = D + \frac{1}{g}uv\sqrt{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, што након замене бројних вредности даје $S = 20083{,}55m \approx 20084m$ $\boxed{\textbf{1п}}$.

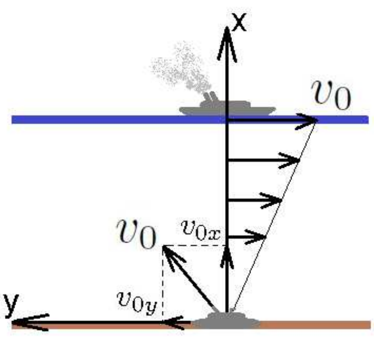
Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



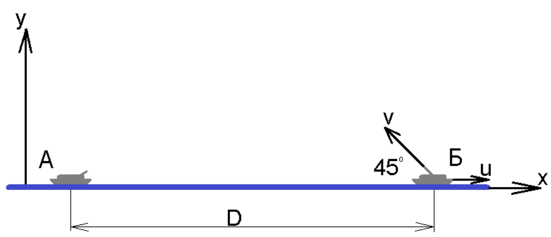
Слика 1: Слика уз трећи задатак.



Слика 2: Слика уз трећи задатак.



Слика 3: Слика уз четврти задатак.



Слика 4: Слика уз пети задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд