ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

ЗАДАЦИ – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА*

I разред

ОПШТИНСКИ НИВО
20. јануар 2019.

1. Механизам механичког сата извучен је из старог сата који функционише и провучен је кроз рупу на средини плоче облика диска. Плоча може да ротира око осе која пролази кроз њен центар приликом чега не дотиче нити на било који начин помера сатни механизам. Раван ротирања диска је паралелна равни кретања казаљки. На плочи су урезани бројеви од 1 до 12 са по 4 подеока између свака два броја као на обичном сату. Гледано са осе ротације диска (са стране на којој је механизам) апаратура је идентична обичном сату који правилно ради. У тренутку $t = 0$ време које показује апаратура је 10:20. Плоча је тада тренутно убрзана до угаоне брзине $\Omega = 6\pi \frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}}$ у смеру супротном од смера кретања казаљки на сату. Услед трења, плоча успорава угаоним убрзањем $\alpha = 0{,}133 \frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}^2}$. Које време ће апаратура показивати када се диск заустави? Напомена: Апаратура, као и обичан механички сат, не прави разлику између преподневних и поподневних часова. Примера ради, када је 17:27 сат ће показивати 05:27, те решење представити у преподневном запису. На механизму се налазе само сатна и минутна казаљка. **(15 поена)**

2. Дугачки, танки дрвени штапић се креће ка, њему ортогонално постављеној, тестери која на себи има два симетрично постављена сечива (оса ротације тестере паралелна је вектору брзине штапића). Почетна брзина штапића је $u = 1\frac{m}{s}$. Тестера се ротира угаоном брзином ω_0. Сечиву тестере је потребно константно време $\tau = 0{,}05s$ да потпуно пресече штапић и тако начини чачкалицу. Овај процес се наставља све док је дужина чачкалице строго мања од $d = 0{,}75m$. Након засецања штапић се зауставља а сечиву је потребно да се заокрене за 30^o да у потпуности пресече штапић. По завршетку сечења штапић наставља кретање брзином коју је поседовао пре почетка сечења. Након што је начињена прва чачкалица штапић почне убрзавати убрзањем $a = 0{,}2\frac{m}{s^2}$. Механизам заустављања тестере је стопира тренутно, при чему оштри део сечива мора бити прислоњен на штапић, али га не засеца. Радник у тренутку $t_f = 14{,}125s$ од почетка убрзавања штапића нагло зауставља тестеру јер схвата да ће у супротном следећа чачкалица бити тачно дужине d. Колико је начињено чачкалица од почетка убрзавања штапића? **(25 поена)**

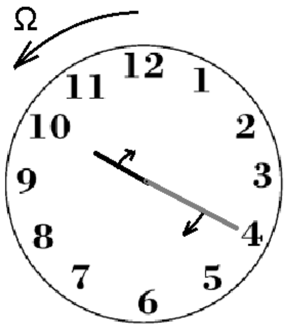
3. Две материјалне тачке се крећу по концентричним кружницама различитих полупречника у смеру кретања казаљки на сату. Једна тачка се налази на кругу полупречника $r_1 = 4\mathsf{cm}$ и креће се константном угаоном брзином $\omega_1 = \frac{\pi}{3}\frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}}$, док се друга налази на кругу полупречника $r_2 = 3\mathsf{cm}$ и креће из мировања константним угаоним убрзањем α. У почетном тренутку тачке и центар кружница се налазе на истој прави. Ако је 3 секунде након почетка кретања растојање између тачака 5cm, колико времена наког тог тренутка ће растојање између њих поново бити 5cm? **(15 поена)**

4. Брод мирује на површини мора. До брода стиже информација из подморнице, која је у води, да ће услед кварова на моторима морати да израња вертикално константном брзином. Познато је да ће подморница када изрони на површину бити на растојању L од брода. Са брода је путем радара пуштен први сигнал кроз воду, који се након рефлексије о подморницу враћа броду. Време протекло између пуштања и пријема сигнала је t_0 . По пријему сигнала, брод пушта други сигнал који се детектује након времена $t_1 = kt_0$ $(0 < k < 1)$. Брзина звука кроз воду је c. Којом брзином након пријема другог сигнала брод треба да се креће ка месту изрона како би се на том месту нашао у исто време кад и подморница ако је познато да су задате величине у следећој релацији $L^2 = \frac{5}{36}c^2t_0^2$? Помоћ: Увести помоћну величину $\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{9k^2 - 5}$. Решење одредити у функцији c, α и k. **(25 поена)**

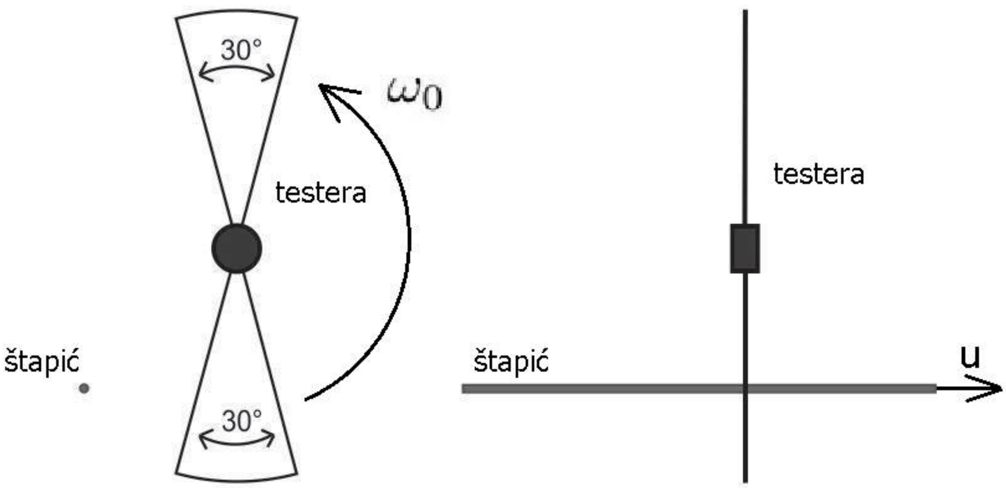
5. Лаза и Маја су одлучили да се тркају од почетка до краја покретних трака дужине $l = 120\mathsf{m}$ које су једна до друге и паралелне, осим што се крећу у супротним смеровима, брзинама од $v_t = 1\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$. Почетак и крај обе покретне траке се поклапају. Маја трчи брзином од $v_m = 7\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$, а Лаза брзином од $v_l = 8\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$. Маја трчи по траци која се креће у смеру у којем се тркају, док Лаза трчи по траци која се креће супротно од смера трке. Сматрати да су на почетку трке обоје на почецима својих трака и да се након тога у истом тренутку почињу кретати својим максималним брзинама. Након што су кренули да трче, у неком тренутку Лаза примети да му је одвезана пертла и тренутно стаје да је завеже, након чега наставља да трчи (сматрати да се одмах након што завеже пертлу почиње кретати својом максималном брзином). Маја се не обазире на ово и наставља да трчи. Колико дуго је Лаза везивао пертлу ако је на циљ стигао $t = 5\mathsf{s}$ након Маје? **(20 поена)**

*У фермионској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима средњих стручних школа, уметничких школа и свих врста гимназија осим специјализованих гимназија за области математика и физика.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



Слика 1: Слика уз први задатак.



Слика 2: Слика уз други задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

1. Механизам механичког сата извучен је из старог сата који функционише и провучен је кроз рупу на средини плоче облика диска. Плоча може да ротира око осе која пролази кроз њен центар приликом чега не дотиче нити на било који начин помера сатни механизам. Раван ротирања диска је паралелна равни кретања казаљки. На плочи су урезани бројеви од 1 до 12 са по 4 подеока између свака два броја као на обичном сату. Гледано са осе ротације диска (са стране на којој је механизам) апаратура је идентична обичном сату који правилно ради. У тренутку $t = 0$ време које показује апаратура је 10:20. Плоча је тада тренутно убрзана до угаоне брзине $\Omega = 6\pi\frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}}$ у смеру супротном од смера кретања казаљки на сату. Услед трења, плоча успорава угаоним убрзањем $\alpha = 0{,}133\frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}^2}$. Које време ће апаратура показивати када се диск заустави? Напомена: Апаратура, као и обичан механички сат, не прави разлику између преподневних и поподневних часова. Примера ради, када је 17:27 сат ће показивати 05:27, те решење представити у преподневном запису. На механизму се налазе само сатна и минутна казаљка. **(15 поена)**

2. Дугачки, танки дрвени штапић се креће ка, њему ортогонално постављеној, тестери која на себи има два симетрично постављена сечива (оса ротације тестере паралелна је вектору брзине штапића). Почетна брзина штапића је $u = 1\frac{m}{s}$. Тестера се ротира угаоном брзином ω_0. Сечиву тестере је потребно константно време $\tau = 0{,}05s$ да потпуно пресече штапић и тако начини чачкалицу. Овај процес се наставља све док је дужина чачкалице строго мања од $d = 0{,}75m$. Након засецања штапић се зауставља а сечиву је потребно да се заокрене за 30^o да у потпуности пресече штапић. По завршетку сечења штапић наставља кретање брзином коју је поседовао пре почетка сечења. Након што је начињена прва чачкалица штапић почне убрзавати убрзањем $a = 0{,}2\frac{m}{s^2}$. Механизам заустављања тестере је стопира тренутно, при чему оштри део сечива мора бити прислоњен на штапић, али га не засеца. Радник у тренутку $t_f = 14{,}125s$ од почетка убрзавања штапића нагло зауставља тестеру јер схвата да ће у супротном следећа чачкалица бити тачно дужине d. Колико је начињено чачкалица од почетка убрзавања штапића? **(25 поена)**

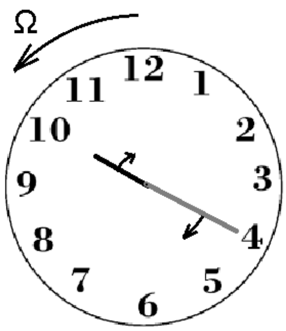
3. Две материјалне тачке се крећу по концентричним кружницама различитих полупречника у смеру кретања казаљки на сату. Једна тачка се налази на кругу полупречника $r_1 = 4\mathsf{cm}$ и креће се константном угаоном брзином $\omega_1 = \frac{\pi}{3}\frac{\mathsf{rad}}{\mathsf{s}}$, док се друга налази на кругу полупречника $r_2 = 3\mathsf{cm}$ и креће из мировања константним угаоним убрзањем α. У почетном тренутку тачке и центар кружница се налазе на истој прави. Ако је 3 секунде након почетка кретања растојање између тачака 5cm, колико времена наког тог тренутка ће растојање између њих поново бити 5cm? **(15 поена)**

4. Брод мирује на површини мора. Из подморнице у води је стигла информација да ће услед кварова на моторима подморница морати да изрони праволинијски константном брзином под углом од 30° у односу на површину воде (у истој вертикално равни са бродом). Са брода је путем радара пуштен први звучни сигнал кроз воду, који се након рефлексије о подморницу до брода вратио за време t_0. По пријему сигнала, брод отпушта други сигнал који детектује након $t_1 = t_0\sqrt{2}$. Брзина звука кроз воду је c. Којом брзином брод треба да почне да се креће након пријема другог сигнала да би се на месту сусрета нашли истовремено? Познато је да су вектори брзине подморнице и првог рефлектованог дела звучног импулса у тренутку првог одбијања од подморнице заклапали прав угао. **(23 поена)**

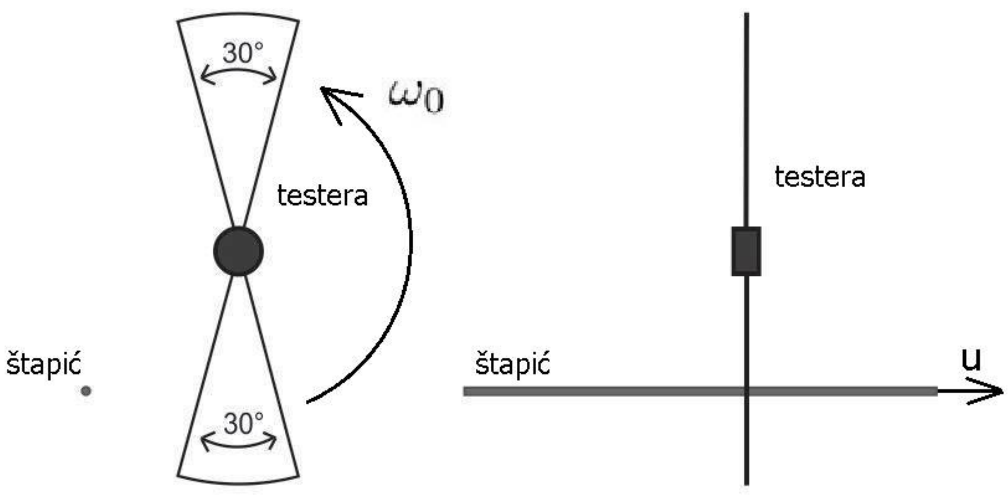
5. Лаза и Маја су одлучили да се тркају од почетка до краја покретних трака дужине $l = 120\mathsf{m}$ које су једна до друге и паралелне, осим што се крећу у супротним смеровима, брзинама од $v_t = 1\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$. Почетак и крај обе покретне траке се поклапају. Маја трчи брзином од $v_m = 7\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$, а Лаза брзином од $v_l = 8\frac{\mathsf{m}}{\mathsf{s}}$. Маја трчи по траци која се креће у смеру у којем се тркају, док Лаза трчи по траци која се креће супротно од смера трке. Сматрати да су на почетку трке обоје на почецима својих трака и да се након тога у истом тренутку почињу кретати својим максималним брзинама. Након што су кренули да трче, у неком тренутку Лаза примети да му је одвезана пертла и тренутно стаје да је завеже, након чега наставља да трчи (сматрати да се одмах након што завеже пертлу почиње кретати својом максималном брзином). Маја се не обазире на ово и наставља да трчи. Колико дуго је Лаза везивао пертлу ако је на циљ стигао $t = 5\mathsf{s}$ након Маје? Да је Маја морала да веже пертлу, а не Лаза, колико би максимално времена могла да посвети везивању пертли да би и даље завршила као победник (сматрати да се и она одмах након везивања пертли почела кретати максималном брзином)? **(22 поена)**

*У бозонској категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд



Слика 1: Слика уз први задатак.



Слика 2: Слика уз други задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

I разред — **РЕШЕЊА – ФЕРМИОНСКА КАТЕГОРИЈА** — **ОПШТИНСКИ НИВО** **20. јануар 2019.**

1. Како је у почетном тренутку било 10 часова и 20 минута, почетни углови казаљки, у односу на посматрача, мерени у односу на позицију броја 12 (у смеру казаљке на сату) су $\Theta_{10} = 310^o$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ за сатовну и $\Theta_{20} = 120^o$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ за минутну казаљку. Угаоне брзине износе $\omega_1 = \frac{360^o}{12*60*60s} = 0{,}008333\frac{o}{s}$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ и $\omega_2 = \frac{360^o}{60*60s} = 0{,}1\frac{o}{s}$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ за сатовну и минутну казаљку респективно. Време протекло до заустављања је $t_{stop} = \frac{\Omega}{\alpha} = 141{,}73s$. $\boxed{\textbf{2п}}$ За то време диск се заротира за угао $\Delta\Theta = \frac{\Omega^2}{2\alpha} = 212{,}04^o$.$\boxed{\textbf{3п}}$ Угаони померај сатовне казаљке за време трајања ротације диска износи $\Theta_1 = \Theta_{10} + \omega_1 t_{stop}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, $\Theta_1 = 311{,}18^o$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$, док у случају минутне казаљке износи $\Theta_2 = \Theta_{20} + \omega_2 t_{stop}$ $\boxed{\textbf{1п}}$, $\Theta_2 = 134{,}17^o$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$. Преласком у систем диска (код кога се углови мере у односу на позицију броја 12, у смеру казаљке на сату) путем $\Theta_1' = \Theta_1 + \Delta\Theta$ $\boxed{\textbf{1п}}$, $\Theta_1' = 163{,}22^o$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ за сатовну и $\Theta_2' = \Theta_2 + \Delta\Theta$ $\boxed{\textbf{1п}}$, $\Theta_2' = 346{,}21^o$ $\boxed{\textbf{0,5п}}$ за минутну казаљку, за решење се добија 05:57$\boxed{\textbf{2п}}$.

2. Како је штапић врло танак, а тестера се треба заротирати за 30° да би просекла кроз њега следи да је угаона брзина тестере $\omega_0 = \frac{\frac{\pi}{6}rad}{\tau} = 10{,}472\frac{rad}{s}$$\boxed{\textbf{2п}}$. Како се тестера састоји од 2 симетрично постављена сечива угао између оштрог краја једног и тупог краја другог сечива износи $\Theta = \pi - \frac{\pi}{6}rad = 2{,}618rad$$\boxed{\textbf{2,5п}}$. Време које је потребно сечиву да пребрише овај угао износи $t = \frac{\Theta}{\omega_0} = 0{,}25s$$\boxed{\textbf{2п}}$. Како је штапић танак, убрзаваће се у константним временским интервалима између 2 сечења, који су ширине t. Како радник зауставља тестеру пре засецања (док је наслоњена на штапић) и познато је да ако то не уради дужина направљене чачкалице ће бити тачно $d = 0{,}75m$ може се одредити брзина штапића у тренутку када је заустављен. Нека је v крајња брзина, а v_1 брзина коју би штапић имао у тренутку направљене чачкалице (дужине d) да радник није закочио тестеру, може се написати $v_1 = v + at$$\boxed{\textbf{4,5п}}$ и $v_1^2 = v^2 + 2ad$$\boxed{\textbf{4,5п}}$ одакле заменом v_1 из прве једначине у другу следи да је $v = \frac{d}{t} - \frac{1}{2}at = 2{,}975\frac{m}{s}$$\boxed{\textbf{2п}}$. Протекло време од почетка убрзавања штапића може се написати као $t_f = t' + N\tau$$\boxed{\textbf{4п}}$ где је t' време потребно штапићу да убрза од u до v без сечења. Ово време се да одредити из $t' = \frac{v-u}{a} = 9{,}875s$$\boxed{\textbf{2,5п}}$, одакле заменом у претходни израз следи $N = 85$$\boxed{\textbf{1п}}$.

3. Како су тачке увек на растојању 3cm и 4cm од заједничког центра кружница, у тренутку када су тачке на међусобном растојању од 5cm, центар кружница и тачке образују правоугли троугао, одакле следи да је угао који заклапају права која пролази кроз центар кружнице и једну тачку и права која пролази кроз центар кружнице и другу тачку 90° $\boxed{\textbf{3п}}$. Како је тада $\omega_1 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{\pi}{2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, следи да је $\alpha = \frac{\pi}{9}\frac{rad}{s^2}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Како је у том тренутку угаона брзина тачке која се креће убрзано $\omega_2 = \frac{\pi}{3} = \omega_1$, она од тог тренутка па надаље има већу угаону брзину од тачке која се креће константном угаоном брзином, тако да мора да пређе πrad више од ње како би се опет нашле на истом растојању $\boxed{\textbf{2п}}$. Дакле, $\omega_2 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2 - \omega_1 t_1 = \pi$ $\boxed{\textbf{3п}}$, одакле је $t = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} = 3\sqrt{2}$s $\boxed{\textbf{3п}}$.

4. Растојање подморнице од брода у тренутку рефлексије првог сигнала износи $l_0 = \frac{1}{2}t_0 c$$\boxed{\textbf{2п}}$. Дубина на којој се подморница налази у том тренутку је $d_0 = \sqrt{\frac{1}{4}c^2t_0^2 - L^2}$$\boxed{\textbf{2,5п}}$. Из везе $L^2 = \frac{5}{36}c^2t_0^2$ следи да је дубина у том тренутку једнака $d_0 = \frac{1}{3}ct_0$$\boxed{\textbf{1п}}$. Растојање подморнице од брода у тренутку рефлексије другог сигнала износи $l_1 = \frac{1}{2}ct_1 = \frac{1}{2}ckt_0$$\boxed{\textbf{2п}}$. Дубина на којој се подморница налази у том тренутку је $d_1 = \sqrt{\frac{1}{4}k^2c^2t_0^2 - L^2}$$\boxed{\textbf{2,5п}}$. Из услова $L^2 = \frac{5}{36}c^2t_0^2$ и $t_1 = t_0 k$ следи да је дубина у том тренутку једнака $d_1 = \frac{1}{6}ct_0\sqrt{9k^2-5}$$\boxed{\textbf{1п}}$. Ако уведемо помоћну променљиву $\alpha = \frac{1}{2}\sqrt{9k^2-5}$, израз за d_1 се може написати као $d_1 = d_0\alpha$. Брзина подморнице износи $u = \frac{d_0 - d_1}{\frac{t_0}{2} + \frac{t_1}{2}}$$\boxed{\textbf{3п}}$, што се након краћег рачуна своди на $u = \frac{2d_0}{(k+1)t_0}(1-\alpha) = \frac{2c(1-\alpha)}{3(k+1)}$$\boxed{\textbf{2п}}$. У тренутку када је брод дознао где се подморница налази, она је била на дубини $D = d_1 - \frac{1}{2}ukt_0$$\boxed{\textbf{3п}}$. Услов истовременог налажења на месту изрона гласи $\frac{L}{v} = \frac{D}{u}$$\boxed{\textbf{2,5п}}$, што за брзину брода даје $v = c\frac{\sqrt{5}}{3}\frac{1-\alpha}{2k\alpha+\alpha-k}$$\boxed{\textbf{3,5п}}$.

5. Како Маја не прави паузу приликом трчања, она је своју траку претрчала за $t_m = \frac{l}{v_t + v_m} = 15$s $\boxed{\textbf{2п}}$. Лаза је, дакле, провео на траци укупно $t_l = t_m + 5\text{s} = 20\text{s}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Док је Лаза везивао пертлу, он је прешао пут $l_1 = v_t t_{st}$ уназад $\boxed{\textbf{4п}}$, где је t_{st} време које је Лаза провео везујући пертлу, тако да је укупан пут који је Лаза морао да претрчи да би стигао до краја траке $l + l_1 = l + v_t t_{st}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Током времена t_{tr} које је провео у трчању, Лаза се кретао брзином $v_l - v_t = 7\frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\boxed{\textbf{2п}}$, одакле следи да је $l + v_t t_{st} = (v_l - v_t)t_{tr}$ $\boxed{\textbf{2п}}$. Како је $t_{st} + t_{tr} = t_l$ добија се да је $l + v_t t_{st} = (v_l - v_t)(t_l - t_{st})$ $\boxed{\textbf{2п}}$ одакле се добија да је $t_{st} = \frac{v_l t_l - v_t t_l - l}{v_l} = 2{,}5$s $\boxed{\textbf{4п}}$.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2018/2019. ГОДИНЕ

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
РЕШЕЊА – БОЗОНСКА КАТЕГОРИЈА

I разред **ОПШТИНСКИ НИВО** **20. јануар 2019.**

1. Како је у почетном тренутку било 10 часова и 20 минута, почетни углови казаљки, у односу на посматрача, мерени у односу на позицију броја 12 (у смеру казаљке на сату) су $\Theta_{10} = 310^o$ **0,5п** за сатовну и $\Theta_{20} = 120^o$ **0,5п** за минутну казаљку. Угаоне брзине износе $\omega_1 = \frac{360^o}{12*60*60s} = 0{,}008333\frac{o}{s}$ **0,5п** и $\omega_2 = \frac{360^o}{60*60s} = 0{,}1\frac{o}{s}$ **0,5п** за сатовну и минутну казаљку респективно. Време протекло до заустављања је $t_{stop} = \frac{\Omega}{\alpha} = 141{,}73s$. **2п** За то време диск се заротира за угао $\Delta\Theta = \frac{\Omega^2}{2\alpha} = 212{,}04^o$. **3п** Угаони померај сатовне казаљке за време трајања ротације диска износи $\Theta_1 = \Theta_{10} + \omega_1 t_{stop}$ **1п**, $\Theta_1 = 311{,}18^o$ **0,5п**, док у случају минутне казаљке износи $\Theta_2 = \Theta_{20} + \omega_2 t_{stop}$ **1п**, $\Theta_2 = 134{,}17^o$ **0,5п**. Преласком у систем диска (код кога се углови мере у односу на позицију броја 12, у смеру казаљке на сату) путем $\Theta_1' = \Theta_1 + \Delta\Theta$ **1п**, $\Theta_1' = 163{,}22^o$ **0,5п** за сатовну и $\Theta_2' = \Theta_2 + \Delta\Theta$ **1п**, $\Theta_2' = 346{,}21^o$ **0,5п** за минутну казаљку, за решење се добија 05:57 **2п**.

2. Како је штапић врло танак, а тестера се треба заротирати за 30° да би просекла кроз њега следи да је угаона брзина тестере $\omega_0 = \frac{\frac{\pi}{6}rad}{\tau} = 10{,}472\frac{rad}{s}$ **2п**. Како се тестера састоји од 2 симетрично постављена сечива угао између оштрог краја једног и тупог краја другог сечива износи $\Theta = \pi - \frac{\pi}{6}rad = 2{,}618rad$ **2,5п**. Време које је потребно сечиву да пребрише овај угао износи $t = \frac{\Theta}{\omega_0} = 0{,}25s$ **2п**. Како је штапић танак, убрзавање се у константним временским интервалима између 2 сечења, који су ширине t. Како радник зауставља тестеру пре засецања (док је наслоњена на штапић) и познато је да ако то не уради дужина направљене чачкалице ће бити тачно $d = 0{,}75m$ може се одредити брзина штапића у тренутку када је заустављен. Нека је v крајња брзина, а v_1 брзина коју би штапић имао у тренутку направљене чачкалице (дужине d) да радник није закочио тестеру, може се написати $v_1 = v + at$ **4,5п** и $v_1^2 = v^2 + 2ad$ **4,5п** одакле заменом v_1 из прве једначине у другу следи да је $v = \frac{d}{t} - \frac{1}{2}at = 2{,}975\frac{m}{s}$ **2п**. Протекло време од почетка убрзавања штапића може се написати као $t_f = t' + N\tau$ **4п** где је t' време потребно штапићу да убрза од u до v без сечења. Ово време се да одредити из $t' = \frac{v-u}{a} = 9{,}875s$ **2,5п**, одакле заменом у претходни израз следи $N = 85$ **1п**.

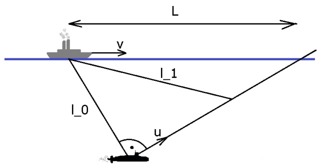
3. Како су тачке увек на растојању 3cm и 4cm од заједничког центра кружница, у тренутку када су тачке на међусобном растојању од 5cm, центар кружница и тачке образују правоугли троугао, одакле следи да је угао који заклапају права која пролази кроз центар кружнице и једну тачку и права која пролази кроз центар кружнице и другу тачку 90° **3п**. Како је тада $\omega_1 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{\pi}{2}$ **2п**, следи да је $\alpha = \frac{\pi}{9}\frac{rad}{s^2}$ **2п**. Како је у том тренутку угаона брзина тачке која се креће убрзано $\omega_2 = \frac{\pi}{3} = \omega_1$, она од тог тренутка па надаље има већу угаону брзину од тачке која се креће константном угаоном брзином, тако да мора да пређе πrad више од ње како би се опет нашле на истом растојању **2п**. Дакле, $\omega_2 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2 - \omega_1 t_1 = \pi$ **3п**, одакле је $t = \sqrt{\frac{2\pi}{\alpha}} = 3\sqrt{2}$s **3п**.

4. Растојање подморнице од брода у тренутку рефлексије првог звучног сигнала о подморницу износи $l_0 = \frac{1}{2}t_0 c$ **2п**. Из услова ортогоналности датог у задатку закључује се да брод, подморница на месту рефлексије првог сигнала и место изрона подморнице чине правоугли троугао. Како је угао између правца кретања подморнице и површине воде 30^o следи да је овај троугао половина једнакостраничног те је место изрона од брода удаљено $L = 2l_0$ **4п**. Растојање подморнице од брода у тренутку рефлексије другог звучног импулса износи $l_1 = \frac{1}{2}t_1 c$ **2п**. Како је $l_1 = \sqrt{2}l_0$ следи да брод, место рефлексије првог и место рефлексије другог сигнала чине једнакокраки, правоугли троугао, те се брзина подморнице може одредити као $u = \frac{l_0}{\frac{t_0}{2}+\frac{t_1}{2}}$ **8п**. У тренутку када је брод дознао где се подморница налази, била је на растојању $D = l_0\frac{\sqrt{3}}{2} - (l_0 + \frac{1}{2}ut_1) = l_0(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{t_1}{t_0+t_1} - 1)$ **3п** од места изрона. Услов да се истовремено нађу на месту изрона гласи $\frac{2l_0}{v} = \frac{D}{u}$ **2п** што у коначном даје $v = \frac{8l_0}{(\sqrt{3}-2)t_0 + (\sqrt{3}-4)t_1}$ **2п**.

5. Како Маја не прави паузу приликом трчања, она је своју траку претрчала за $t_m = \frac{l}{v_t + v_m} = 15$s **2п**. Лаза је, дакле, провео на траци укупно $t_l = t_m + 5\text{s} = 20\text{s}$ **1п**. Док је Лаза везивао пертлу, он је прешао пут $l_1 = v_t t_{st}$ уназад **3п**, где је t_{st} време које је Лаза провео везујући пертлу, тако да је укупан пут који је Лаза морао да претрчи да би стигао до краја траке $l + l_1 = l + v_t t_{st}$ **1п**. Током времена t_{tr} које је провео у трчању, Лаза се кретао брзином $v_l - v_t = 7\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **1п**, одакле следи да је $l + v_t t_{st} = (v_l - v_t)t_{tr}$ **1п**. Како је $t_{st} + t_{tr} = t_l$ добија се да је $l + v_t t_{st} = (v_l - v_t)(t_l - t_{st})$ **2п** одакле се добија да је $t_{st} = \frac{v_l t_l - v_t t_l - l}{v_l} = 2{,}5$s **2п**. Водећи се логиком из првог дела задатка, Лаза ће до краја стазе стићи за $t_l = \frac{l}{v_l - v_t} = 17{,}143$s **2п**, док за Мају важи $l - v_t t_{st} = (v_m + v_t)(t_l - t_{st})$.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке "Винча", Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд

$\boxed{\mathbf{4п}}$ Како је резултат нерешен у случају када је $t_{st} + t_{tr} = t_l$ $\boxed{\mathbf{1п}}$, добија се, на сличан начин као у првом случају, да Маја мора да завеже пертлу за мање од $t_{st} = 2{,}449\mathsf{s}$ $\boxed{\mathbf{2п}}$



Слика 1: Слика уз четврти задатак.

Задатке припремили: *Немања Мадић*, Физички факултет, Београд и *мастер Давид Кнежевић*, Институт за физику, Београд
Рецензент: *др Милутин Степић*, Институт за нуклеарне науке ”Винча”, Београд
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: *др Божидар Николић*, Физички факултет, Београд