

1. Влажан ваздух адијабатски струји око планинског ланца на коме се налазе метеоролошке станице М0 и М3 (у подножју, М0 са леве, а М3 са десне стране планине, на нултој надморској висини), М1 (на доњој граници облака) и М2 (на врху планине). У станицама М0 и М3 измерен је ваздушни притисак $p_0 = 101\text{kPa}$, а у М2 притисак $p_2 = 70\text{kPa}$. У тачки М0 измерена је температура $t_0 = 20^\circ\text{C}$ и густина ваздуха $\rho_0 = 1.189\text{kg/m}^3$. Познато је да се облак формира на притиску од $p_1 = 84.5\text{kPa}$ у тачки М1. При даљем пењању, ваздух достиже врх планине (станицу М2) после времена $t = 1500\text{s}$. У току струјања од М1 до М2 пада $r = 0.45\text{g/kg}$ кише (изражено у грамима кише по килограму ваздуха), из облака чија је површинска густина $m_0 = 300\text{kg/m}^2$. По доласку у М2 облак се подиже вертикално, тј. не креће се даље ка М3.

- Наћи температуру T_1 у М1 (на доњој граници облака).
- На којој висини h_1 се налази доња граница облака, ако густина ваздуха приближно линеарно опада с висином на висинама реда величине висине облака?
- Колико износи температура T_2 измерена на врху (М2), а колико температура T_3 измерена са друге стране планине, у М3?
- Наћи количину падавина у току $T = 3\text{h}$ непрестане кише, ако је концентрација кише константна између М1 и М2. Количина падавина се изражава као висина воденог стуба над површином од 1m^2 , тј. висина до које ће киша испунити суд површине 1m^2 у току времена T .

Атмосфера се може сматрати двоатомским идеалним гасом, чија густина и специфична топлота практично не зависе од концентрације водене паре. Специфична топлота ваздуха у овом интервалу температура је $c_p = 1005\text{J/kg} \cdot \text{K}$, а специфична топлота испаравања воде $\Lambda = 2500\text{kJ/kg}$. Густина воде је $\rho_v = 1000\text{kg/m}^3$, и њена зависност од притиска и температуре може се игнорисати. Гравитационо убрзање Земље је $g = 9.81\text{m/s}^2$.

(20 поена)

2. До које висине се подиже вода у конусној капилари висине H и угла α , ако је квашење потпуно, а коефицијент површинског напона воде γ ? Размотрити случај када је капилара окренута ужим крајем наниже и случај када је окренута навише (слика). Полупречник капиларе на ужем крају износи r_0 . Густина воде је ρ , а гравитационо убрзање g .

(20 поена)

3. Мала Софија проучава систем са два нивоа као на слици испод. Систем се састоји од N неинтерагујућих честица које могу да имају енергију $-\epsilon$ или ϵ зависно да ли се налазе на горњем или доњем нивоу. Помозимо Софији да одреди термодинамичке карактеристике оваквог система.

- Болцманова ентропија оваквог система је одређена као $S_E = k_B \ln \Omega_E$, где је Ω_E број начина на које можемо расподелити N честица у два нивоа, тако да укупна енергија система буде E . Одредити Болцмановцу ентропију S_E у зависности од укупне енергије система E .
- Сада желимо да нађемо израз за температуру система користећи израз за ентропију одређен у претходном кораку. Софија зна да се инверзна температура може изразити као промена ентропије при малој промени енергије система, тј. када једну честицу пребацимо са нивоа енергије ϵ на ниво енергије $-\epsilon$. Ову реченицу можемо математички записати као $\frac{1}{T} = \frac{S_{E+\epsilon} - S_{E-\epsilon}}{2\epsilon}$ (сматрамо да је $\epsilon \ll E$).
- Узмимо сада конкретан систем који се састоји од $N = 1000$ честица и где је $\epsilon = 1\text{eV}$. Одредити температуру система за енергије $E_1 = -200\text{eV}$ и $E_2 = 200\text{eV}$. Чудан резултат за енергију E_2 можемо разумети као последицу чињенице да су честице у побуђеним стањима, тј. да нису у уобичајеном стању термодинамичке равнотеже ($1\text{eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{J}$, $k_B = 8.617 \cdot 10^{-5}\frac{\text{eV}}{\text{K}}$).

(20 поена)

4. Дугачка жица негативног линијског наелектрисања $\lambda = 10^{-5}\frac{\text{C}}{\text{m}}$ окачена је о две нити дужине $l = 10\text{cm}$ и коефицијента линеарног топлотног ширења $\alpha = 1.77 \cdot 10^{-4}\text{K}^{-1}$, на висини $H = 1\text{m}$ од пода. Испод жице се налази опруга коефицијента истегљивости $k = 80\frac{\text{N}}{\text{m}}$ која у неистегнутом стању има дужину $d = 3\text{cm}$. На опругу се постави куглица масе $m = 50\text{g}$ и позитивног наелектрисања $Q = 10^{-5}\text{C}$ при чему долази до мале деформације опруге. Одредити висину куглице пре загревања нити и пошто се нити загреју за $\Delta T = 800\text{K}$. Гравитационо убрзање Земље је $g = 9.81\text{m/s}^2$, а диелектрична константа $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

(20 поена)



II разред

5. У течном хелијуму на довољно ниској температури формира се суперфлуид који се може схватити као квантна течност која тече без отпора и вискозности. Проучићемо прелаз из хелијума 1 (обични) у хелијум 2 (суперфлуидни). У табели су дата мерења тзв. ренормализованог коефицијента термичког ширења α у зависности од температуре T (R. J. Donelli and C. F. Barenghi 1998, J. Phys. Chem. Ref. Data 27, 6, 1217).

T [K]	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.9	2.1	2.3
α [10^{-3}K^{-1}]	171.73	165.04	157.52	150.26	142.12	133.18	124.26	114.03	102.76	90.38	74.89	56.03

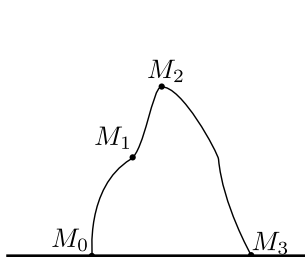
T [K]	2.5	2.7	2.9	3.1	3.3	3.5	3.7	3.9	4.1	4.3	4.5	4.7	4.9
α [10^{-3}K^{-1}]	23.64	43.85	67.49	85.19	100.02	113.06	125.10	135.90	145.87	155.00	164.42	172.96	180.88

Коефицијент термичког ширења у функцији температуре

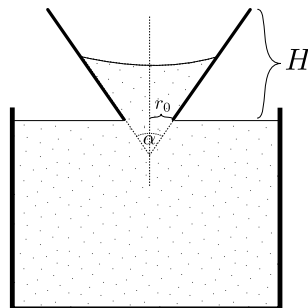
- (а) Познато је да у тачки суперфлуидног фазног прелаза ренормализовани коефицијент термичког ширења достиже минимум, а удаљавањем од критичне тачке (у било ком смеру температурне осе) расте. На основу тога проценити из података у табели критичну температуру T_c , као и вредност коефицијента α_c у критичној тачки.
- (б) Приметимо да је та зависност облика $\alpha - \alpha_c = A_- \cdot |T - T_c|^{\gamma_-}$ за температуре ниже од критичне и $\alpha - \alpha_c = A_+ \cdot |T - T_c|^{\gamma_+}$ за температуре изнад критичне. Овакво понашање је карактеристично за критичне појаве, тј. фазне прелазе другог реда. Одредити приближно експоненте γ_+ и γ_- .

(20 поена)

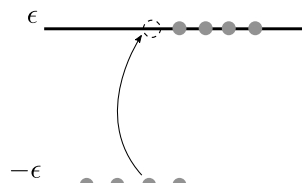
Математички подсетник Природни логаритам $\ln x$ је дефинисан на следећи начин: $\ln x = a$ ако и само ако је $e^a = x$, где је $e = 2.7172\dots$ тзв. Ојлерова константа, основа природног логаритма. За логаритам производа важи $\ln xy = \ln x + \ln y$, а за логаритам количника $\ln x/y = \ln x - \ln y$, где су x и y позитивни реални бројеви. За логаритам степена важи $\ln x^a = a \cdot \ln x$.



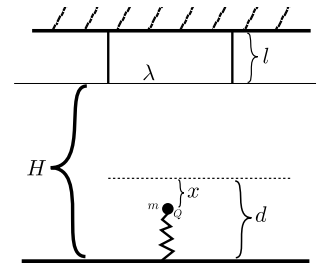
Слика уз 1. задатак



Слика уз 2. задатак



Слика уз 3. задатак



Слика уз 4. задатак