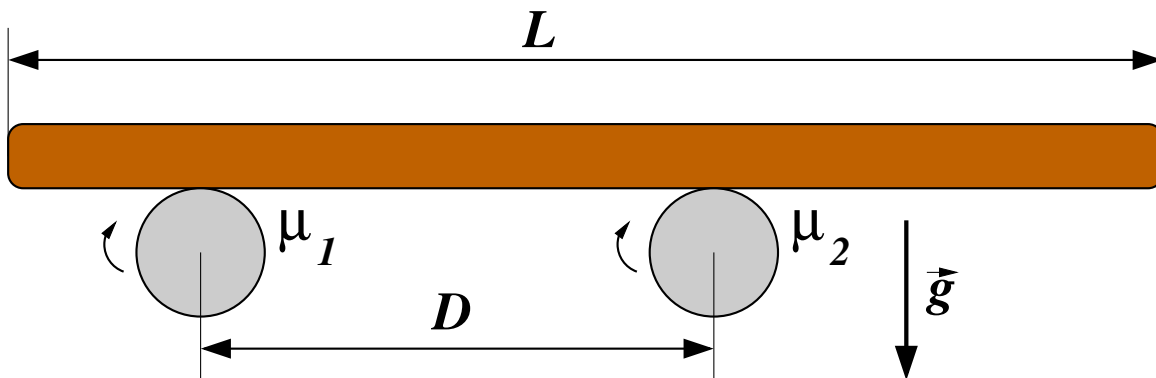


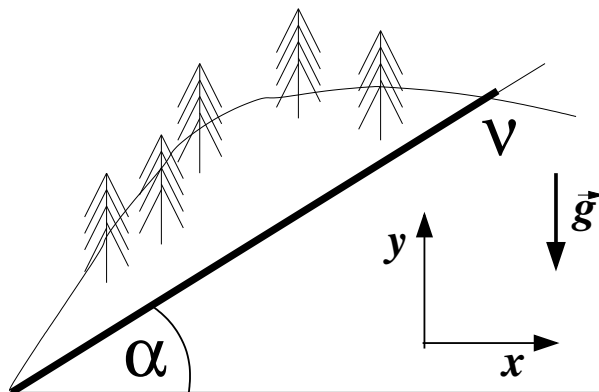
1. Хомоген балван дужине L се креће у хоризонталној равни и нормално на два једнака и паралелна ваљка. Изглед система нормално на осе ваљака је приказан на слици. Растојање између центара ваљака је D . Ваљци се окрећу око својих оса без транслација. Балван проклизава по површинама оба ваљка. Смер ротације сваког од ваљака може бити у смеру казаљке на сату, $s = 1$, или супротном од казаљке на сату, $s = -1$. Смерови приказани на слици илуструју случај $s_1 = s_2 = 1$. Коefицијенти трења између ваљака и балвана су μ_1 и μ_2 . Под којим условима за величине $\mu_{1,2}$, L , D и $s_{1,2}$ балван може бити у равнотежи? Одредите равнотежни положај балвана. Када је та равнотежа стабилна? Ако положај стабилне равнотеже постоји, колика је угаона фреквенца малих осцилација око њега? Убрзање Земљине теже је g . (20 поена)



Слика уз задатак 1.

2. Одрони земље, клизишта и остала померања тла су опасност за људе и објекте. Недавно се у Грделици одронио део брда и уништио део заштитног бедема пута. У овом задатку испитаћете како нестабилан терен и земљотреси могу изазвати одрон. Користићемо модел у коме нестабилност тла потиче од слоја клизавог материјала, који се простире кроз брдо. Слој је у облику равни по којој део брда изнад ње може проклизати. Ова раван је нагнута под углом $\alpha = 20^\circ$ у односу на хоризонталну раван, као на приложеној слици. Слика приказује пројекцију брда на раван $x - y$, где је вертикала дуж y осе. Клизава раван изгледа као дебела линија, пошто је паралелна оси z која је нормална на цртеж. Јасно је да би део брда изнад равни проклизао када би раван била идеално клизава, али се то не дешава због статичког трења са коefицијентом ν .

Током земљотреса, цело брдо са обе стране слоја и сам слој осцилују приближно хармонијски. У једном типу земљотреса кретање је у хоризонталној равни, у смеру x осе на приложеној слици. У другом типу, осцилације су вертикалне, смер y осе на слици. Да ли овакви земљотреси могу померити део брда изнад клизавог слоја? Колики је минимални коefицијент статичког трења ν_c који спречава померање? Амплитуда кретања у земљотресу је $A = 0,010 \text{ m}$, а период је $T = 1,0 \text{ s}$. За убрзање Земљине теже користите $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (20 поена)



Слика уз задатак 2.



3. Електрично поље равног електромагнетног таласа осцилује у равни нормалној на правац простирања. Начин осциловања поља у овој равни одређује поларизацију таласа. На пример, када је поље увек усмерено у истом правцу кажемо да је електромагнетни талас линеарно поларисан. По аналогији, када вектор електричног поља у равни нормалној на правац простирања описује кружницу или елипсу, поларизација је кружна или елиптична. Кружно поларисан талас може бити лево (L) или десно (R) поларисан. Електрично поље L-таласа који се простире дуж z осе је дато компонентама $E_{1x} = E_{10} \cos(k_1 z - \omega_1 t + \phi_1)$ и $E_{1y} = -E_{10} \sin(k_1 z - \omega_1 t + \phi_1)$, док је електрично поље R-таласа $E_{2x} = E_{20} \cos(k_2 z - \omega_2 t + \phi_2)$ и $E_{2y} = E_{20} \sin(k_2 z - \omega_2 t + \phi_2)$. Увели смо ознаке $E_{1(2)0}$, $k_{1(2)}$, $\omega_{1(2)}$, $\phi_{1(2)}$ за амплитуду електричног поља, интензитет таласног вектора, угаону фреквенцу и фазу лево (десно) кружно поларисаног таласа 1(2).

- Покажите да вектор електричног поља десног кружно поларисаног (R) таласа за константно z описује кружницу у равни нормалној на правац простирања и да се по тој кружници креће у негативном смеру, као казаљка на сату. Слично, покажите да поље левог кружно поларисаног (L) таласа обилази кружницу у супротном смеру.
- Одредите криву коју описује вектор електричног поља за фиксно z , као у делу (а) у случају суперпозиције два кружно поларисана таласа. Један талас је лево а други десно кружно поларисан. Амплитуде таласа су различите, а угаоне фреквенце и фазе једнаке.
- Одредите криву коју описује вектор електричног поља за фиксно z , као у делу (а) у случају суперпозиције два кружно поларисана таласа. Један талас је лево а други десно кружно поларисан. Амплитуде и угаоне фреквенце таласа су једнаке, а фазе су различите.

Помоћ: $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$, $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$. (20 поена)

4. У овом задатку испитаћете да ли постоји релација неодређености за класични осцилатор. Неодређеност величине $a(t)$ се мери разликом средње вредности њеног квадрата и квадрата њене средње вредности, $\sigma_a = \sqrt{\langle a(t)^2 \rangle - \langle a(t) \rangle^2}$, где симбол $\langle \cdot \rangle$ означава средњу вредност током једног периода осциловања. Осцилатор масе m се креће по закону $x(t) = x_0 + A \cos(\omega t + \varphi)$, где су равнотежни положај x_0 , амплитуда A , угаона фреквенца ω и фаза φ осцилатора познате величине. Пронађите неодређеност координате, σ_x , и неодређеност импулса, σ_p , током овог кретања. Колики је производ класичних неодређености које сте израчунали? Упоредите ваш класични резултат са квантним. У квантном случају, производ неодређености положаја, $\sigma_{x,q}$, и неодређености импулса, $\sigma_{p,q}$, већи је или једнак константи: $\sigma_{x,q} \cdot \sigma_{p,q} \geq \frac{\hbar}{2}$. Помоћ: $\langle \alpha \cdot a(t) + \beta \cdot b(t) \rangle = \alpha \langle a(t) \rangle + \beta \langle b(t) \rangle$ и $\langle \cos(\omega t + \varphi) \rangle = \langle \sin(\omega t + \varphi) \rangle = 0$, док је средња вредност константе сама константа $\langle \alpha \rangle = \alpha$. (20 поена)



5. Над небом јужне Србије је 2010. године примећен болид, метеор изразитог сјаја. Током проласка кроз ниже слојеве атмосфере болид се распрнуо уз гласан прасак. Ударни талас тог праска забележило је више сеизмолошких станица. Уз друге заљубљенике у астрономију Игор покушава да пронађе метеорит, остатак болида који је пао на Земљу. Подаци о координатама станица, процењеним растојањима до места пада и њиховим неодређеностима налазе се у приложеној табели. Помозите Игору.

- (а) Приложена мапа терена издељена је у 'секторе' - квадратне области димензија $20\text{km} \times 20\text{km}$. Одредите координате центра сектора у коме се метеорит највероватније налази. На мапи су уцртане локације станица, као и кружнице радијуса највероватнијег растојања R_i од i -те станице. У овом делу није неопходно било шта рачунати, на скали од 20km одговор се сам намеће.
- (б) Да су мерења сеизмолошких станица идеална, метеорит би био у тачки (x', y') која истовремено задовољава све три једначине кружница $R_i^2 = (x' - x'_i)^2 + (y' - y'_i)^2$, где су (x'_i, y'_i) координате i -те станице са мапе, а R_i процењено растојање до ње. Нажалост, мерења нису идеална, па се кружнице не секу. Игору је потребна највероватнија тачка пада од које би почео потрагу. Поставите нови координатни почетак у центар сектора највероватнијег пада. Распишите израз за R_i у функцији нових координата пада x, y , њихових квадрата x^2, y^2 и слободног члана, те га упростите. Сведите израз на линеарну једначину по x и y уз образложење зашто изабрана апроксимација важи.
- (в) Добијени систем 3 једначине са 2 непознате није сагласан. Потражите његово приближно решење следећи поступак описан у наставку задатка. Решавамо систем једначина $a_i x + b_i y = c_i$, где су непознате x и y , а коефицијенти a_i, b_i и c_i су резултати мерења познати са неким грешкама. Пошто једначине чији су коефицијенти боље познати прецизније говоре где се налази решење, свакој од једначина доделите тежину $w_i = \frac{1}{(2R_i \Delta R_i)^2}$. Приближно решење задовољава следећи систем једначина: $Ax + By = C$ и $Dx + Ey = F$, где су $A = \sum_{i=1}^3 a_i^2 w_i$, $E = \sum_{i=1}^3 b_i^2 w_i$, $B = D = \sum_{i=1}^3 a_i b_i w_i$, $C = \sum_{i=1}^3 a_i c_i w_i$ и $F = \sum_{i=1}^3 b_i c_i w_i$. Решите овај систем и пронађите координате пада (x, y) .
- (г) Пронађено решење уцртајте на мапу (тачка P), те дуж праваца $S_i P$ на основу ΔR_i уцртајте интервал у коме треба тражити метеорит. Ако нисте решили део (в), узмите да су највероватније координате пада $(x, y) = (-8\text{km}, -9\text{km})$ од центра највероватнијег сектора пада. Коначно, уцртајте на мапу шестоугаону област у којој треба трагати за метеоритом.

Станица	x [km]	y [km]	R [km]	ΔR [km]
S_1	36,21	-14,42	71	8
S_2	-44,77	131,31	136	12
S_3	189,32	122,5	133	10

(20 поена)

Напомена: Образложите своја решења и дефинишите ознаке које користите у њима.