



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ**



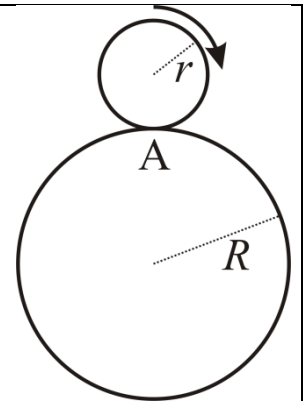
ІРАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког
развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ- фермионска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
25-26.03.2017.

1. Велики ваљак полупречника $R = 0,6m$ мирује, а по њему се без клизања котрља мали ваљак полупречника $r = 0,025m$ (видети слику 1). У почетном тренутку $t_0 = 0$ мали и велики ваљак се налазе у положају као на слици, додирују се у тачки А. За време $t = 3s$ од почетног тренутка мањи ваљак направи $n = 4$ обртаја око своје осе.

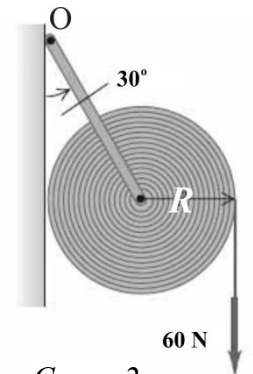
- Колики је пређени пут центра мањег ваљка s од почетка кретања до t ? [8п]
- Наћи средњу вредност интензитета брзине $\langle v \rangle$ центра мањег ваљка за временски интервал од t_0 до t . [4п]
- Колики је интензитет вектора средње брзине $|\langle \vec{v} \rangle|$ центра мањег ваљка за временски интервал од t_0 до t ? [8п]



Слика 1.

2. Масивна ролна папира масе $M=16kg$ и радијуса $R=18cm$ намотана је на шипку, постављену хоризонтално кроз држач и ролна се ослања на зид као на слици 2. Шипка може да ротира око своје осе без трења, а између ње и папира као и између слојева папира нема проклизавања тј. заједно ротирају. Момент инерције ролне заједно са шипком око осе ротације је $I=0,260 kgm^2$. Други крај држача је причвршћен за зид у тачки О и око ње ротира без трења, а угао између држача и зида је 30° . Маса држача и шипке су мале (занемарују се). Коефицијент трења између зида и папира је $\mu=0,25$. У почетном тренутку на крај папира почне да делује сила $F=60N$, вертикално наниже, која одмотава папир. Колики је интензитет угаоног убрзања ролне у том тренутку (када почне да делује сила)? Радијус ролне, њен момент инерције са шипком као и угао између држача и зида дати су у почетном тренутку ($g=9,81m/s^2$).

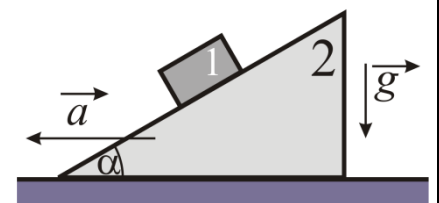
[20п]



Слика 2.

3. Тело 1 се налази на призми 2 која се под дејством спољашње силе креће улево, равномерно убрзано по хоризонталној подлози убрзањем a (слика 3). За које вредности убрзања a (у ком интервалу вредности убрзања призме) се тело 1 неће кретати у односу на призму? Нагибни угао призме је $\alpha = 30^\circ$, а коефицијент трења између призме и тела је $\mu = 0,1$ ($g=9,81m/s^2$).

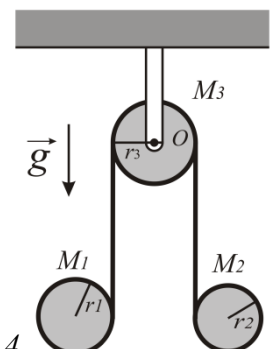
[20п]



Слика 3.

4. На хомогене котурове M_1 и M_2 маса m_1 , m_2 и радијуса r_1 , r_2 редом намотана је неистегљива безмасена нит, пребачена преко котура M_3 масе m_3 и радијуса r_3 (видети слику 4). Котур M_3 без трења ротира око осе О (оса симетрије M_3). Момент инерције сваког котура око осе симетрије се рачуна по формули $mr^2/2$. Током кретања нит не проклизава преко котурова, све време је вертикална од M_3 до M_1 као и од M_3 до M_2 , то јесте M_1 и M_2 се крећу праволинијски. Наћи угаоно убрзање α_3 котура M_3 као и интензитета транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем. Центри котурова M_1 и M_2 односу на непокретни систем се крећу на доле.

[20п]



Слика 4.

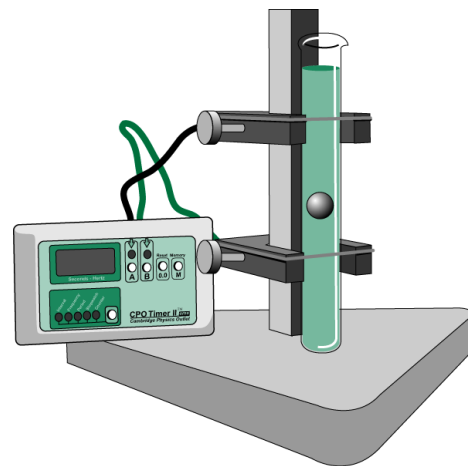


5. Вискозност

Познато је да се при протицању течности кроз цев сви делови течности не крећу истом брзином. Највећу брзину имају делови течности дуж осе цеви, а најмању делови уз зидове цеви. Течност се кроз цев не креће као целина, већ у слојевима који клизе један по другоме различитим брзинама. Ова појава се дешава и при кретању равне даске, танкера или сплава по мирном језеру. Када се тело покрене и вода почиње да се креће, али не као целина, већ по деловима (слојевима) који имају различите брзине. Брзина слојева течности опада повећањем растојања од пловног објекта. У течностима се јављају силе које се супротстављају кретању тела кроз течности. Набројане чињенице и појаве објашњавају се као последица постојања силе унутрашњег трења у течностима, **вискозности**. Сила вискозности, или Стоксова сила, успорава кретање тела кроз течност, тј делује супротно смеру кретања тела. За куглицу која се креће кроз течност, у посуди чије су димензије много веће од радијуса кулице, интензитет Стоксове силе се рачуна по формули $F_S = 6\pi r v \eta$, где је r полупречник куглице, v брзина куглице, а η коефицијент вискозности дате течности.

Циљ постављеног експеримента је да се одреди коефицијент вискозности глицерина. У ту сврху је пуштена да пада оловна куглица полупречника $r=(0,20\pm 0,01)\text{cm}$ густине $\rho_o=(11340\pm 10)\text{kg/m}^3$ кроз посуду са глицерином (чија је ширина много већа од радијуса куглице). Услед деловања Стоксове силе куглица врло брзо стигне у режим у ком се креће константном брзином. На посуди са глицерином су постављени сензори на растојању s који мере време t за које куглица пређе растојање s између сензора. Мерење времена почиње када први сензор детектује куглицу и завршава се када то исто уради и други (слика). За сваку дужину пређеног пута s време се мери три пута. Тачност сензора помоћу којих се мери време је $0,01\text{s}$. Резултати мерења су дати у табели. Апсолутна грешка мерења дужине је $\Delta s=0,1\text{cm}$. Куглица се пушта са довољно велике висине тако да се између сензора креће константном брзином. Густина глицерина је $\rho_g=(1260\pm 10)\text{kg/m}^3$, убрзање Земљине теже $g=9,808\text{m/s}^2$ (дато без грешке). Јединица за коефицијент вискозности је $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ($\text{Pa} \cdot \text{s} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{s}$).

Напомена: На свако тело које се налази у флуиду густине ρ делује сила потиска навише (супротно од смера деловања гравитационе силе), која је по интензитету једнака $F_p = \rho V g$, где је V запремина тела уроњеног у флуид. Сви параметри који утичу на вредност вискозности се не мењају тако да је и вредност коефицијента вискозности све време мерења константна.



$s [\text{cm}]$	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0	28,0
$t_1 [\text{s}]$	1,33	2,01	2,67	3,31	4,00	4,68
$t_2 [\text{s}]$	1,35	2,02	2,66	3,31	3,99	4,68
$t_3 [\text{s}]$	1,33	2,01	2,67	3,33	4,01	4,66

[20п]

Задатке припремили:

др Петар Мали, ПМФ, Нови Сад,
Светислав Мијатовић, Физички факултет, Београд

Рецензент: Зоран П. Поповић,
Физички факултет, Београд

Председник Државне комисије за такмичења ученика средњих школа из физике:

Доц. др Божидар Николић,
Физички факултет, Београд



ПРАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког
развоја Републике Србије

ДРЖАВНИ НИВО
25-26.03.2017.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА- фермионска категорија

P1.. а) Уколико мањи ваљак направи n обртаја то значи да је по већем прешао пут $n2r\pi$, а то значи да је угао који је описао центар мањег ваљка једнак $\theta = \frac{n2r\pi}{2R\pi} 360^\circ = 60^\circ$ [4п]. Тада је пут који пређе центар ваљка једнак $s = \frac{\theta}{360^\circ} 2(r+R)\pi = \frac{n2r\pi}{2R\pi} 2(r+R)\pi = \frac{nr}{R} 2(r+R)\pi$ [3п], $s = 0,65m$ [1п].

б) По дефиницији је $\langle v \rangle = \frac{s}{t-t_0}$, $\langle v \rangle = 0,22m/s$ [4п].

в) $\langle \vec{v} \rangle$ је по дефиницији једнако $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t - t_0}$ [2п]. Ако поставимо координатни почетак у центру већег ваљка (видети слику 1P) и сматрамо да се мањи креће у позитивном смеру x осе важи да је $\vec{r}_2 = (r+R)\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x + (r+R)\frac{1}{2}\vec{e}_y$ [2п], односно $\vec{r}_1 = (r+R)\vec{e}_y$

[2п] и тада је $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t} = \frac{(r+R)\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x - (r+R)\frac{1}{2}\vec{e}_y}{t}$ [1п], па је интензитет једнак $|\langle \vec{v} \rangle| = \frac{r+R}{t}$, $|\langle \vec{v} \rangle| = 0,21m/s$ [1п].

P2. Из услова да нема транслаторног кретања ролне папира добију се једначине $x: \frac{T}{2} - N = 0$ [2п], $y: T\frac{\sqrt{3}}{2} - Mg - F - F_{tr} = 0$ [2п]. Сила трења на папир делује надоле, тако да спречава његово одмотавање $F_{tr} = N\mu = \frac{\mu T}{2}$ [2п] (видети слику 2P).

Из претходних једначина добију се изрази редом за затезање у држачу и силе трења $T = \frac{Mg+F}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \mu}$ [3п], $F_{tr} = \frac{\mu(Mg+F)}{\sqrt{3}-\mu}$ [3п]. Једначина ротационог кретања система ролна папира- шипка је $(F - F_{tr})R = I\alpha$ [3п]. Решавањем система једначина добија се коначна формула за интензитет угаоног убрзања $\alpha = \frac{R(\sqrt{3}F - 2\mu F - Mg\mu)}{I(\sqrt{3}-\mu)}$ [4п], а одавде се израчуна

нумеричка вредност $\alpha = 16,2 \frac{rad}{s^2}$ [1п].

P3. Силе које делују на тело када се призма креће минималним убрзањем тако да се тело не креће низ призму илустроване су на слици (систем је посматран у неинерцијалном систему везаном за призму слика 1a). Тада важи $\frac{mg}{2} = F_{in}\frac{\sqrt{3}}{2} + F_{tr}$ за кретање дуж равни призме [2п], а нормално на раван је

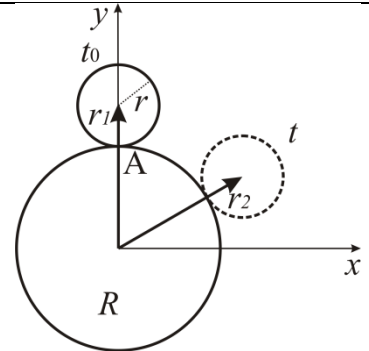
испуњено $N = mg\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{F_{in}}{2}$ [2п], где је $F_{in} = ma$ [1п]. Пошто се тражи да тело мирује у односу на призму следи да је трење статичко, односно да је $F_{tr} \leq \mu N$ [1п]. Из овога се добија $\frac{mg}{2} - ma\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \mu(mg\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{ma}{2})$ [2п], тј $a \geq g\frac{\frac{1}{2}-\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\mu}{2}+\sqrt{3}/2}$ [1п].

Тражи се минимално убрзање и оно је једнако $a_{min} = g\frac{\frac{1}{2}-\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\mu}{2}+\sqrt{3}/2} = 4,43 \frac{m}{s^2}$ [1п].

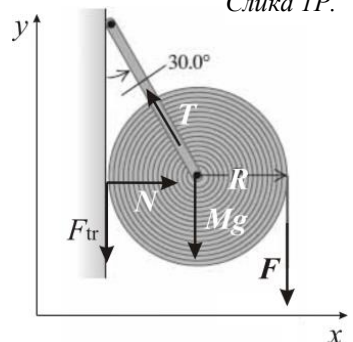
За максимално убрзање при ком не долази до кретања тела 1 уз призму силе су усмерене као на слици 1б. Једначине кретања тела 1 у том случају су: $\frac{mg}{2} = F_{in}\frac{\sqrt{3}}{2} - F_{tr}$ [2п], односно $N = mg\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{F_{in}}{2}$

[2п]. Комбинујући дате једначине и услов $F_{tr} \leq \mu N$ [1п], добија се $ma\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{mg}{2} \leq \mu(mg\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{ma}{2})$ [2п], односно $a \leq g\frac{\frac{1}{2}+\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\mu}{2}-\sqrt{3}/2}$ [1п]. Максимално убрзање је $a_{max} =$

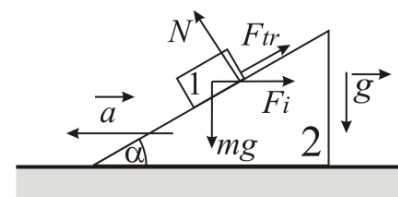
$g\frac{\frac{1}{2}+\mu\sqrt{3}/2}{\frac{\mu}{2}-\sqrt{3}/2} = 7,05 \frac{m}{s^2}$ [1п]. Ако је интензитет убрзања призме у интервалу између 4,43 и 7,05m/s² тело 1 се неће кретати у односу на призму [1п].



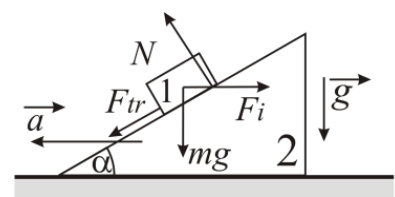
Слика 1P.



Слика 2P.



Слика 1a.



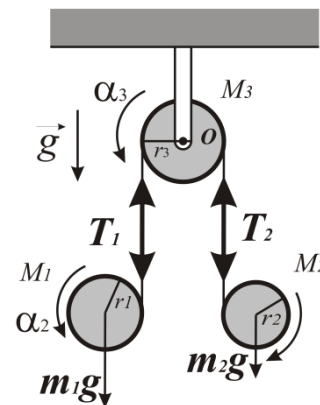
Слика 1б.



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ



P4. Једначина транслаторног и ротационог кретања за први котур је $m_1 a_1 = m_1 g - T_1$ [2п], $T_1 r_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \alpha_1$ [2п] а за други котур $m_2 a_2 = m_2 g - T_2$ [2п], $T_2 r_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \alpha_2$ [2п]. Динамика ротације трећег котура M_3 је описана једначином $(T_1 - T_2) r_3 = \frac{1}{2} m_3 r_3^2 \alpha_3$ [2п], а једначине које повезују транслаторана убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем, њихова угаона убрзања и угаоно убрзање котура M_3 су $r_1 \alpha_1 + r_3 \alpha_3 = a_1$ [1п], $r_2 \alpha_2 - r_3 \alpha_3 = a_2$ [1п]. Елиминацијом сила затезања неистегљиве и безмасене нити добију се једначине $r_1 \alpha_1 + r_3 \alpha_3 = g - \frac{r_1 \alpha_1}{2}$, $r_2 \alpha_2 - r_3 \alpha_3 = g - \frac{r_2 \alpha_2}{2}$, $m_1 r_1 \alpha_1 - m_2 r_2 \alpha_2 = m_3 r_3 \alpha_3$ [2п]. Решавањем овог система једначина добије се угаоно убрзање котура M_3 као $\alpha_3 = \frac{g(m_1 - m_2)}{r_3(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [2п]. Из претходних једначина могу се добити следеће везе $\alpha_1 r_1 = \frac{2}{3} g \frac{(2m_2 + \frac{3}{2} m_3)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п], $\alpha_2 r_2 = \frac{2}{3} g \frac{(2m_1 + \frac{3}{2} m_3)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п], које се могу искористити за налажење транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 редом $a_1 = g \frac{(m_1 + m_3 + \frac{1}{3} m_2)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п], $a_2 = g \frac{(m_2 + m_3 + \frac{1}{3} m_1)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п].



P5. Силе које делују на тело су: сила потиска навише, Стоксова сила навише и гравитациона сила наниже. Речено је да се током мерења времена тело креће у режиму константне брзине, што значи да је векторски збир сила нула, односно:

$$mg = F_s + F_p \text{ [0,5п],}$$

односно

$$\rho_0 \frac{4}{3} r^3 \pi g = 6\pi r v \eta + \rho_g \frac{4}{3} r^3 \pi g \text{ [0,5п].}$$

При константном кретању је

$$v = \frac{s}{t},$$

одакле добијамо:

$$t = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_0 - \rho_g)} s \text{ [0,5п].}$$

Овде видимо да је зависност $t = f(s)$ линеарна, са коефицијентом правца праве

$$k = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_0 - \rho_g)} \text{ [0,5п].}$$

Одатле се може наћи коефицијент вискозности преко формуле

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho_0 - \rho_g)k}{9} \text{ [0,5п].}$$

Мерени и обрађени подаци су дати у табели (грешка за мерење дужине је свуда иста $\Delta s = 0,1$ cm, тако да није писана у табели, а грешка за време се рачуна као веће од тачности инструмента и максималног одступања средње вредности од појединачних мерења):

N^0	$s[\text{cm}]$	$t_i[\text{s}]$	$t = t_{\text{sr}}[\text{s}]$	$\Delta t[\text{s}]$
1	8	1,33	1,3367	0,0133
		1,35		0,02
		1,33		
2	12	2,01	2,0133	0,01
		2,02		
		2,01		
3	16	2,67	2,6667	0,01
		2,66		
		2,67		
4	20	3,31	3,3167	0,0133
		3,31		0,02
		3,33		
5	24	4,00	4,0000	0,01
		3,99		
		4,01		
6	28	4,68	4,6733	0,0133
		4,68		0,02
		4,66		

[Свака колона у табели по 1п=2п]

Помоћу података из табеле се црта график $t = f(s)$, уцрта права која најбоље одговара подацима, и са ње се (у циљу одређивања коефицијента правца) бирају две тачке, на пример: тачка $A(10\text{cm}; 1,7\text{s})$ између прве и друге



ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ



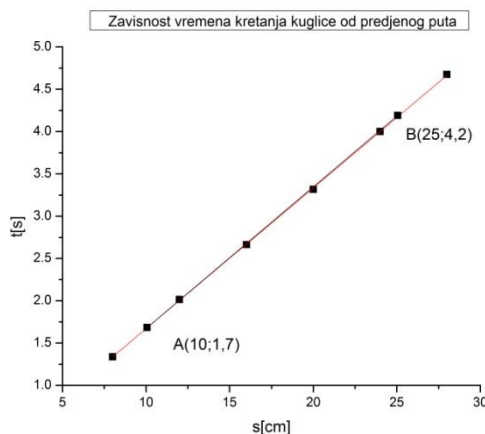
експерименталне тачке, и тачка $B(25\text{cm}; 4,2\text{s})$ између предпоследње и последње експерименталне тачке; ове две тачке се бирају унутар опсега података тако да се њихове координате што тачније читавају и да растојање између тачака буде што веће (да би грешка коефицијента правца била што мања) [1п].

Са предложеним избором налазимо да је коефицијент правца праве

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 0,166667 \frac{\text{s}}{\text{cm}} = 16,6667 \frac{\text{s}}{\text{m}},$$

одакле је коефицијент вискозности

$$\eta = 1,46466 \text{ Pa} \cdot \text{s} \text{ [1п]}.$$



[График 5п]

Грешку за коефицијент правца израчунавамо по формули

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{|x_B - x_A|} + \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{|y_B - y_A|} \text{ [1п]},$$

где се грешке за тачке које су очитане са графика процењују тако што бирамо већу од грешака експерименталних тачака између којих се налазе. Тако, налазимо да је $\Delta x_A = \Delta x_B = 0,1 \text{ cm}$ [0,5п], $\Delta y_A = \Delta y_B = 0,02 \text{ s}$ [0,5п], на основу чега је $\Delta k = 0,5 \frac{\text{s}}{\text{m}}$ [1п], односно

$$k = (16,7 \pm 0,5) \frac{\text{s}}{\text{m}} \text{ [1п]}.$$

Даље је потребно срачунати грешку за коефицијент вискозности, помоћу правила за релативну грешку производа и количника, односно апсолутну грешку збира и разлике, као

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{\Delta \rho_o + \Delta \rho_g}{|\rho_o - \rho_g|} + \frac{\Delta k}{k} + \frac{2\Delta r}{r} \text{ [2п]}.$$

Из података задатка закључује се да је $\Delta g = 0$, $\Delta \rho_o = \Delta \rho_g = 10 \text{ kg/m}^3$, $\Delta r = 0,01 \text{ cm}$, односно после замене бројних вредности је $\Delta \eta = 0,19233 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ [1п]. Укупно:

$$\eta = (1,5 \pm 0,2) \text{ Pa} \cdot \text{s} \text{ [1п]}.$$



ПРАЗРЕД

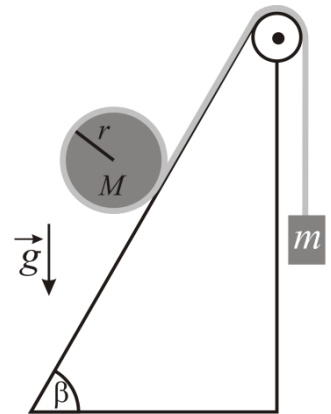
Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког
развоја Републике Србије
ЗАДАЦИ- бозонска категорија

ДРЖАВНИ НИВО
25-26.03.2017.

1. Два права пута секу се под правим углом. По једном од њих се креће камион брзином $v_1=54 \text{ km/h}$, а по другом аутомобил брзином $v_2=90 \text{ km/h}$. У почетном тренутку оба возила се налазе на удаљености $s=400 \text{ m}$ од раскрснице, при чему се оба крећу ка раскрсници. После колико времена од почетног тренутка ће растојање између камиона и аутомобила бити најмање? Аутомобил и камион се све време крећу равномерно праволинијски.

[20п]

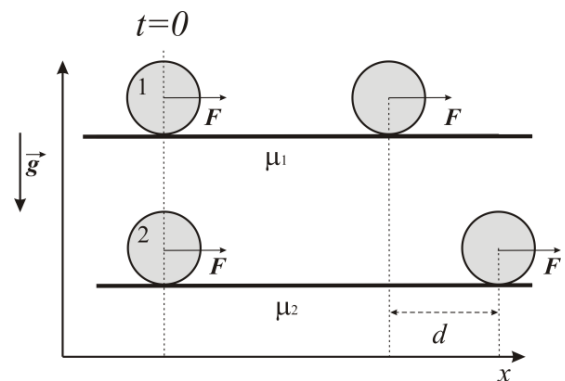
2. Око хомогеног цилиндра масе M , радијуса r и момента инерције I око осе ротације (центра цилиндра), намотана је флексибилна, неистегљива трака занемерљиве дебљине и масе. Цилиндар са траком је постављен на идеално глатку, непокретну стрму раван нагибног угла $\beta=60^\circ$, а трака је пребачена преко лаког (идеалног) котура који ротира без трења око своје осе, и на њен крај је окачен тег масе m као на слици 1. Између траке и цилиндра као и између траке и котура нема проклизавања, док се трака по стрмој равни клиза без трења. Ако се тела крећу праволинијски тако да тег убрзава нагоре а цилиндар низ стрму раван, наћи убрзање цилиндра у односу на непокретни систем, његово угаоно убрзање и убрзање тег.



Слика 1.

[20п]

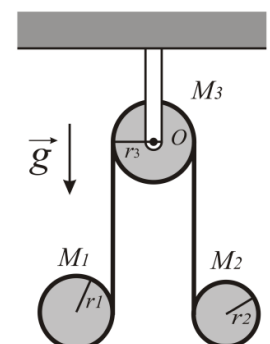
3. Два идентична хомогена ваљка маса $m_1=m_2=m=1\text{kg}$ мирују на паралелним хоризонталним равнима од различитих материјала. У почетном тренутку ($t=0$) x координате центара (оса ротације) оба ваљка су исте (видети слику 2). На центре оба ваљка у истом тренутку почну да делују силе истих интензитета $F=5\text{N}$ у позитивном смеру x осе као на слици. Коефицијент трења између ваљка 1 и равни је $\mu_1=1/3$, а ваљка 2 и равни је $\mu_2=1/9$. Колике ће бити брзине центара ваљака у тренутку када је разлика њихових x координата $d=1\text{m}$. Осе ваљака (осе ротације) су све време паралелне ($g=9,81 \text{ m/s}^2$).



Слика 2.

[20п]

4. На хомогене котурове M_1 и M_2 маса m_1, m_2 и радијуса r_1, r_2 редом намотана је неистегљива безмасена нит, пребачена преко котура M_3 масе m_3 и радијуса r_3 (видети слику 3). Котур M_3 без трења ротира око осе O (оса симетрије M_3). Момент инерције сваког котура око осе симетрије се рачуна по формули $mr^2/2$. Током кретања нит не проклизава преко котурова, све време је вертикална од M_3 до M_1 као и од M_3 до M_2 , то јесте M_1 и M_2 се крећу праволинијски. Наћи угаоно убрзање α_3 котура M_3 као и интензитета транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем. Центри котурова M_1 и M_2 односу на непокретни систем се крећу надоле.



Слика 3.

[20п]

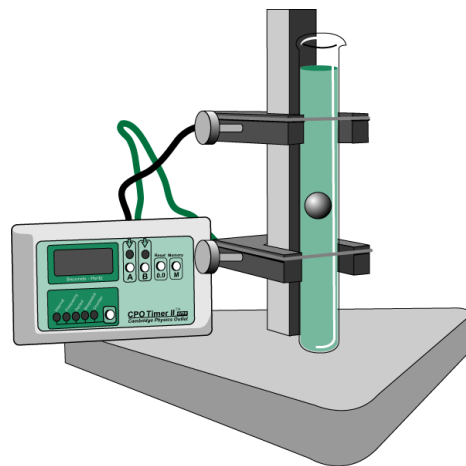


5. Вискозност

Познато је да се при протицању течности кроз цев сви делови течности не крећу истом брзином. Највећу брзину имају делови течности дуж осе цеви, а најмању делови уз зидове цеви. Течност се кроз цев не креће као целина, већ у слојевима који клизе један по другоме различитим брзинама. Ова појава се дешава и при кретању равне даске, танкера или сплава по мирном језеру. Када се тело покрене и вода почиње да се креће, али не као целина, већ по деловима (слојевима) који имају различите брзине. Брзина слојева течности опада повећањем растојања од пловног објекта. У течностима се јављају силе које се супротстављају кретању тела кроз течности. Набројане чињенице и појаве објашњавају се као последица постојања силе унутрашњег трења у течностима, **вискозности**. Сила вискозности, или Стоксова сила, успорава кретање тела кроз течност, тј делује супротно смеру кретања тела. За куглицу која се креће кроз течност, у посуди чије су димензије много веће од радијуса кулице, интензитет Стоксове силе се рачуна по формули $F_S = 6\pi r v \eta$, где је r полупречник куглице, v брзина куглице, а η коефицијент вискозности дате течности.

Циљ постављеног експеримента је да се одреди коефицијент вискозности глицерина. У ту сврху је пуштена да пада оловна куглица полупречника $r=(0,20\pm 0,01)$ cm густине $\rho_o=(11340\pm 10)$ kg/m³ кроз посуду са глицерином (чија је ширина много већа од радијуса куглице). Услед деловања Стоксове силе куглица врло брзо стигне у режим у ком се креће константном брзином. На посуди са глицерином су постављени сензори на растојању s који мере време t за које куглица пређе растојање s између сензора. Мерење времена почиње када први сензор детектује куглицу и завршава се када то исто уради и други (слика). За сваку дужину пређеног пута s време се мери три пута. Тачност сензора помоћу којих се мери време је 0,01s. Резултати мерења су дати у табели. Апсолутна грешка мерења дужине је $\Delta s=0,1$ cm. Куглица се пушта са довољно велике висине тако да се између сензора креће константном брзином. Густина глицерина је $\rho_g=(1260\pm 10)$ kg/m³, убрзање Земљине теже $g=9,808$ m/s² (дато без грешке). Јединица за коефицијент вискозности је Pa · s ($\text{Pa} \cdot \text{s} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{s}$).

Напомена: На свако тело које се налази у флуиду густине ρ делује сила потиска навише (супротно од смера деловања гравитационе силе), која је по интензитету једнака $F_p = \rho V g$, где је V запремина тела уроњеног у флуид. Сви параметри који утичу на вредност вискозности се не мењају тако да је и вредност коефицијента вискозности све време мерења константна.



s [cm]	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0	28,0
t_1 [s]	1,33	2,01	2,67	3,31	4,00	4,68
t_2 [s]	1,35	2,02	2,66	3,31	3,99	4,68
t_3 [s]	1,33	2,01	2,67	3,33	4,01	4,66

[20п]

Задатке припремили:

др Петар Мали, ПМФ, Нови Сад,
Светислав Мијатовић, Физички факултет, Београд

Рецензент:

Зоран П. Поповић,
Физички факултет, Београд

Председник Државне комисије за такмичења ученика средњих школа из физике:

Доц. др Божидар Николић,
Физички факултет, Београд



ПРАЗРЕД

Друштво физичара Србије
Министарство просвете и науке и технолошког
развоја Републике Србије

ДРЖАВНИ НИВО
25-26.03.2017.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА- бозонска категорија

P1. Посматрајмо као да се камион не помера из тачке А, а да се аутомобил креће релативном брзином из тачке С $\vec{v}_r$ [4п] (видети слику).

На основу сличности троуглова је $\frac{AD}{AE} = \frac{BC}{EC}$, односно $L_{min} = \frac{ls}{\sqrt{(s-l)^2 + s^2}}$. [4п]

Даље из сличности троуглова је $\frac{EB}{BC} = \frac{v_1}{v_2}$ одатле се добија да је $l = s \frac{v_2 - v_1}{v_2}$

[4п]. Комбиновањем релација добија се $L_{min} = \frac{s(v_2 - v_1)}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$. [3п] На основу

$\overline{DC} = \sqrt{AC^2 - AD^2}$ и $\overline{AC} = s\sqrt{2}$ добија се да је $t = \frac{\sqrt{2s^2 - L_{min}^2}}{v_r}$, [2п] где је

$v_r = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ [1п]. Заменом бројних вредности добија се $L_{min} = 137,2 \text{ m}$, [1п] док је $t = 18,8 \text{ s}$ [1п].

P2. Једначине транслације и ротације за цилиндар су $Ma_1 = \frac{Mg\sqrt{3}}{2} - T$ [2п], $Tr = I\alpha$ [2п], а ако претпоставимо да се тег креће навише важи једначина $ma_2 = T - mg$ [2п]. Веза између транслаторних убрзања тела у односу на непокретни систем и угаоног убрзања цилиндра у овом случају је $a_1 = a_2 + ar$ [2п]. Заменом силе затезања из једначине ротације у једначину транслаторног кретања цилиндра добије се $Ma_1 = \frac{Mg\sqrt{3}}{2} - \frac{I\alpha}{r}$ [1п], а елиминацијом a_2 из везе убрзања и заменом у једначини транслаторног кретања тега добије се $m(a_1 - ar) = T - mg$ [1п]. Одавде се добије веза између угаоног и транслаторног убрзања цилиндра $\alpha = \frac{mr(a_1 + g)}{I + mr^2}$ [1п]. Решавањем система једначина добије се транслаторно

убрзање цилиндра у односу на непокретни систем $a_1 = g \frac{I(\frac{M\sqrt{3}}{2} - m) + \frac{\sqrt{3}}{2}Mmr^2}{I(M+m) + Mmr^2}$ [3п], затим угаоно убрзање цилиндра $\alpha = g \frac{Mmr}{I(M+m) + Mmr^2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right)$ [3п] и транслаторно убрзање тега $a_2 = g \frac{I(\frac{M\sqrt{3}}{2} - m) - Mmr^2}{I(M+m) + Mmr^2}$ [3п].

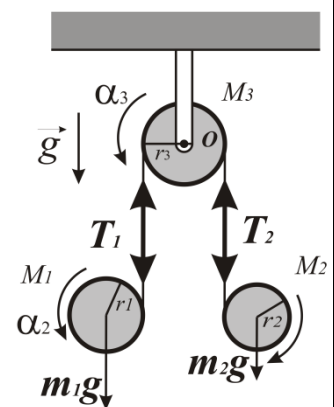
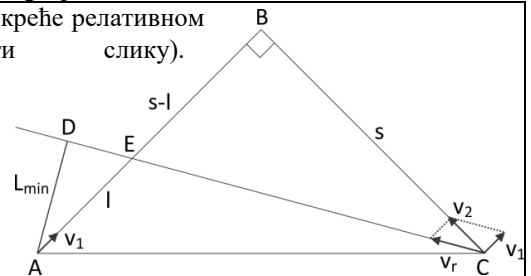
P3. Једначине транслаторног и ротационог кретања за ваљке су $ma = F - F_{tr}$, $\frac{mr^2}{2}\alpha = F_{tr}r$ [2п]. Потребно је испитати да ли је котрљање без клизања. У случају да је котрљање без клизања веза између транслаторног и угаоног убрзања је $a = r\alpha$, одакле је $F_{tr} = \frac{F}{3}$ [2п]. Услов да нема проклизавања је $F_{tr} \leq \mu mg$, [2п] односно из података датих у задатку $\frac{F}{3mg} = 0,17 \leq \mu$ [4п]. Заменом бројних вредности видимо да се ваљак 1 котрља без клизања, док се ваљак 2 све време котрља са клизањем [1п]. Убрзање ваљка 1 је према томе $a_1 = \frac{2F}{3m} = 3,33 \text{ m/s}^2$ [2п]. Једначина транслације за други ваљак је $ma_2 = F - \mu_2 mg$, [1п] одакле се добије $a_2 = \frac{F}{m} - \mu_2 g = 3,91 \text{ m/s}^2$ [1п]. Разлика пређених путева ваљака при равномерном убрзавању без почетне брзине износи $d = \frac{(a_2 - a_1)t^2}{2}$, [1п] одакле се добија време $t = \sqrt{\frac{2d}{a_2 - a_1}} = 1,862 \text{ s}$ [1п].

Брзине центара ваљака у том тренутку су $v_1 = a_1 t$ и $v_2 = a_2 t$, [2п] одакле се заменом бројних вредности добија $v_1 = 6,19 \text{ m/s}$, $v_2 = 7,28 \text{ m/s}$ [1п].

P4. Једначина транслаторног и ротационог кретања за први котур је $m_1 a_1 = m_1 g - T_1$ [2п], $T_1 r_1 = \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \alpha_1$ [2п] а за други котур $m_2 a_2 = m_2 g - T_2$ [2п], $T_2 r_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2 \alpha_2$ [2п]. Динамика ротације трећег котура M_3 је описана једначином $(T_1 - T_2)r_3 = \frac{1}{2} m_3 r_3^2 \alpha_3$ [2п], а једначине које повезују транслаторна убрзања котурова M_1 и M_2 у односу на непокретни систем, њихова угаона убрзања и угаоно убрзање котура M_3 су $r_1 \alpha_1 + r_3 \alpha_3 = a_1$ [1п], $r_2 \alpha_2 - r_3 \alpha_3 = a_2$ [1п]. Елиминацијом сила затезања неистегљиве и безмасене нити добију се једначине $r_1 \alpha_1 + r_3 \alpha_3 = g - \frac{r_1 \alpha_1}{2}$, $r_2 \alpha_2 - r_3 \alpha_3 = g - \frac{r_2 \alpha_2}{2}$, $m_1 r_1 \alpha_1 - m_2 r_2 \alpha_2 = m_3 r_3 \alpha_3$ [2п]. Решавањем овог система једначина добије се угаоно убрзање котура M_3 као $\alpha_3 = \frac{g(m_1 - m_2)}{r_3(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [2п]. Из претходних једначина могу се добити

следеће везе $\alpha_1 r_1 = \frac{2}{3} g \frac{(2m_2 + \frac{3}{2}m_3)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п], $\alpha_2 r_2 = \frac{2}{3} g \frac{(2m_1 + \frac{3}{2}m_3)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п], које се могу искористити за налажење транслаторних убрзања котурова M_1 и M_2 редом $a_1 = g \frac{(m_1 + m_3 + \frac{1}{3}m_2)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п], $a_2 = g \frac{(m_2 + m_3 + \frac{1}{3}m_1)}{(m_1 + m_2 + \frac{3m_3}{2})}$ [1п].

P5. Силе које делују на тело су: сила потиска навише, Стоксова сила навише и гравитациона сила наниже. Речено је да се током мерења времена тело креће у режиму константне брзине, што значи да је векторски збир сила нула, односно:





ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ



$$mg = F_s + F_p \text{ [0,5п]},$$

односно

$$\rho_0 \frac{4}{3} r^3 \pi g = 6\pi r v \eta + \rho_g \frac{4}{3} r^3 \pi g \text{ [0,5п]}.$$

При константном кретању је

$$v = \frac{s}{t},$$

одакле добијамо:

$$t = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_0 - \rho_g)} s \text{ [0,5п]}.$$

Овде видимо да је зависност $t = f(s)$ линеарна, са коефицијентом правца праве

$$k = \frac{9\eta}{2gr^2(\rho_0 - \rho_g)} \text{ [0,5п]}.$$

Одатле се може наћи коефицијент вискозности преко формуле

$$\eta = \frac{2gr^2(\rho_0 - \rho_g)k}{9} \text{ [0,5п]}.$$

Мерени и обрађени подаци су дати у табели (грешка за мерење дужине је свуда иста $\Delta s = 0,1 \text{ cm}$, тако да није писана у табели, а грешка за време се рачуна као веће од тачности инструмента и максималног одступања средње вредности од појединачних мерења):

N ⁰	s[cm]	t _i [s]	t=t _{sr} [s]	Δt[s]
1	8	1,33	1,3367	0,0133
		1,35		0,02
		1,33		
2	12	2,01	2,0133	0,01
		2,02		
		2,01		
3	16	2,67	2,6667	0,01
		2,66		
		2,67		
4	20	3,31	3,3167	0,0133
		3,31		0,02
		3,33		
5	24	4,00	4,0000	0,01
		3,99		
		4,01		
6	28	4,68	4,6733	0,0133
		4,68		0,02
		4,66		

[Свака колона у табели по 1п=2п]

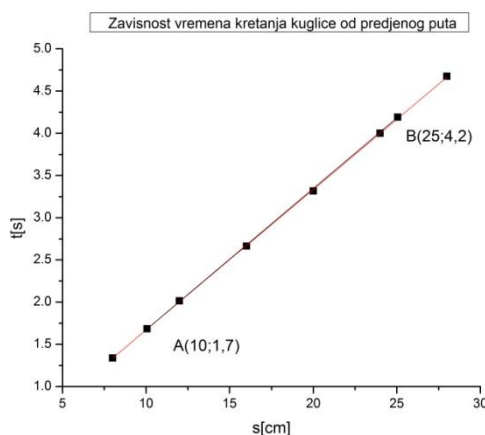
Помоћу података из табеле се црта график $t = f(s)$, уцрта права која најбоље одговара подацима, и са ње се (у циљу одређивања коефицијента правца) бирају две тачке, на пример: тачка $A(10\text{cm}; 1,7\text{s})$ између прве и друге експерименталне тачке, и тачка $B(25\text{cm}; 4,2\text{s})$ између предпоследње и последње експерименталне тачке; ове две тачке се бирају унутар опсега података тако да се њихове координате што тачније читавају и да растојање између тачака буде што веће (да би грешка коефицијента правца била што мања) [1п].

Са предложеним избором налазимо да је коефицијент правца праве

$$k = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 0,166667 \frac{\text{s}}{\text{cm}} = 16,6667 \frac{\text{s}}{\text{m}} \text{ [0,5п]},$$

одакле је коефицијент вискозности

$$\eta = 1,46466 \text{ Pa} \cdot \text{s} \text{ [1п]}.$$



[График 5п]



**ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2016/2017.ГОДИНЕ**



Грешку за коефицијент правца израчунавамо по формули

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta x_B + \Delta x_A}{|x_B - x_A|} + \frac{\Delta y_B + \Delta y_A}{|y_B - y_A|} \quad [1\text{п}],$$

где се грешке за тачке које су прочитане са графика процењују тако што бирамо већу од грешака експерименталних тачака између којих се налазе. Тако, налазимо да је $\Delta x_A = \Delta x_B = 0,1\text{cm}$ [0,5п], $\Delta y_A = \Delta y_B = 0,02\text{ s}$ [0,5п], на основу чега је $\Delta k = 0,5 \frac{\text{s}}{\text{m}}$ [1п], односно

$$k = (16,7 \pm 0,5) \frac{\text{s}}{\text{m}} \quad [1\text{п}].$$

Даље је потребно срачунати грешку за коефицијент вискозности, помоћу правила за релативну грешку производа и количника, односно апсолутну грешку збира и разлике, као

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = \frac{\Delta \rho_o + \Delta \rho_g}{|\rho_o - \rho_g|} + \frac{\Delta k}{k} + \frac{2\Delta r}{r} \quad [2\text{п}].$$

Из података задатка закључује се да је $\Delta g = 0$, $\Delta \rho_o = \Delta \rho_g = 10\text{kg/m}^3$, $\Delta r = 0,01\text{ cm}$, односно после замене бројних вредности је $\Delta \eta = 0,19233\text{ Pa} \cdot \text{s}$ [1п]. Укупно:

$$\eta = (1,5 \pm 0,2) \text{ Pa} \cdot \text{s} \quad [1\text{п}].$$