OBAVEŠTENJE UREDNIŠTVA

MLADI FIZIČAR objavljuje članke i kraće dopise koji doprinose popularizaciji fizike i srodnih nauka među učenicima i svima koje interesuju prirodne nauke.

PRILOZI KOJE NAM ŠALJETE, osim rešenja zadataka, treba da budu otkucani sa dvostrukim proredom na hartiji formata A4 i ne treba da budu duži od **pet kucanih strana**. Crteži moraju biti izrađeni tušem na posebnoj hartiji. Na odvojenom listu treba dostaviti opštinsku stopu poreza i doprinosa na autorske honorare i broj računa na koji se porezi i doprinosi uplaćuju.

RUKOPISI SE NE VRAĆAJU. Uređivački odbor zadržava pravo da rukopise rediguje bez traženja posebne saglasnosti autora, i da ih objavljuje redom koji ne zavisi od reda prispeća.

MLADI FIZIČAR izlazi četiri puta godišnje. Možete da postanete pretplatnik kada to poželite. Informacije o ceni ovog i narednih brojeva možete dobiti na telefone "Kluba NT" (011)644-593, 642-870, 643-241. Potrebno je da nas običnim pismom obavestite o broju primeraka na koji se pretplaćujete (na adresu: "Klub NT", Narodnog fronta 31, Beograd), da napišete svoju adresu i da istovremeno izvršite uplatu potrebne sume novca na žiro-račun "Kluba NT": **60806-603-36201**, Beograd, sa obaveznom naznakom **"za MLADI FIZIČAR"**.

AKO NARUČITE VIŠE OD 20 PRIMERAKA (KOMPLETA) i blagovremeno izvršite uplatu, odobravamo vam rabat od 10%.

Priloge slati na adresu:

1. Društvo fizičara Srbije, 11080 Zemun, Maksima Gorkog 118.
2. "Mladi fizičar", Redakcija, 11000 Beograd, Studentski trg 12-16

Obaveštenja:

1. Evidencija pretplate: "Klub NT" (011)644-593
2. Reklamacije i druge informacije: Sekretar Društva (011)107-107
3. Nabavka ovog i starih brojeva časopisa:
   Knjižara "Studentski trg", Beograd, Studentski trg 6, (011 185-295)
   Knjižara "MST Gajić", Beograd, Narodnog fronta 31, (011 642-870)

Sva prava umnožavanja, preštampavanja i prevođenja zadržava Društvo fizičara Srbije i "Klub NT"

Oslobođeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata za kulturu SR Srbije, br. 329 od 29.9.1976. godine

Štampa: "MST Gajić", Beograd

YU ISSN 0351-5575

45 92/93 млади физичар

часопис из физике за ученике

DRUŠTVO FIZIČARA SRBIJE
SERBIAN PHYSICAL SOCIETY

MLADI FIZIČAR Naučno-obrazovni časopis iz fizike za učenike osnovnih i srednjih škola, godina XII, broj 45 (1992/93).
YOUNG PHYSICIST Magazine for elementary and cesondary school students.
JEUNE PHYSICIEN Journal pour les éléves des écol élémentaires et secondaires.
JUNGER PHYSIKER Zeitschrift fun Volks und Mitteschuler.

Izdaje: DRUŠTVO FIZIČARA SRBIJE, 11080 Zemun, Maksima Gorkog 118, u saradnji sa "Klubom NT", Narodnog fronta 31, Beograd
Glavni i odgovorni urednik: Jablan Dojčilović
Urednici: D.Popović, A.Srećković, D.Kapor, M.Dimitrijević
Uredjivački odbor: M.Burić, V.Žigman, R.Miler, R.Djordjević, D.Filipović, D.Beodranski, D.Grujić, V.Babović, T.Senćanski
Lektor: Slavica Koledin
Tehnička obrada: M.Savić, Z.Nenić, Z.Arbutina
Ilustracije: N.Ubović, S.Milić, B.Vild, Š.Dudaš

Naslovna strana: Mikrofotografija površine čelika starog 100 godina

S A D R Ž A J

1. N. i Lj.Nedeljković: **KVANTNA FIZIKA I GEOMETRIJA, Aharonov-Bomov efekt i problem delovanja na daljinu** 1
2. M.Burić: **Kako uhvatiti gravitacioni talas?** 6
3. L.Rak: **Galilej** 8
4. R.Djordjević: **KAKO NAUČNICI STVARAJU? Ajnštajnova gledišta o prirodi procesa saznanja i stvaranja u nauci** 13
5. B.Čabrić i T.Pavlović: **Jedna od mogućnosti dobijanja monokristala** 17
6. Konkursni zadaci 21
7. Nagradni zadatak br.32 26
8. Klasifikacioni ispit iz fizike na Univerzitetu u Beogradu ... 26
9. Rešenja konkursnih zadataka iz MF-42 (nastavak) 28
10. Rešenja konkursnih zadataka iz MF-43 38
11. Spisak učenika koji su uspešno rešili konkursne zadatke 49

ŠTA JE

KVANTNA FIZIKA I GEOMETRIJA

AHARONOV-BOMOV EFEKT I PROBLEM DELOVANJA NA DALJINU

Lj. i N.*Nedeljković, * Fizički fakultet, Beograd

1. Problem delovanja na daljinu

Naše uobičajeno iskustvo skoro nedvosmisleno ukazuje da na predmete možemo delovati isključivo direktnim fizičkim kontaktom. Neko telo možemo pomeriti jedino rukom ili drugim predmetom: nema pouzdanih svedočanstava o tome da bi se to moglo ostvariti našom voljom ili oštro usmerenim pogledom.

Pa ipak, postoje medjusobna delovanja fizičkih objekata koji nisu ni u kakvom direktnom kontaktu. Najpoznatija i do danas najdetaljnije proučena vrsta ovakvih interakcija javlja se izmedju *naelektrisanih* tela u miru ili kretanju. U prostoru izmedju njih se ne uočavaju nikakvi vidljivi procesi koji bi posredovali pri interakciji i mi se ovde suočavamo sa specifičnim *problemom delovanja na daljinu.*

Naša uobičajena svest, ali i naša racionalna misao je sklona pretpostavci da je ovakvo delovanje samo *privid* i da se nešto ipak mora dogadjati u prostoru izmedju naelektrisanih tela. Štaviše, izgleda da ova pretpostavka izvire iz dubljih slojeva našeg intuitivnog poimanja fizičkog sveta.

2. Vektorski potencijal magnetnog polja, $\vec{A}$

Prvo, "klasično" rešenje problema delovanja na daljinu dato je u okviru tzv. *klasične elektromagnetike*, oblasti fizike koja se bavi elektromagnetnim fenomenima makroskopskih tela.

Ideja ovog rešenja potiče od Majkla Faradeja (1791-1867) i Džejmsa Klerka Maksvela (1831-1879) i zasniva se na uvodjenju pojma *elektromagnetnog polja* kao specifičnog fizičkog stanja prostora u okolini naelektrisanog tela. Prema njihovom shvatanju ovo specifično stanje prostora se karakteriše odgovarajućom *elektromagnetnom energijom*, koja se

manifestuje delovanjem odredjene *sile* na bilo koje drugo naelektrisano telo (uneto u stvoreno polje). Drugim rečima, elektro-magnetno polje je materijalni posrednik pri prenošenju interakcije izmedju prostorno razdvojenih naelektrisanja.

U opštem slučaju elektromagnetno polje predstavlja složenu kombinaciju tzv. *električnog polja* i tzv. *magnetnog polja*, koja se pod odredjenim uslovima mogu pojaviti nezavisno jedno od drugog. Tako, na primer, u okolini nepokretnog naelektrisanja formira se jedino električno polje, dok se u okolini nepokretnih provodnika sa jednosmernom električnom strujom javlja magnetno polje. Mi ćemo se u našoj analizi problema delovanja na daljinu ograničiti na slučaj magnetnog polja struje.

Iz elementarne fizike je poznato da se jačina magnetnog polja jednoznačno opisuje tzv. *vektorom magnetne indukcije* $\vec{B}$, a da je *gustina magnetne energije* w_e, koja je lokalizovana u navedenom polju, odredjena formulom

$$w_e = \frac{1}{2\mu_0} B^2, \qquad (1)$$

gde je μ_0 magnetna propustljivost vakuuma. Poznato je, takodje, da će na česticu naelektrisanja q koja se brzinom $\vec{v}$ kreće u magnetnom polju delovati tzv. *Lorencova sila* $\vec{F}$:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}. \qquad (2)$$

Naglasimo da formule (1) i (2) imaju "lokalni" karakter, tj. veličine w_e, $\vec{B}$, $\vec{F}$ i $\vec{v}$ se odnose na *istu* tačku prostora.

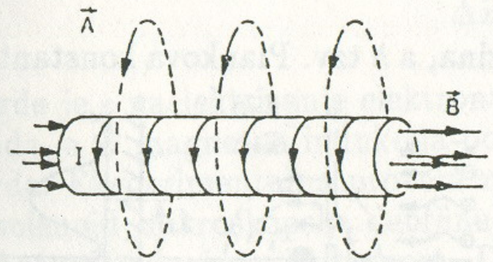
Pri detaljnim izučavanjima elektromagnetike pokazuje se da je za opis magnetnog polja, pored vektora $\vec{B}$, moguće koristiti i tzv. *vektorski potencijal magnetnog polja* $\vec{A}$. Postoji opšta formula koja povezuje vektore $\vec{A}$ i $\vec{B}$ i na osnovu koje se sa poznatim $\vec{A}$ može lako izračunati i magnetna indukcija $\vec{B}$. Prednosti korišćenja vektorskog potencijala $\vec{A}$ umesto vektora $\vec{B}$ su naročito izrazite pri odredjivanju jačine polja strujnih provodnika komplikovanijih oblika (gde je jednostavnije najpre izračunati $\vec{A}$, pa tek onda dobiti $\vec{B}$ pomoću pomenute formule koja povezuje ove veličine).

Primetimo da se u formulama (1) i (2) direktno pojavljuje jedino $\vec{B}$, ali ne i vektorski potencijal $\vec{A}$.

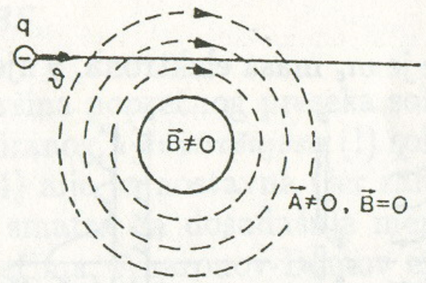
3. Smisao vektorskog potencijala $\vec{A}$ u klasičnoj elektromagnetici

Postavlja se sledeće pitanje: da li $\vec{A}$ predstavlja samo pomoćnu matematičku veličinu (kojom se lakše dolazi do $\vec{B}$), ili je reč o "pravoj" fizičkoj veličini koja, ipak, opisuje neko fizičko svojstvo magnetnog polja?

Na ovo pitanje se može odgovoriti analizom prostorne strukture magnetnog polja tzv. *beskonačno dugačkog solenoida* (praktično govoreći, provodnika sa strujom jačine I koji je ravnomerno i gusto namotan na veoma dugački i tanki cilindar). Na sl.1.a. su prikazane linije magnetnog polja $\vec{B}$ ovakvog solenoida (pune linije koje prolaze kroz solenoid), a takodje i linije vektorskog potencijala $\vec{A}$ (isprekidane kružne linije izvan solenoida, čije tangente predstavljaju pravce vektora $\vec{A}$). Poprečni presek strukture posmatranog polja je prikazan na sl.1.b, sa koje uočavamo da je u prostoru *izvan* solenoida $\vec{B} = 0$, ali da je $\vec{A} \neq 0$. Upravo ovakva situacija, u kojoj je "magnetni vrtlog" linija vektorskog potencijala $\vec{A}$ prostorno "odvojen" od snopa linija magnetne indukcije $\vec{B}$, može otkriti smisao vektora $\vec{A}$.



Slika 1.a.



Slika 1.b.

Naime, iz formule (1) vidimo da u prostoru *izvan* solenoida nema magnetne energije. Takodje, na osnovu formule (2) zaključujemo da u ovom delu prostora neće delovati Lorencova sila (sl.1.b). Pošto u *klasičnoj elektromagnetici* smatramo da fizičko polje postoji jedino tamo gde ima energije i gde na naelektrisanje deluje sila, dolazimo do zaključka da vektor $\vec{A}$ nema nikakvog stvarnog fizičkog smisla i da se može koristiti jedino kao pogodna matematička veličina. Drugim rečima, magnetni vrtlog vektorskog potencijala *izvan* solenoida ne predstavlja nikakvo fizičko stanje prostora.

Ovaj zaključak je u skladu sa osnovnom idejom klasične elektromagnetike o nemogućnosti postojanja delovanja na daljinu. Zaista, stvarno

magnetno polje postoji jedino u unutrašnjosti solenoida (gde je $\vec{B} \neq 0$) i ono ne može delovati na naelektrisanje q koje se kreće izvan ove oblasti.

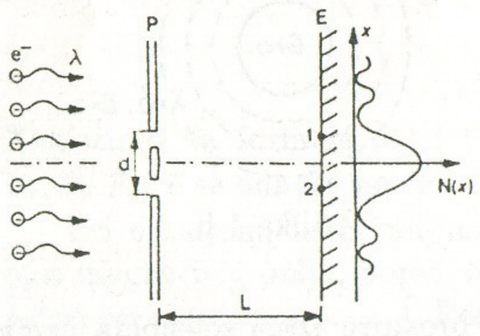
4. Aharonov-Bomov efekt

Do sasvim drugačijeg zaključka dolazimo kada isto kretanje naelektrisane čestice proučimo sa stanovišta *kvantne mehanike,* oblasti fizike koja se bavi zakonima mikrosveta. Na jedan iznenadjujući efakat najpre su direktno ukazali Jakir Aharonov i Dejvid Bom u svom radu "Značenje elektromagnetnih potencijala u kvantnoj teoriji", publikovanom 1959. godine u časopisu "Fizička revija".

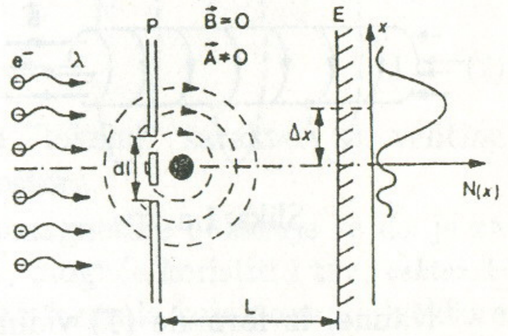
Pri izlaganju zaključka do kojeg su došli pomenuti autori pogodno je poći od jednog fundamentalnog kvantnomehaničkog svojstva mikrosveta, koje je poznato pod nazivom *čestično-talasnog dualizma.* Naime, u kvantnoj mehanici se pokazuje da se kretanje snopa mikročestica (na primer, elektrona) može posmatrati kao neka vrsta talasnog procesa. Ovakvi talasi se nazivaju *De Broljevim talasima,* a njihova talasna dužina λ se odredjuje pomoću relacije

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} \tag{3}$$

gde je m_e masa elektrona, v njegova brzina, a h tzv. Plankova konstanta.



Slika 2.a.



Slika 2.b.

Kao i svaki drugi talasni proces (na primer, mehanički talas na površini vode ili svetlosni talas), tako i De Broljev talas elektronskog snopa poseduje tzv. *interferenciona svojstva.* Tipičan interferencioni eksperiment sa elektronima svodi se, u suštini, na sledeće: snop elektrona se upućuje prema prepreci P sa dva uzana i medjusobno bliska proreza (sl.2.a.), iza koje je postavljen ekran E (ekran služi za registrovanje elektrona koji su prošli kroz otvore prepreke P). Pretpostavljamo da je razmak izmedju proreza d daleko manji od rastojanja L izmedju prepreke i ekrana

($d \ll L$). Pojava interferencije se upravo sastoji u tome što elektroni neće padati samo u tačke 1 i 2 (vidi sl. 2.a.), nego će se na komplikovaniji način rasejati po čitavom ekranu, formirajući tzv. *interferencionu sliku* (vidi grafik na sl.2.a, gde je $N(x)$ broj elektrona koji su registrovani na rastojanju x od sredine ekrana).

Postavimo sada neposredno iza prepreke (vidi sl.2.b.) veoma dugački i tanki solenoid, čija je osa paralelna sa prorezima. Smatraćemo da je poluprečnik solenoida R daleko manji od d, što praktično znači da će se elektroni koji su prošli kroz proreze kretati isključivo u prostoru *izvan* solenoida. Sa stanovišta klasične elektromagnetike ne očekujemo da će doći do promene interferencione slike pri propuštanju struje kroz solenoid: *izvan* solenoida je $\vec{B} = 0$ i na elektrone ne deluje Lorencova sila $\vec{F}$!

Medjutim, kvantnomehanička izračunavanja koja su obavili Aharonov i Bom predvidjaju da će se, pri propuštanju struje kroz solenoid, čitava interferenciona slika pomeriti za neko rastojanje Δx (vidi sl.2.b.). Ova pojava se upravo i naziva *Aharonov-Bomov efekat.* Formula za pomeraj Δx ima sledeći oblik:

$$\Delta x = \frac{L}{d}\frac{\lambda e}{h} BS, \tag{4}$$

gde je e naelektrisanje elektrona, S površina poprečnog preseka solenoida, a B magnetna indukcija polja formiranog *u unutrašnjosti* (!) solenoida. Eksperimentalna provera relacije (4) nije jednostavna (jer zahteva solenoid mikroskopske debljine), ali se smatra da dosadašnja merenja potvrdjuju njenu ispravnost. Drugim rečima, Aharonov-Bomov efekat ponovo otvara problem delovanja na daljinu.

Naime, ako je i ovaj oblik delovanja na daljinu samo prividan, onda smo upućeni na preispitivanje smisla vektorskog potencijala $\vec{A}$. Skloni smo pretpostavci da ovoj veličini pripišemo neki fizički smisao. Ali, kako je onda moguće da magnetni vrtlog vektorskog potencijala $\vec{A}$, kao prostor bez magnetne energije, deluje na naelektrisane čestice bez uobičajenog posredovanja sile? Kao što ćemo videti,[1] ključ savremenog, "neklasičnog" rešenja problema delovanja na daljinu krije se u sasvim neobičnim *geometrijskim* svojstvima fizičkog prostora, u tzv. *netrivijalnoj topologiji vakuuma.*

[1] *Autori imaju u vidu svoj tekst "Aharonov-Bomov efekat i topološka svojstva vakuuma", koji će biti publikovan u sledećem broju ovog časopisa. Primedba urednika.*

FIZIKA DANAS

KAKO UHVATITI GRAVITACIONI TALAS?

Maja Burić, Fizički fakultet, Beograd

Gravitaciona sila je prva od osnovnih sila u prirodi koju je, na osnovu astronomskih posmatranja i merenja, Njutn opisao. Mada kasnije otkrivena, sila kojom medjusobno deluju naelektrisana tela i struje - elektromagnetna sila - mnogo bolje nam je poznata. Npr. danas znamo da elektromagnetnu silu prenose tzv. elektromagnetni talasi, koji se kreću brzinom c, i da se oni mogu videti i meriti, kao svetlost, ili radio talasi, ili rendgenski zraci.

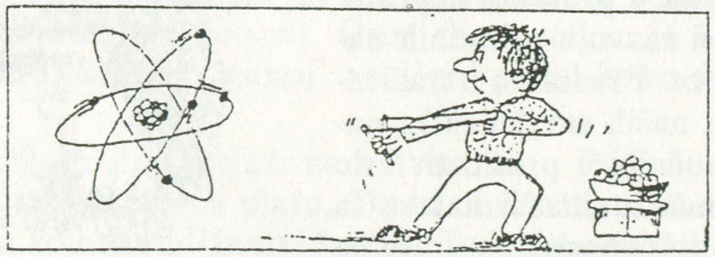
Prema Ajnštajnovoj opštoj teoriji relativnosti i gravitacija bi trebalo da se prenosi pomoću talasa. Ali ove gravitacione talase dosad niko nije uspeo da i eksperimentalno potvrdi. Razloge za ovo nije teško naći - energija koju bi ovi talasi prenosili mnogo je manja od one koju prenose elektromagnetni talasi. (Izračunaj koliko puta je manja gravitaciona energija privlačenja elektrona i protona od elektrostatičke. Dobijeni rezultat je veoma mali broj - $0,4 \cdot 10^{-39}$!) Zato, da bi se "uhvatili" - detektovali gravitacioni talasi, treba ih opet tražiti na nebu, gde postoje tela velikih masa, zvezde.

Prvi i dosad jedini dokaz za postojanje gravitacionih talasa pružila je dvojna neutronska zvezda - pulsar PSR 1913+16. Nju su 1974. godine otkrili astronomi Tejlor i Hals na Masačusetskom univerzitetu. Njena je masa otprilike kao masa Sunca, prečnik oko 10 km, i zbog jakog magnetnog polja emituje snop elektromagnetnog zračenja koji se zajedno sa zvezdom okreće. Uočena je radioteleskopom. Ova se zvezda, oko svog vrlo masivnog para u dvojnoj zvezdi, okrene za oko 8 sati, dostižući pri tome brzinu od 400 km/s. Pri ovim uslovima relativistički efekti su znatni: jedan od njih je smanjenje perioda rotacije zvezde zbog gubitka energije na gravitaciono zračenje. Ovaj efekt je, od 1974. godine pa do danas, stalno meren, i rezultati se do na 0,5% slažu sa predvidjanjima Ajnštajnove teorije.

Da li se gravitacioni talasi mogu neposredno izmeriti? Do sada ni jedan pokušaj nije uspeo, a krajem prošle godine američka vlada je odobrila veliku sumu za gradjenje prve opservatorije gravitacionih talasa - LIGO. U okviru ovog projekta, na dva kraja Amerike treba da se izgrade dva eksperimentalna uredjaja, od kojih će svaki moći da "uhvati" gravitacione talase (dva, da bi se merenja proveravala). Talasi treba da budu detektovani interferencijom laserskog snopa. Ideja detektora je jednostavna, i u stvari ista kao ona kod Majkelsonovog interferometra kojim je proveravana pretpostavka o postojanju etra i specijalna teorija relativnosti. Laserski snop se deli na dva dela, oni putuju nezavisno, odbijaju se od ogledala i vraćaju. Njihova interferencija pokazuje kolika je razlika izmedju rastojanja koja su prešli. Ako kroz uredjaj prolazi gravitacioni talas, on će, po Ajnštajnovoj teoriji, malo da deformiše prostor - izduži ili skrati rastojanja koja laserski zrak prelazi. Ova relativna promena rastojanja je reda veličine $4 \cdot 10^{-22}$ ako zrak dolazi od neutronske dvojne zvezde - eto, to treba izmeriti!

Uredjaj za koji se LIGO tim nada da će detektovati gravitacione talase sastojaće se od cevi dužine 4 km, medjusobno paralelnih, kroz koje laserski snop treba da prolazi. Cevi će biti u vakuumu, tako da će ovo biti najveći vakuumski sistem na svetu - zapremine 9000 m^3. Naravno, čitav niz uslova, kao što su eliminisanja raznih šumova, potresa i slično, treba da se ostvari.

Detekcija gravitacionog zračenja predstavljaće veliki proboj u astronomiji i omogućiće da se postavi niz pitanja na koja se do sada nismo mogli ni nadati da ćemo dobiti odgovore. Jedna od najvažnijih stvari je da će gravitacioni detektori "videti" crne rupe, koje elektromagnetni ne vide. Uopšte, gravitaciona slika neba biće sasvim drugačija od dosadašnje i najverovatnije će moći da nam kaže mnogo i o samom postanku vasione. Mnogo više detalja vezanih za ovu interesantnu temu možete naći u poslednjem broju časopisa Scientific American iz marta 1992. godine.



FIZIKA 1

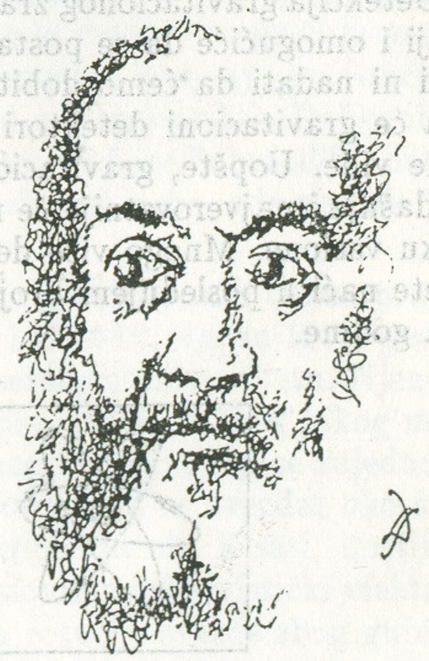
GALILEJ

Povodom 350 godišnjice smrti Galilea Galileja

Rak Lajoš, Fizički fakultet, Beograd

Važna osobenost prirodnih nauka, medju njima i fizike, je da su njihovi rezultati prihvatljivi za celo čovečanstvo - populaciju Zemlje. Dok politiku i religije karakterišu medjusobna razmimoilaženja već od začetka samih osnova, u prirodnim naukama, iako ponekad postoje razlike u mišljenju, one se relativno brzo razrešavaju. Ako su okolnosti normalne, naučnici prirodnjaci različitih političkih shvatanja i veroispovesti će uvek uspeti da se sporazumeju oko toga šta se može smatrati značajnim rezultatom naučnih istraživanja, a šta ne.

Savremeni naučni pogled na svet nastao je u odredjenom istorijskom periodu, u 16. i 17. veku, na odredjenom geografskom prostoru (u Zapadnoj Evropi). Istorija, istorija nauke, pa ni sama nauka ne počinju sa nama i našim delom. Ovo naročito važi za prirodne nauke. Naime, naučni rezultati se stalno sakupljaju i akumuliraju, tako da količina znanja nagomilana u prošlosti neposredno doprinosi razvoju prirodnih nauka današnjice. Predmete istraživanja naučnika naših savremenika nametali su naučnici u prošlosti. Vrlo često savremeni naučnici nalaze za potrebno da se neposredno vrate na istraživanja iz prošlosti. Ovo je sasvim uobičajeno u nekim prirodnim naukama: astronomiji, fizici, botanici, geografiji. U ovome je i razlika u odnosu na neke druge oblasti ljudskih delatnosti, na primer umetnost, gde neki naši savremenici, umetnici, možda osećaju da je njihov rad sasvim nezavisan od rada prethodnika.



Jedan od utemeljivača savremene fizike bio je Galileo Galilej (15. februar 1564, Piza - 8. januar 1642, Arcatra kod Firence), koji je umro pre tačno 350 godina. Za svog dugog i uspešnog života rešavao je i uspešno rešio mnoge probleme astronomije, fizike, medicine, navigacije, matematike, naučne metodologije, filozofije, itd. Samo za nabrajanje svih njegovih rezultata ne bi bio dovoljan ceo broj *Mladog fizičara,* o nekoj dubljoj analizi njegovog dela da i ne govorimo. Na ovom mestu ćemo zbog toga da se pozabavimo samo nekim epizodama iz njegovog života, koje možda ne spadaju ni medju najznačajnije.

Otac Galileja, Vinčenco (Vincenzio), bio je profesionalni muzičar, koga su zanimale tadašnje rasprave o teoriji muzike. Njegov sin Galileo izgleda nije bio dovoljno talentovan muzičar, mada su ga interesovali problemi akustike, a i sam je svirao lautu. Zbog toga je 1581. počeo da studira medicinu u Pizi, ali je studije nakon četiri godine napustio bez sticanja akademskog zvanja. Vrativši se u Firencu, pokazuje naročito interesovanje prema matematici. Oca ovo nije oduševljavalo, ali je Galileo istrajao i 1589. imenovan je za saradnika, sa skromnim prihodima, svog starog univerziteta u Pizi. U ovo vreme bavi se proučavanjem Arhimedove geometrije i primenjuje metode geometrije za rešavanje problema iz fizike. Prema Arhimedu, da li će neko telo uronjeno u tečnost da pliva, lebdi ili tone, zavisi od odnosa specifične težine tela (danas bismo rekli gustine), prema specifičnoj težini sredine. Galilej ovaj princip proširuje i na tela koja se nalaze ne samo u tečnosti nego u bilo kojoj sredini (vazduhu, na primer). Pokazuje da brzina padanja tela ne zavisi od njihove težine, nego samo od specifične težine. Ako bi postojala sredina nulte specifične težine, tj. prazan prostor, vakuum, u njemu bi sva tela padala istom brzinom.

Njegov otac je umro 1591. i teret glave porodice pada na Galilea. Od svoje skromne plate ne može da izdržava porodicu (dobija jedva trideseti deo plate profesora lekara). Osim toga, stekao je i neprijatelje medju kolegama, pošto je u jednoj satiričnoj pesmi izneo svoje stavove o univerzitetu.

Sledeće, 1592. godine prelazi na univerzitet u Padovi, gde predaje matematiku za tri puta veću platu. Da bi obezbedio dodatne prihode, prima učenike sa kojima radi individualno. To je doba velikih geografskih otkrića, a njegovim učenicima matematika je potrebna radi navigacije. Za njih konstruiše novi instrument: "geometrijski vojni kompas".

Mada se nikada nije oženo, to ga nije sprečilo da ima troje dece od svoje ljubavnice Marije Gambe. Kada se njihovi putevi 1610. razilaze (Marija Gamba se udala), deca ostaju kod oca.

Galilej je odigrao značajnu ulogu i u organizovanju prvih savremenih naučnih društava. On je jedan od osnivača "Risove akademije" 1603. godine. Naziv je akademija dobila po životinji za koju je tada smatrano da je najoštrijeg vida u životinjskom carstvu. Cilj akademije je bio da se prodre u suštinu stvari, upoznaju uzroci funkcionisanja prirode koja deluje u njima. Članovi akademije su položili zakletvu da će pojave ispitivati zajedno, da će se svake nedelje redovno sastajati i medjusobno obaveštavati o svojim novim rezultatima. Zakleli su se i da se, zbog što veće efikasnosti u radu, neće ženiti. Nakon 1620, kada je Galileo došao u sukob sa Crkvom, delatnost ove akademije postepeno opada. Na ovom polju Galilejev rad nastavlja njegov učenik Vičenzo Viviani (Vincenzio Viviani, 1622-1703) osnivanjem Akademije del Ćimento (Accademia del Cimento - Akademija za eksperimente), koja u pedesetim godinama 17. veka igra istaknutu ulogu u životu Firence.

Galilej je bio vrstan i popularan predavač, imao je dobre i plodne veze i poznanstva sa papama i vladarima cele Evrope. Bio je vešt u unovčavanju svog znanja. Svoja otkrića iz astronomije, do kojih je došao 1609. i 1610. godine, objavio je u rekordno kratkom roku, za mesec dana. Ako se zna brzina kojom se danas, u eri informatike, objavljuju nove naučne publikacije (što iznosi od nekoliko meseci do nekoliko godina), ovo je zavidna brzina. U Galilejevo vreme bilo je dovoljno da se ode kod štampara, složi tekst, izvrše potrebne ispravke štamparskih grešaka, odštampa delo i time je sve bilo gotovo. Njegova knjiga *Siderius Nuntius* je za manje od godinu dana stigla svuda, izazivajući u naučnom svetu ogromnu pažnju.

Kako je nastalo delo i koje rezultate objavljuje? O tome sam autor u uvodnom delu piše sledeće: "Pre otprilike deset meseci do mene je stigla vest da je izvesni Holandjanin konstruisao dalekozor. Nakon isteka kratkog vremena, udubljujući se u proučavanje teorije prelamanja svetlosti, pošlo mi je za rukom da i sam izradim ovakav instument". Ova proučavanja su zaista morala da budu duboka, kada se zna da je Snel (W.Snellius, 1591-1626) zakon prelamanja objavio tek deset godina kasnije. Neko će da upita zašto je Galileo sam otkrio dalekozor, a nije ga kupio gotovog? U to vreme dalekozor je predstavljao vojnu tajnu. Holandjani vode žestoki rat protiv Španaca i dalekozor upotrebljavaju u ovom ratu za osmatranje svog protivnika. Kada Galileo već konstruiše dalekozor, onda ga je i ponudio vlastima u Veneciji, uz obrazloženje da

instrument može da bude koristan u ratu na moru (ne zaboravimo da je Venecija tada velesila na Mediteranu). Durbinom mogu da se prebroje brodovi protivnika pre nego što oni to uspeju sa našim. Kapetanu će ostati dovoljno vremena da se odluči vredi li se upustiti u bitku ili je celishodnije pobeći. Svoj pronalazak ponudio je besplatno, ali venecijanske vlasti odluče da mu isplate skromnu nagraadu od 500 eskuda. Još je i dobro prošao kada se zna da su godinu dana kasnije dalekozori iz Holandije u Veneciji prodavani za svega dva eskuda.

Galileo je svoj durbin uperio i ka nebu i u vrlo kratkom razdoblju načinio nekoliko značajnih otkrića. Otkrio je da mesečeva površina nije glatka, nego je išarana pukotinama, brdima, kraterima i "morima"; na nebu se vidi daleko veći broj zvezda nego golim okom; Mlečni put čine gomile pojedinačnih zvezda; površina Sunca nije ravnomerno sjajna nego na njemu postoje pege (ali nikad ne posmatrajte Sunce direktno kroz durbin), oko planete Jupiter kruže četiri do tada nepoznate "zvezde".

Astronomi na tadašnjim univerzitetima nisu hteli ni da bace pogled kroz durbin, ako je ovaj upreren ka nebu. Nove "zvezde", smatrali su, golim okom nisu vidljive, pa ih ni veliki Aristotel nije opazio, a to znači da se nikakve bitno nove informacije iz njih ne mogu dobiti. Stoga ne treba gubiti vreme na ove nepotrebne stvari. Ovakav stav kolega imao je za posledicu da Galilej nije imao konkurencije, pa je zato za kratko vreme sam došao do bitno novih otkrića. Pri tome naučnu slavu nije morao da deli sa drugim astronomima.

Novootkrivene objekte oko Jupitera nazvao je po svojim mecenama Medičijevim (Medici) zvezdama. Kada su Mediči uskratili pomoć Galileju, on je ove promenio u klasične grčke nazive, tako da su današnji nazivi Jupiterovih meseca: Io, Europa, Ganymedes i Callisto.

Galilej je ustanovio da se Jupiterove "zvezde" kreću periodično i shvatio je da one sačinjavaju "nebeski časovnik" koji meri "apsolutno vreme". Gorući praktični problem u Galilejevo vreme bio je odredjivanje geografske širine, što je bilo neophodno za kvalitetnu navigaciju. (Navigacija je bila potrebna za sigurnije i brže dovodjenje skupih roba iz novootkrivenih zemalja.) Teškoća u odredjivanju geografskog položaja bila je u nepostojanju preciznih časovnika. Galileo je shvatio da je otkrio ono čemu su moreplovci težili. Treba izraditi kvalitetne tablice sa položajima Jupiterovih "zvezda" i objaviti ih u godišnjacima navigacije. Uporedjujući podatke o položajima Jupiterovih "zvezda" u apsolutnom vremenu sa lokalim vremenom, nije teško izračunati geografsku dužinu. Galileju je u to vreme bio potreban novac (udavala se njegova ćerka). On želi da unovči svoj "pronalazak". Prvo ga je ponudio španskom kralju.

U svom pismu iznosi da on sam, kao pojedinac i astronom, ne može da izvuče korist iz svog otkrića, stoga ima čast da ga ustupi kralju u čijoj ogromnoj kraljevini će ono očigledno biti od koristi. Pored toga, ističe da će kralj odmah shvatiti značaj ponude, te će je prihvatiti. Španski kralj je celu stvar ponudio komisiji koja je predmet proučavala pune tri godine. Zaključak komisije je bio da moreplovci nisu u stanju da osmatraju "sporedne planete" Jupitera i nisu prihvatili ponudu.

Galilej se nije dao zbuniti i nakon nekoliko godina šalje preformulisano pismo staleškom veću ujedinjenih Holandskih provincija. U svom pismu posebno ističe da će Holandjani kao praktični ljudi i ujedno demokrate, koji nisu pod prisilnom vladom jednog čoveka, itd., uvideti korisnost metode. Holandjani prihvataju ponudu, medjutim nisu voljni da isplate Galileja. Inače, sama metoda u to vreme nije bila uspešna. Razlog je u konačnoj brzini prostiranja svetlosti. Danski astronom Olaf Remer (Olaus Römer, 1644-1710) je 1676. pokušao da izmeri brzinu prostiranja svetlosti pomoću Jupiterovog meseca. Izgleda da Remer sam nikad nije došao do onog numeričkog podatka koji se danas često pripisuje njemu. Galilejev metod za odredjivanje geografskog položaja, uz korekciju na konačnost brzine prostiranja svetlosti, može da se upotrebljava. Danas, u doba navigacije pomoću satelita, Galilejev metod definitivno odlazi u istoriju.

Galilejev život i njegovo držanje pred inkvizicijom predstavljaju neiscrpnu inspiraciju i za ljude koji se ne bave prirodnim i srodnim naukama. O njemu je napisan veliki broj literarnih dela. Najpoznatije medju njima je, najverovatnije, drama Bertolda Brehta (Bertold Brecht, 1889-1956), velikog nemačkog pisca. Brehtova drama je krajem šezdesetih godina sa velikim uspehom prikazivana i u Narodnom pozorištu u Beogradu. Ako neko želi da u celosti upozna život i delo Galileja i njegov uticaj na kulturu, mora da se upozna i sa ovim delima.

U toku pripreme za štampu ovog članka stiglo je saopštenje agencije "Tanjug" u kome se kaže da su u petak 30. oktobra 1992. godine italijanski listovi objavili zanjimljivu vest. Rimokatolička crkva je nakon isteka 360 godina konstatovala da je srednjovekovni naučnik Galileo Galilei bio u pravu i rehabilitovala slavnog astronoma. Inicijativa za rehabilitaciju je pokrenuta od pape Jovana Pavla II pre 12 godina. Posebna komisija sastavljena od teologa, istoričara i drugih naučnika je u medjuvremenu iscrpno proučavala predmet i došla do zaključka da je tvrdjenje Galilea Galileja, prema kome Zemlja kruži oko Sunca, tačno i da se u ovom slučaju radi o dobronamernoj grešci inkvizicije. Rehabilitacija Galilea Galileja se objašnjava pomirenjem crkve i nauke. O rehabilitaciji je papa lično obavestio skup crkvenih velikodostojnika i naučnika u Vatikanu.

КАКО НАУЧНИЦИ СТВАРАЈУ ?

Ајнштајнова гледишта о природи процеса сазнања и стварања у науци[2]

Радомир Ђорђевић, Физички факултет, Београд

"Свако велико откриће у науци
је једна лекција из логике."
Ч.С.Перс

Проблеми у вези са природом процеса сазнања и путевима стварања у науци били су предмет интересовања одувек. Расправе о њима распламсале су се нарочито негде од средине прошлог века, када се нагло повећао раскорак између нових резултата и открића у науци и модела објашњења који нису могли више да се користе као раније. И управо када је изгледало да у тим расправама више нема толико новог, оне су букнуле изнова са настајањем квантне механике. Показале су се нове димензије старих проблема, појавила се потреба за новим интерпретацијама резултата науке, парадигмама. Преиспитивале су се и основне премисе филозофије науке и метафизике. Основне категорије, субјект, објект, простор, време, детерминизам, узрочност, итд., постале су предмет нових опсежних расправа. Ајнштајн и Бор били су у средишту расправа. Расправе међу њима и њиховим следбеницима обележавале су нове путеве трагања. Управо за њихова филозофска схватања владало је понајвеће интересовање чак и у широј јавности, па су тако и извештаји о њиховим великим, на махове оштрим, али увек плодоносним расправама, објављивани и у популарним публикацијама и штампи.

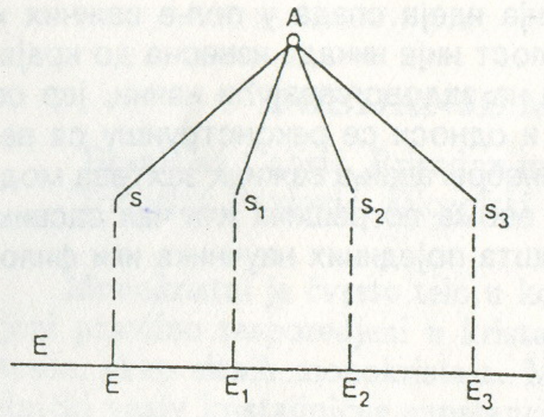
Ајнштајнова схватања могла би се резимирати приближно на следећи начин. Он је полазио од два основна принципа филозофско-метафизичког карактера: 1. стварност, тј. објекат постоји независно од субјекта и он је главни предмет изучавања физичара и научника уопште; 2. стварност која постоји независно од субјекта уређена је на неки начин, или до неке мере није хаотична.

Ове опште принципе он је истицао с мањом или већом доследношћу у низу својих списа, радова различитог карактера, током деценија. Они су били предмет спорова између Ајнштајна и појединих

[2]У прошлом броју било је речи о перспективама хеуристике, научне дисциплине у којој се истражују претпоставке, принципи, могућности и перспективе стваралачког мишљења. Испитивање стваралачке праксе је од посебне важности у хеуристичким истраживањима. У том погледу је утврђивање стваралачког пута и реконструкција развоја Ајнштајнових гледишта и данас актуелан задатак.

припадника Копенхашке школе теоријских физичара, пре свега Бора (Bohr, 1885-1962). Из наведених основних Ајнштајнових онтолошких принципа следе на одређен начин извесни гносеолошки, епистемолошки принципи, међу којима су основни: 1. могуће је сазнавање стварности бар у некој мери; људски ум има одговарајуће конститутивне моћи да проникне у ред ствари, који је обележје самих ствари бар до неке мере; 2. постоје врло различити облици сазнања, које је, иначе, врло сложен процес; на путу до нових сазнања логика има велику улогу, али је она у крајњој линији само један од нужних услова; до нових идеја и сазнања долази се тзв. екстралогичким путем, путем интуиције о којој је Ајнштајн иначе доста писао. У бројним Ајнштајновим текстовима налазимо разјашњења и гледишта у вези са наведеним главним принципима, која нису била увек конзистентна у свему. Колико је Ајнштајн придавао значај проблемима теорије сазнања, показује и чињеница да је он о тој проблематици говорио и приликом избора за члана Пруске академије наука 1914. године; од тада та проблематика је извесна константа у његовим текстовима; у споменутом предавању у Пруској академији наука он се бави проблемом основних општих принципа у физици, указујући на сву сложеност веза тих принципа са одговарајућим емпиријским искуствима. Према Ајнштајновом схватању теоријски физичар "прво има те основне принципе да потражи, а друго да развија закључке који из тих принципа проистичу; развијање закључака, често пружа неслућене везе које сежу далеко изнад подручја чињеница, на коме су ти принципи добијени". Овде он посебно указује и на сву сложеност процеса сазнања у науци уопште; тој проблематици он се враћао стално, тражећи потпунија решења или образлажући своје раније ставове. У предавању поводом шездесетог рођендана Планка (Planck, 1858-1947), 1918. године, он је писао у вези са природом истраживања у физици: "Највиши је, дакле, задатак физичара да траже оне најопштије елементарне законе, из којих се чистом дедукцијом може да добије слика света. До ових елементарних закона не води никакав логички пут него само интуиција која се ослања на уживљавање у искуство". Идеје о томе износи унеколико развијеније приликом обележавања тридесетогодишњице смрти Херберта Спенсера (Spencer, 1820-1903), једног од утемељивача позитивизма у Оксфорду 1933. године и у другим приликама. У разним приликама Ајнштајн се бавио и проблемима природе појмова у физици и науци уопште. Он је сматрао да су појмови "слободни изналасци људског духа који се не дају нити природом људског духа нити иначе на било који други начин *a priori* оправдати." Истицао је и у другим приликама да није могућно логичко извођење основних појмова и основних закона механике из елементарних искустава. Управо у појединим

текстовима, у којима је реч о природи научних појмова, могу се наћи извесни утицаји Канта (Kant, 1724-1804), Маха (Mach, 1838-1916), Поенкареа (Poincare, 1854-1912), као и извесна неконзистентност о којој је било речи.



Слика из Ајнштајновог писма Соловину од 7.5.1952.

Каква је природа процеса сазнања? О томе је Ајнштајн писао често, али низ текстова има карактер осврта, фрагмената, које треба разматрати у целини. Један од тих његових текстова може се узети ипак као нека врста репрезентативног текста; реч је о писму Морису Соловину (1875-1958), пријатељу из млађих година са којим је, у сарадњи са К.Хабитом (Habicht, 1876-1958), основао тзв. Олимпијску академију, написаном већ пред крај живота у коме резимира своја гносеолошка схватања. Систем знања и природу процеса сазнања уопште Ајнштајн је представио том приликом у облику једне слике. Симболом E означио је у тој схеми непосредно искуство, симболом A означио је аксиоме из којих изводимо одређене ставове. Према њему, с гледишта психологије A се темељи на E, али не постоји никакав логички пут који би водио од E до A, ту се остварује веза само путем интуиције. Из A се изводе поједини ставови које је он означио са $S, S_1, S_2 \cdots S_n$. Ти ставови се доводе у везу са E, тј. проверавају се експериментално итд. И на тој релацији $A - S$ сазнајни процес није строго логички у смислу непрекидности већ екстралогички, како је писао Ајнштајн, тј. интуитивне природе. Али веза између S и E је далеко мање проблематична него веза између A и E.

Овде нисмо у прилици да прикажемо друге значајне Ајнштајнове идеје и гледишта. Ваља напоменути да упркос бројним и значајним

радовима о томе не можемо рећи да је Ајнштајнов опус историјски и критички истражен у потпуности. Одговарајуће реконструкције Ајнштајнових филозофских ставова омогућиће свакако знатно потпунију представу када буде публикована Ајнштајнова заоставштина у целини. Са оваквим задацима срећемо се, уосталом, у свим сличним ситуацијама у одређеној мери, а спомињемо их још и због тога да укажемо на чињеницу да и историја идеја спада у поље важних и сложених истраживања и да прошлост није никада извесна до краја, нити се може до краја разјаснити на задовољавајући начин, јер се многи трагови губе, а многе везе и односи се реконструишу са великим тешкоћама. Управо због пренебрегавања важних захтева модерне историје науке долази се до веома погрешних или чак сасвим произвољних представљања гледишта појединих научника или филозофа.

POKUŠAJT

DOBIJANJE MONOKRISTALA

Branislav Čabrić, Prirodno-matematički fakultet, Kragujevac
Tomislav Pavlović, Filozofski fakultet, Odeljenje za fiziku, Niš

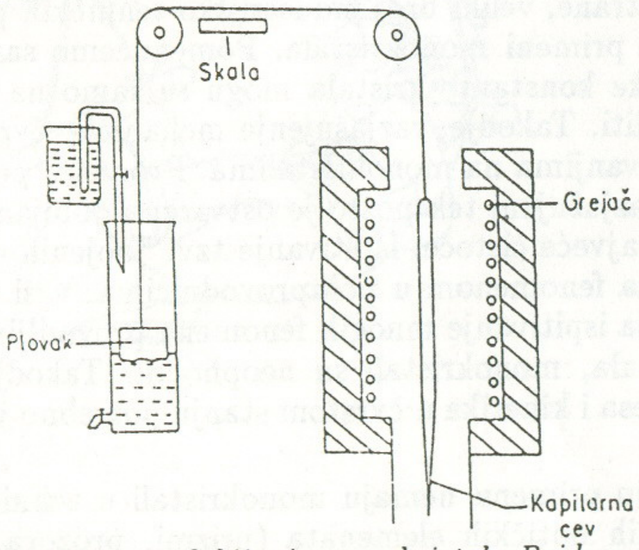
Monokristal je čvrsto telo u kome su čestice, tj. molekuli, atomi ili joni pravilno rasporedjeni u kristalnu rešetku. Polikristal je, nasuprot tome, skup sitnih monokristala. Monokristali i polikristali imaju zajednički naziv kristalinične supstancije.

Monokristali privlače čoveka još od davnih vremena. U početku je taj interes bio zasnovan prvenstveno na estetskom izgledu monokristala, njegovom obliku i boji. Kasnije, u znatnoj meri tek u ovom veku, taj je interes dobio i naučni karakter, jer je primećeno da kristali imaju mnoge vrlo interesantne osobine. Poslednjih decenija ogroman napredak u fizici i hemiji čvrstog stanja ostvaren je upravo istraživanjima na monokristalima. S druge strane, veliki broj industrijsko-tehničkih proizvoda bazira se, takodje, na primeni monokristala. Pomenućemo samo neke važnije primene. Fizičke konstante kristala mogu se samo na monokristalima egzaktno odrediti. Takodje, razjašnjenje mehaničke čvrstoće moguće je isključivo ispitivanjima na monokristalima. Procesi u poluprovodnicima mogli su biti razjašnjeni tek pošto je ostvareno dobijanje monokristala germanijuma najveće čistoće. Ispitivanje tzv. "bojenih centera", koji su u bliskoj vezi sa fenomenom u poluprovodnicima, vrši se samo na monokristalima. Za ispitivanje mnogih fenomena provodljivosti i superprovodljivosti metala, monokristali su neophodni. Takodje za ispitivanje hemijskih procesa i kinetike u čvrstom stanju potrebno je ponekad imati monokristale.

Ništa manju primenu nemaju monokristali u tehnici. Oni služe za pravljenje raznih optičkih elemenata (prizmi, prozora, sočiva, filtera, polarizatora itd.). Zatim služe kao monohromatori za rendgensko zračenje. Značajnu primenu imaju u nuklearnoj fizici, gde služe za detekciju i spektrometriju nuklearnog zračenja. Velika je primena monokristala u elektrotehnici. Piezoelektrični kristali služe kao emiteri i detektori

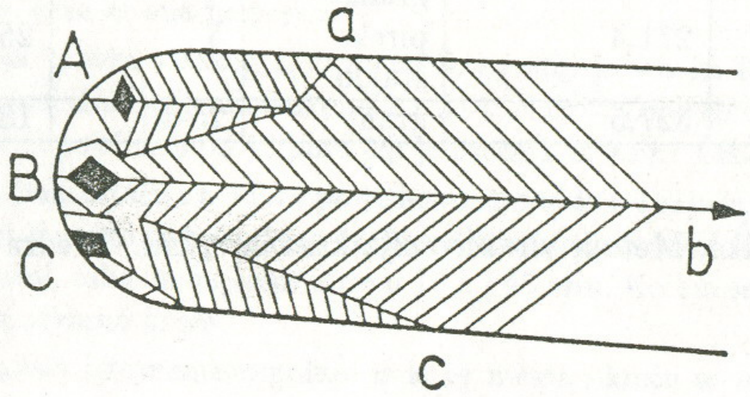
električnih signala, zatim kao frekventni stabilizatori, električni filteri itd. Primena poluprovodničkih monokristala je sve veća. Oni služe za pravljenje tranzistora, ispravljača, termistora i za detektore infracrvenih radijacija. U novije vreme, otkriće pojave stimulisane emisije elektromagnetnih radijacija (lasera) proširilo je oblast primene monokristala i dalo snažan impuls razvoju novih i usavršavanju starih metoda za dobijanje monokristala. Velike količine sintetičkih monokristala troše se u juvelirstvu kao drago kamenje.

Većina kristaliničnih supstancija nalazi se u prirodi u njihovom polikristalnom obliku. Monokristala ima relativno malo. Za njihovo formiranje su potrebni specijalni uslovi, koji se mogu ostvariti u laboratoriji. Dobijanje monokristala može se u principu vršiti na tri načina: kristalizacijom iz čvrste, tečne i gasovite faze. U okviru ovih triju mogućnosti razradjen je niz metoda. Izbor najpogodnije metode za dobijanje monokristala odredjene supstance zavisi od njene prirode, zatim od fizičko-hemijskih osobina, od svrhe za koju se pravi kristal, tj. željenog kvaliteta, i, konačno, od raspoloživih mogućnosti. Dobijanje monokristala iz rastopa vrši se putem kontrolisanog hladjenja i zbog toga je u poredjenju sa drugim metodama, jednostavan i lako kontrolisan proces. Uz to, brzina rasta monokristala iz rastopa može biti mnogo veća nego kod drugih metoda. Može da se primenjuje za dobijanje monokristala supstanci kod kojih ne nastaju hemijske promene pri zagrevanju do temperature topljenja.



Sl.1. *Učenička aparatura za dobijanje monokristala Bridgmanovom metodom*

Od niza metoda za rast kristala iz rastopa, našli smo da se u školskoj laboratoriji može realizovati Bridgmanova metoda. Aparatura je šematski prikazana na sl.1. Osnovni delovi su: staklena cev koja na jednom kraju prelazi u kapilaru, elektrootporna cilindrična peć i sistem (mehanizam) za spuštanje kapilarne cevi. Supstanca se stavi u cev koja se na dnu završava kapilarom. Zatim se cev polako spušta kroz električnu peć podizanjem plovka pomoću promene nivoa vode u rezervoaru (sl.1). Kada vrh kapilarne cevi izlazi iz peći, u njemu će se formirati klice kristala. Zbog malog stepena prehladjenja i male količine "prehladjenog" rastopa na dnu kapilare formira se mali broj kristalnih klica. Klice, koje imaju smer rasta prema zidovima kapilare, završavaju pre ili kasnije svoj rast na zidovima (sl.2). Samo ona klica koja raste u pravcu ose kapilare nadraste ostale i kada izadje iz kapilare proširi se na ceo presek cevi (epruvete).



Slika 2. *Začeće monokristala na dnu kapilarne cevi*

Brzina spuštanja epruvete mora biti manja od brzine rasta klice u pravcu ose epruvete, jer će u obrnutom slučaju doći do pojave novih kristalnih klica. Pomoću konusnog suda za tečnost u kojoj pliva plovak može se dobiti ravnomerno promenljiva brzina spuštanja epruvete, tj. očvršćavanja rastopa. Za konstantnu brzinu kristalizacije neophodna je kako optimalna brzina spuštanja epruvete, tako i konstantna temperatura u peći. Za dobijanje kvalitetnih monokristala (sa malom koncentracijom primesa i defekata) potrebna je supstanca visoke čistoće, epruveta načinjena od materijala koji ne reaguje hemijski sa rastopom, vrlo stabilna temperatura u peći i odsustvo mehaničkih potresa.

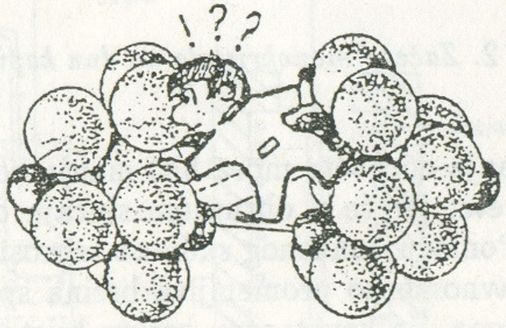
Supstancije za koje je primenljiva ova metoda, kao i uslovi za dobijanje njihovih monokristala, dati su u knjizi [1] (str.276). Pokušajte

da napravite nekoliko monokristala za svoju zbirku, bar za materijale navedene u tabeli 1, a monokristaličnost proverite pomoću mikroskopa.

Tabela 1. Uslovi za dobijanje monokristala nekoliko supstanci koje imaju nisku temperaturu topljenja (str.276 [1]).

Supstanca	Temperatura topljenja ($°C$)	Materijal epruvete	Prečnik epruvete (mm)	Brzina spuštanja epruvete (mm/h)
naftalin $C_{10}H_8$	80,3	pireks staklo	13-20	1-4
Sn	231,9	prireks staklo	5	25-1300
Bi	271,4	grafit pireks staklo	5	25-1600
Pb	327,5	grafit	25-40	180-1800

[1] K-T.Vilke, Metodi virašćivanija kristalov, Izd. "Nedra", Leningrad (1977).



KONKURSNI ZADACI

DACI·ZADACI

NAGRADNI ZADACI • ZADACI PITANJA • E – ZADATAK

KONKURSNI ZADACI

Zadaci za učenike VI razreda

1018. Akvarijum dužine 40 *cm*, širine 30 *cm* i visine 30 *cm* ima dno ravnomerno pokriveno slojem šljunka debljine 3 *cm*. Može li se u akvarijum uliti 30 litara vode, a da se ona ne preliva?

1019. Slika čoveka visokog 1,80 *m* na fotografiji je visoka 6 *cm*. Čovek pri slikanju u ruci drži kofer dimenzija $72 \times 54 \times 21\ cm^3$. Da li se slika ovog kofera može prekriti novčićem od 10 para čiji je prečnik 18 *mm*? Diskutovati rešenje.

1020. Voz polazi tačno u 15 *h* i po redu vožnje stiže u krajnju stanicu u 17 *h* i 15 *min*, pri čemu bi trebalo da se kreće srednjom brzinom od 55 *km/h*. Obično ovaj voz kasni, tako da najčešće stiže u 17 *h* i 45 *min*. Kojom se onda srednjom brzinom on stvarno kreće?

1021. Dva tela istovremeno polaze iz istog mesta i kreću se u istom pravcu i smeru konstantnim brzinama $v_1 = 5\,m/s$ i $v_2 = 3\,m/s$. Posle koliko vremena će rastojanje medju njima iznositi 24 *m*? Diskutovati rešenje.

1022. Opruga dužine 15 *cm* pod dejstvom sile od 5 *N* se izduži za 3 *cm*. Kolika je dužina opruge pod dejstvom sile od 7,5 *N*?

Pripremio Darko Kapor, Institut za fiziku PMF-a, Novi Sad.

Zadaci za učenike VII razreda

1023. Sanke mase 50 *kg* spuštaju se niz padinu nagibnog ugla 30°. Sanke polaze iz mirovanja i posle predjenih 22 *m* postignu brzinu 36 *km/h*. Izračunati količinu toplote koja se oslobodi usled trenja.

1024. Voz mase $10^6\ kg$ kreće se stalnom brzinom 36 *km/h* po usponu 1:1000 (1 *m* na kilometar). Koliku snagu razvija lokomotiva, ako je koeficijent trenja 0,002?

1025. Komad plute vezan je kanapom za dno jezera. Pri tome 60% zapremine je uronjeno u vodu. Odrediti silu zatezanja kanapa. Masa plute je 1 *kg*, gustina $250\ kg/m^3$, a gustina vode $1000\ kg/m^3$.

1026. Odrediti temperaturu smeše koju čine: 10 kg vode temperature 15°C, 20 kg vode temperature 40°C i 5 kg vode temperature 100°C po uspostavljanju toplotne ravnoteže. Toplotne gubitke zanemariti.

1027. Na špiritusnoj lampi 200 g vode zagreje se od 15°C do 75°C, pri čemu sagori 6 g špiritusa. Toplota sagorevanja špiritusa je $3 \cdot 10^7\ J/kg$. Odrediti stepen iskorišćenja pri ovakvom načinu zagrevanja. (Specifična toplota vode je 4200 $J/kg°C$.)

Zadaci za učenike VIII razreda

1028. Lik u izdubljenom sfernom ogledalu je tri puta veći od predmeta. Rastojanje izmedju lika i predmeta je 28 cm. Odrediti žižnu daljinu. Konstruisati lik.

1029. Poluprečnik krivine ispupčenog sfernog ogledala je 40 cm. Predmet je postavljen na 60 cm od ogledala. Koliki je odnos veličine lika i predmeta? (Konstruisati lik).

1030. Optička moć objektiva projekcionog aparata je 8 dioptrija. Odrediti rastojanje aparata od ekrana da bi se dobilo dvadesetpetostruko uvećanje?

1031. Dizalica podiže teret mase 3000 kg vertikalno naviše stalnom brzinom 30 m/min. Kolika je jačina struje koja protiče kroz elektromotor dizalice, ako je koeficijent korisnog dejstva 92%? Elektromotor je priključen na napon 220 V.

1032. Dve jednake sijalice snage $P = 100\,W$ (pri naponu 220 V) vežu se najpre na red, a zatim paralelno na napon 220 V. Pod pretpostavkom da se otpornost ne menja u toku proticanja struje, izračunati razliku potrošnje energije u prvom i drugom slučaju, ako su sijalice uključene 10 h.

Pripremili: Č.Stanković, G.Vuković, Fizički fakultet, Beograd

Zadaci za učenike I razreda gimnazije

1033. Kap vode pada vertikalno naniže sa 24-spratnog solitera. Vreme njenog padanja na zemlju je 4 s. Koliko spratova kap proleti u poslednjoj sekundi padanja.

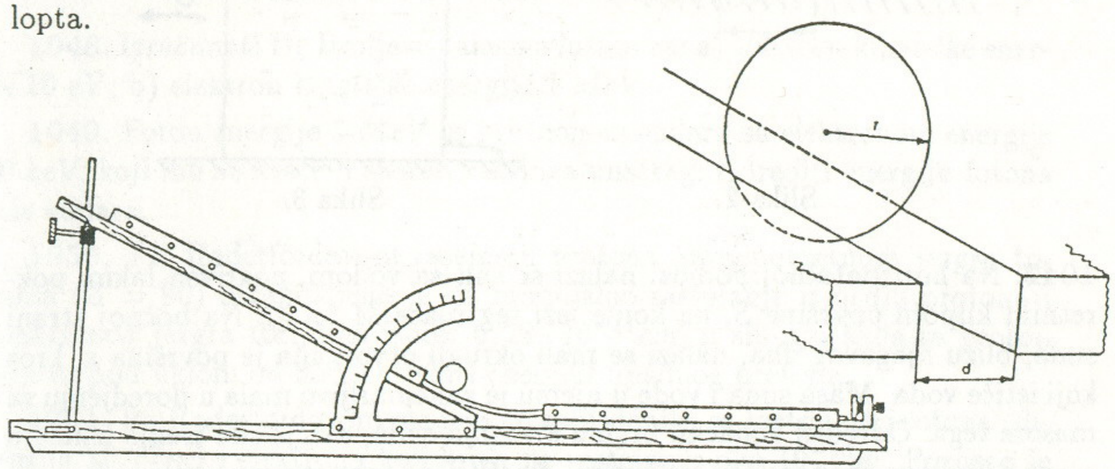
1034. Putnik prvog vagona putničkog voza izašao je na peron da se prošeta. U trenutku kada se našao kod poslednjeg vagona, voz je krenuo napred ubrzanjem a. Istog trenutka putnik je potrčao brzinom v da stigne do svog vagona. Odrediti vreme za koje će to postići.

1035. Materijalna tačka se kreće po kružnici poluprečnika 10 cm sa tangencijalnim ubrzanjem stalnog intenziteta. Odrediti intenzitet ovog ubrzanja, ako je na kraju petog obrta brzina jednaka 79,2 cm/s.

1036. "Galilejev žljeb" je uredjaj koji omogućava kotrljanje kuglice bez njenog proklizavanja (sl.1). Na njemu se mogu izvesti različiti eksperimenti iz

kinematike, dinamike, zakona održanja i dr. Ako su poznati: širina žljeba d, poluprečnik kuglice r i njena masa m, odrediti zavisnost ubrzanja od nagibnog ugla α.

1037. Na tenisku loptu sa visine od 1 m pada masivna kamena kugla iste veličine i odskače na visinu od skoro 1 m. Odrediti visinu na koju se penje lopta.



Slika 1.

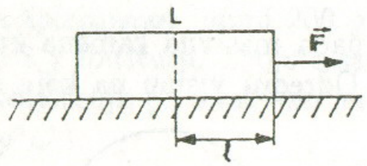
Zadaci za učenike II razreda gimnazije

1038. Cilindrični sud visine H podeljen je na dva jednaka dela horizontalnom pregradom. U gornjem delu nalazi se voda, a u donjem delu vazduh pod atmosferskim pritiskom. Na pregradi se napravi mali otvor tako da voda lagano počinje da ulazi u donji deo suda. Odrediti debljinu sloja vode u ovom delu suda u trenutku kada vazduh počinje da prodire u gornji deo suda. Poznata je gustina vode. Temperatura vazduha se ne menja.

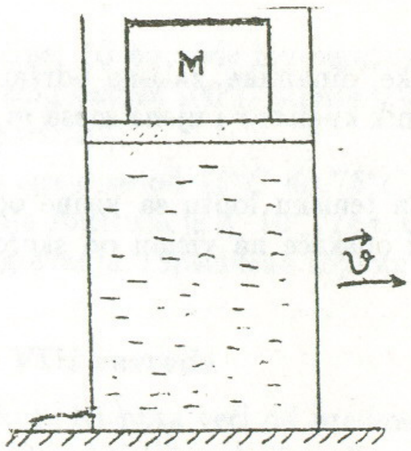
1039. Sud A konstantne zapremine 9 l spojen je sa sudom B zapremine 1 l preko kratke cevi zanemarljive zapremine. U cevi je postavljen tzv. diferencijalni ventil. Kada je ventil otvoren gas iz suda A prelazi u sud B samo ako je pritisak u A veći od pritiska u B bar za $1,2 \cdot 10^5\ Pa$. U početku je idealni gas u sudu A na temperaturi 300 K i pritisku $10^5\ Pa$, a u B je vakuum. Odrediti pritiske u oba suda, ako se ventil otvori i ceo sistem zagreje do temperature 420 K.

1040. U sudu zapremine 0,5 l nalazi se 1 g pare joda. Na temperaturi od 1300 K pritisak u sudu je 92 kPa. Molarna masa joda (J_2) je 0,254 kg/mol. Odrediti stepen disocijacije molekula joda u ovim uslovima.

1041. Homogeni štap dužine L i mase m kreće se pod dejstvom sile F po glatkoj horizontalnoj podlozi u smeru duž njegove ose (sl.2). Odrediti silu zatezanja štapa na mestu koje se nalazi na rastojanju l od njegovog kraja. Kako se ova sila zatezanja menja duž štapa?



Slika 2.



Slika 3.

1042. Na horizontalnoj podlozi nalazi se sud sa vodom, pokriven lakim pokretnim klipom površine S, na kome leži teg mase M (sl.3). Na bočnoj strani suda, blizu njegovog dna, nalazi se mali okrugli otvor, čija je površina s, kroz koji ističe voda. Masa suda i vode u njemu je zanemarljivo mala u poredjenju sa masom tega. Odrediti konačnu brzinu kretanja suda, ako je sila trenja izmedju njega i podloge proporcionalna brzini. Koeficijent proporcionalnosti je k.

Pripremio J.Dojčilović, Fizički fakultet, Beograd

Zadaci za III razred gimnazije

1043. Telo harmoniski osciluje s periodom od 2 s. Odrediti elongaciju i vreme kretanja tela od ravnotežnog položaja do mesta gde je prvi put kinetička energija jednaka potencijalnoj energiji oscilovanja.

1044. Matematičko klatno mase m i dužine $l = 10\,m$ nalazi se u ravnotežnom položaju u stanju mirovanja. U horizontalnom pravcu na kuglicu klatna udari kuglica mase 2 m brzinom $v_1 = 1\,m/s$. Smatrajući da je sudar apsolutno elastičan, odrediti amplitudu x_0 i uglovnu amplitudu θ_0 oscilovanja klatna.

1045. Mala naelektrisana perla može da klizi po vertikalnoj glatkoj izolatorskoj niti na čijem donjem kraju je okačena kuglica iste mase naelektrisana količinom elektriciteta iste vrednosti i znaka kao perla. U ravnotežnom stanju perla se nalazi na rastojanju $R = 20\,cm$ od kuglice. Odrediti period oscilovanja perle kada se ona izvede iz ravnotežnog položaja, duž niti, na rastojanju x koje je mnogo manje od R.

1046. Odrediti odnos perioda oscilovanja matematičkog klasične dužine l i perioda fizičkog klatna iste dužine napravljenog od štapa zanemarljive mase na čijoj sredini i donjem kraju se nalaze kuglice iste mase kao kod matematičkog klatna. Fizičko klatno osciluje oko ose koja prolazi kroz gornji kraj štapa.

1047. Jačina električne struje u oscilatornom kolu menja se po zakonu $i = -0.02 \sin 400\pi t(A)$. Induktivnost oscilatornog kola je $L = 1\,H$. Odrediti: a) period oscilatornog kola; b) kapacitet kondenzatora oscilatornog kola; c) maksimalan napon na oblogama kondenzatora i d) maksimalnu vrednost energije magnetnog i električnog polja u zavojnici, odnosno kondenzatoru.

Pripremio A.Srećković, Fizički fakultet, Beograd

Zadaci za IV razred gimnazije

1048. Izračunati De Broljevu talasnu dužinu za: a) elektron kinetičke energije 10 eV; b) elektron kinetičke energije 1 MeV.

1049. Foton energije 1 MeV se pri čeonom sudaru sa elektronom energije 100 keV, koji mu se kreće u susret, rasejava unatrag. Odrediti energiju fotona posle sudara.

1050. Pri Raderfordovom rasejanju protona na nepokretnom jezgru torijuma ($Z = 90$) ustanovljeno je da minimalno rastojanje izmedju protona i nepokretnog jezgra torijuma iznosi $6,28 \cdot 10^{-11} cm$, u slučaju kada se proton rasejava pod uglom od 30°. Odrediti energiju upadnog protona.

1051. Po Raderfordovom modelu atom vodonika se sastoji od protona (dimenzija $10^{-15} m$) i elektrona koji kruži na rastojanju oko $10^{-10} m$. Poznato je da, po klasičnim zakonima kretanja u elektromagnetnom polju, naelektrisane čestice koje se kreću ubrzano emituju energiju u obliku elektromagnetnog talasa. Pretpostavljajući da je brzina opadanja energija elektrona $-\frac{dE}{dt}$ srazmerna ubrzanju a

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{2e^2}{3c^3} \cdot a,$$

odrediti vreme t za koje će elektron da "padne" u jezgro.

1052. Gustina verovatnoće nalaženja kvantne čestice data je sa $\rho = \psi^* \psi$, a protok, tj. fluks čestica $\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^* \nabla\psi - \psi \nabla\psi^*)(\nabla = \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ je operator gradijenta, tj. parcijalnog izvoda po koordinatama), ako je ψ talasna funkcija čestice. Koliko iznose ρ i $\vec{j}$ za "ravan talas", $\psi(\vec{r}) = e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}\cdot\vec{r}}$?

Pripremila Maja Burić, Fizički fakultet, Beograd

Imajući u vidu neke probleme u vezi pravovremene distribucije *Mladog fizičara* br. 44 i nemogućnosti da učenici pošalju odgovore, odlučili smo da ponovimo "Nagradni zadatak".

NAGRADNI ZADATAK BR.32.

Na jednom tegu vage nalazi se insekt mase 2 g, hermetički pokriven laganim staklenim zvonom. Kazaljka vage pokazuje masu od 546 g (masa zvona, insekta i vazduha u njemu). Šta će pokazivati kazaljka vage ukoliko insekt uzleti i počne da lebdi u zvonu na nekoj visini? Šta pokazuje kazaljka vage za vreme dok insekt "aterira" (slobodno pada) sa te visine na tas?

Pripremio Perković Mladen, Beograd

KLASIFIKACIONI ISPIT IZ FIZIKE NA UNIVERZITETU U BEOGRADU

jun 1992. godine

1. Elektrostatički potencijal $\Phi(r)$ u unutrašnjosti $(r_1, r_2, r < R)$ naelektrisane tanke sferne metalne ljuske poluprečnika R ima osobinu da je:

A: $\Phi(r) = 0$ za $r < R$ | B: $\Phi(r_1) \neq \Phi(r_2)$ za $r_1 \neq r_2$
C: $\Phi(r_1) < \Phi(r_2)$ za $r_1 > r_2$ | D: $\Phi(r_1) < \Phi(r_2)$ za $r_1 < r_2$
E: $\Phi(r) = \Phi(R)$ za $r < R$ | N: ne znam

2. Maksimalno pojačanje pri interferenciji dva ravna talasa iste frekvencije i istih početnih faza, koji se prostiru kroz elastičnu izotropnu sredinu nastaje u tačkama u kojima je putna razlika:

A : $\lambda/4$ | B: $\lambda/5$ | C: $\lambda/2$
D: λ | E: $\lambda/3$ | N: ne znam

3. Telo se iz mirovanja pusti da slobodno pada ($g = 10\ m/s^2$) i poslednje tri četvrtine puta, do udara u Zemlju, predje za $\tau = 4\ s$. Ako se sva trenja zanemare, visina sa koje je telo palo je:

A: 100 m | B: 380 m | C: 200 m
D: 140 m | E: 320 m | N: ne znam

4. Iz istog početnog stanja idealni gas se sabije do jednake krajnje zapremine, jednom izotermski drugi put izobarski. Radovi koje gas izvrši pri ovim procesima su A_T pri izotermskoj kompresiji i A_p pri izobarskoj kompresiji. Odnos medju ovim radovima je:

A: $A_T = -A_p$ | B: $\mid A_T \mid \leq \mid A_p \mid$ | C: $A_T < A_p$
D: $A_T \geq A_p$ | E: $A_T = A_p$ | N: ne znam

5. Osoba pred ravnim ogledalom zatvori levo oko (LO) i na ogedalo, na lik zatvorenog oka zalepi novčić. Zatim, ne pomerajući se, otvori LO i zatvori desno oko (DO). Osoba u ogledalu vidi da je novčić:

A: pokrio LO | B: izmedju LO i DO | C: desno od DO
D: levo od LO | E: pokrio DO | N: ne znam

6. Posmatrač koji ima daljinu oštrog vida $s = 25\ cm$, kroz lupu koju drži neposredno ispred oka vidi tri puta uvećan predmet. Žižna daljina lupe je:

A: 8 cm | B: 12,5 cm | C: 0,41 cm
D: 15,2 cm | E: 25 cm | N: ne znam

7. Matematičko klatno se nalazi na platformi koja se u gravitacionom polju Zemlje kreće vertikalno naviše, konstantnim ubrzanjem intenziteta $a = g$. Period malih oscilacija klatna je:

A: $T = 2\pi\sqrt{3l/2g}$ | B: $T = 2\pi\sqrt{2l/3g}$ | C: $T = 2\pi\sqrt{l/2g}$
D: $T = 2\pi\sqrt{2l/g}$ | E: $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ | N: ne znam

8. Najveći broj kombinacija vezivanja tri otpornika R_1, R_2 i R_3 koje daju različite ekvivalentne otpornosti je:

A: 9 | B: 8 | C: 7
D: 5 | E: 6 | N: ne znam

9. Induktivna otpornost idealnog kalema induktivnosti 2H, kroz koji protiče jednosmerna struja intenziteta 1,5 A je:

A: 0,75 Ω | B: 0 Ω | C: 2 Ω
D: 3 Ω | E: 6 Ω | N: ne znam

10. Svetlost talasne dužine $\lambda = 245\ nm$ izaziva fotoelektrični efekt na nekom metalu. Napon zaustavljanja fotoelektrona dobijenih na taj način je $U = 1,25\ V$. Izlazni rad elektrona iz datog metala je: ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$ i $h = 6,625 \cdot 10^{-34} Js$).

A: 0,47 eV | B: $3,22 \cdot 10^{-20} J$ | C: $6,15 \cdot 10^{-17} J$
D: 3,82 eV | E: 37,40 eV | N: ne znam

REŠENJA KONKURSNIH ZADATAKA IZ MF-42 (nastavak)

891. Odrediti brzinu koju ima telo mase m na rastojanju $r = 6 \cdot 10^4 m$ od drugog većeg tela mase $M = 2 \cdot 10^{15}\ kg$, ako se ono kretalo bez početne brzine iz beskonačnosti ka drugom telu. Uticaj drugih tela zanemariti.

REŠENJE: Ukupna energija (mehanička) tela koje je beskonačno daleko od drugih tela je jednaka nuli, jer je i potencijalna energija $E_p = -\gamma\frac{mM}{r} = 0$ za $r \to \infty$ i kinetička energija jednaka nuli (iz uslova zadatka). Prema zakonu održanja mehaničke energije ukupna energija tela i na rastojanju r mora biti jednaka nuli:

$$-\gamma\frac{mM}{r} + \frac{mv^2}{2} = 0,$$

odnosno, do porasta kinetičke energije tela je došlo na račun smanjenja njegove potencijalne energije. Iz gornje relacije se za brzinu tela mase m na rastojanju r od tela M dobija izraz

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma M}{r}} \quad \text{i vrednost} \quad v = 6 \cdot 10^{-3} m/s.$$

UPUTSTVO ZA REŠAVANJE ZADATAKA

Pokušajte da rešite zadatke (konkursne, nagradne i dr.) iz ovog broja *Mladog fizičara* i rešenja pošaljite. Imena učenika koji su neke od njih (ili sve) rešili tačno, kao i interesantna rešenja, objavićemo u narednim brojevima *Mladog fizičara*. Najuspešnijim rešavačima za svaki razred dodelićemo prigodne nagrade na kraju školske godine.

Svako rešenje (s rednim brojem zadatka i tekstom) treba obrazložiti na jednoj strani lista hartije. Rešenje treba čitko potpisati punim prezimenom i imenom, navesti razred, školu, mesto i svoju adresu. Navedite ime i prezime nastavnika fizike. Ove podatke uneti u kupon.

Zadatke rešavajte samostalno. Slike crtajte pažljivo. Nečitljiva i neobrazložena rešenja nećemo uzimati u obzir.

Čest je slučaj da čitaoci koji šalju rešenja konkursnih ili nagradnih zadataka, ili odgovore na zadatke - pitanja, izostavljaju neke tražene, a često i neophodne podatke. Najčešće nedostaje ime i prezime predmetnog nastavnika, a često naziv škole i adresa rešavača. Uz rešenja i odgovore obavezno priložiti i čitko popunjen kupon koji treba izrezati.

892. Kuglica mase $m = 0,3\ kg$ visi na izolatorskoj niti. Njeno naelektrisanje iznosi $-10^{-8} C$. Odrediti rastojanje na koje treba postaviti drugu naelektrisanu kuglicu sa naelektrisanjem $-17 \cdot 10^{-9} C$, vertikalno ispod prve, da bi se sila zatezanja niti smanjila dva puta.

REŠENJE: Na kuglicu koja visi na niti deluju tri sile: 1) težina tela mg - vertikalno naniže; 2) sila zatezanja niti T - duž konca naviše i 3) električna sila odbijanja, odnosno Kulonova sila F - vertikalno naviše (sl.1). Pod dejstvom ovih sila kuglica se nalazi u ravnoteži ($v = 0$), pa je prema I Njutnovom zakonu $mg - T - F = 0$, odnosno $F = mg - T$. Kako je prema uslovu zadatka $T = mg/2$, sledi $F = mg/2$. Kulonova sila, s druge strane, je jednaka

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad \text{Sledi} \quad \frac{mg}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2},$$

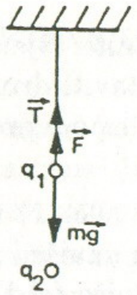
odakle se za rastojanje izmedju naelektrisanja r dobija

$$r = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q_1 q_2}{mg}} = 3,2 \cdot 10^{-2} m.$$

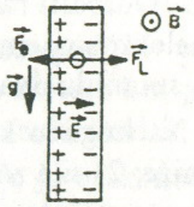
J.D.

893. Pri fotoefektu na platini zakočni napon iznosio je $0,8\ V$. Izlazni rad za platinu je $5,3\ eV$. Odrediti: a) talasnu dužinu svetlosti; b) talasnu dužinu koja odgovara "crvenoj granici" fotoefekta na platini.

KUPON
Učenik
Škola i razred
Profesor (nastavnik)
Adresa učenika



Slika 1.



Slika 2.

REŠENJE: Kako je pri zaustavljanju fotoelektrona u elektrostatičkom polju pri potencijalnoj razlici U_z promena kinetičke energije jednaka radu elektrostatičkog polja: $mv^2/2 = eU_z$, Ajnštajnova jednačina za fotoefekt se može napisati u obliku $h\nu = A + eU_z$, odakle sledi da je talasna dužina upadne svetlosti $\lambda = c/\nu = ch/(A + eU_z) = 196\ nm$. Fotoefekat je moguć kada je energija upadnog fotona veća od izlaznog rada za platinu, odakle se dobija da je "crvena granica" fotoefekta na platini: $\lambda_{max} = hc/A = 234\ nm$.

894. Kuglica of volframa, poluprečnika 2 cm, nalazi se u vakuumu i osvetljava ultraljubičastom svetlošću talasne dužine 250 nm. Kolikom količinom elektriciteta će se naelektrisati kuglica? Izlazni rad za volfram je $4,5\ eV$.

REŠENJE: Izbacivanjem fotoelektrona kuglica će se naelektrisati pozitivnim naelektrisanjem koje će rasti sve dotle dok jačina elektrostatičkog polja na njenoj površini ne bude dovoljna da spreči izlazak novih elektrona: $\Delta E_k = E_k = mv^2/2 = e\varphi$, gde je $\varphi = q/(4\pi\epsilon_0 R)$ - potencijal elektrostatičkog polja na površini kuglice. Iz Ajnštajnove jednačine za fotoefekat $h\nu = A + E_k = A + e\varphi = A + q/(4\pi\epsilon_0 R)$ sledi da će se kuglica naelektrisati pozitivnim naelektrisanjem $q = (hc - \lambda A)4\pi\epsilon_0 R/(e\lambda) = 1,03\ pC$.

895. Neutroni brzine 1 km/s pri difrakciji na kristalu daju difrakcioni maksimum prvog reda pod uglom od 45°. Odrediti najkraće rastojanje izmedju kristalografskih ravni date porodice.

REŠENJE: De Broljeva talasna dužina λ neutrona mase m_p, koji se kreće brzinom v iznosi $\lambda = h/m_p v$. Na osnovu Bragove jednačine za difrakciju: $n\lambda = 2d\sin\theta$ sledi da će se difrakcioni maksimum prvog reda ($n = 1$) sa date porodice kristalografskih ravni, čija su medjusobna rastojanja d, pojaviti pod uglom θ. Sledi, $d = \lambda/2\sin\theta = \lambda/\sqrt{2} = h/(m_p v\sqrt{2}) = 0,280\ nm$.

896. U televizijskoj katodnoj cevi elektroni se ubrzavaju potencijalnom razlikom od 25 kV.

a) Kolika je najmanja De Broljeva talasna dužina elektrona ?

b) Kolika je najmanja talasna dužina x-fotona koji nastaju na ekranu usled bombardovanja elektronima ?

REŠENJE: a) Energija fotona x-zračenja ne može biti veća od kinetičke energije elektrona ubrzanih u električnom polju pri potencijalnoj razlici U : $E_f \leq E_{ke} = eU$, odnosno $hc/\lambda_{min} = eU$, odakle je najmanja talasna dužina x-fotona $\lambda_{min} = hc/eU = 49,6\ pm$. b) Kako je $\frac{mv^2}{2} = eU$ sledi $v = \sqrt{2eU/m} = 9,38 \cdot 10^7 m/s = 0,31\ c$, što znači da je brzina elektrona uporediva s brzinom svetlosti tako da se moraju primeniti odgovarajući relativistički izrazi. S obzirom da je $p = \sqrt{E^2 - E_0^2}/c$ i $E = E_0 + E_k$ sledi $p = \sqrt{(E_k + E_0)^2 - E_0^2}/c = \sqrt{(E_k + 2E_0)E_k}/c = E_k\sqrt{1 + (2E_0/E_k)}/c = eU\sqrt{1 + 2m_0c^2/eU}/c$, na osnovu De Broljeve relacije sledi $\lambda = h/p = h/[eU\sqrt{1 + (2m_0c^2/eU)}] = 7,67\ pm$. Neopravdanim korišćenjem klasičnih izraza dobili bismo $\lambda_{kl} = 7,76\ pm$, tako da bismo napravili grešku od 1,2%.

897. Na kojoj temperaturi molekuli vodonika imaju dovoljnu energiju za sopstvenu jonizaciju? Potencijal jonizacije vodonika je $13,6\ V$.

REŠENJE: Uzimajući da je za sopstvenu jonizaciju vodonika potrebno da srednja kinetička energija toplotnog kretanja bude veća ili najmanje jednaka energiji jonizacije atoma vodonika: $3kT/2 \geq E_j$, sledi $T \geq 2E_j/(3k) = 2e\varphi_j/(3k) = 105 \cdot 10^3\ K$.

A.S.

898. Okrugla metalna ploča pada vertikalno naniže u homogenom magnetnom polju čije su linije sila horizontalne. Ona pada tako da je sve vreme paralelna linijama sila, a normalna na površinu Zemlje. Debljina ploče je d, masa m, a intenzitet magnetnog polja je B. Odrediti ubrzanje ploče.

REŠENJE: Neka je brzina sa kojom pada ploča konstantna. Onda na slobodna naelektrisanja deluje Lorencova sila $F_L = evB$, zbog čega dolazi do njihove preraspodele na suprotne površine. Ovo traje sve dotle dok se intenzitet sile kojom novostvoreno električno polje deluje na naelektrisanja (elektrone) ne izjednači sa intenzitetom Lorencove sile: $F_e = eE = E_L$, odnosno $evB = eE$, odakle se za jačinu električnog polja dobija $E = v \cdot B$ (sl.2). Na suprotnim površinama ploče se uspostavi napon $U = Ed = Bvd$.

Kako je debljina ploče mnogo manja od njenog poluprečnika ($d \ll R$), onda je električno polje homogeno i ploča se može predstaviti kao pločasti kondenzator na čijim oblogama se nalazi naelektrisanje

$$q = C \cdot U = \frac{\epsilon_0 S}{d} Bvd = \epsilon_0 SBv,$$

gde je $s = \pi R^2$ - površina ploče. Iz poslednje relacije se može zaključiti da je naelektrisanje q linearna funkcija brzine sa kojom ploča pada: $q = f(v)$. To znači da, ukoliko se ploča kreće ubrzano ($v \neq const$, odnosno $a \neq 0$), naelektrisanje q će da se menja, pa će u njoj teći struja čija je jačina

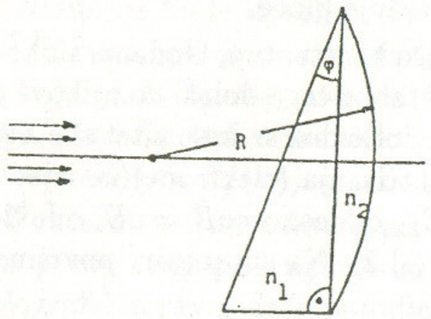
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \epsilon_0 SB\frac{\Delta v}{\Delta t} = \epsilon_0 SBa,$$

gde je a - ubrzanje ploče.

Medjutim, na provodnik kroz koji protiče struja u magnetnom polju deluje sila čiji je intenzitet $F = IBd$, a usmerena je vertikalno naviše. Na osnovu ovoga, II Njutnov zakon, primenjen na ploču za vertikalni pravac, glasi: $ma = mg - -F$, odnosno, $ma = mg - IBd$. Kada se zameni izraz za jačinu električne struje, dobija se ralacija $ma = mg - B^2 d\epsilon_0 a\pi R^2$, odnosno $ma + B^2 d\epsilon_0 a\pi R^2 = mg$, iz koje se može odrediti ubrzanje ploče:

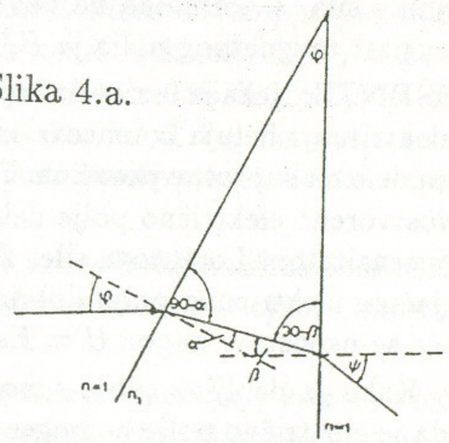
$$a = \frac{g}{1 + \frac{B^2 d\epsilon_0 \pi R^2}{m}}.$$

899. Optički sistem se sastoji od pravougaone prizme, čiji je prelomni ugao φ i indeks prelamanja n_1 i koja je tesno priljubljena uz tanko ravno-ispupčeno sočivo poluprečnika krivine R i indeksa prelamanja $n_2 > n_1$. Sa strane na kojoj se nalazi prizma, po glavnoj optičkoj osi sočiva pada uzak monohromatski snop svetlosti iz beskonačno udaljenog izvora (sl.3). Odrediti mesto nalaženja lika. Prikazati rezultate u numeričkom obliku za sledeće vrednosti parametara: $\varphi = 18°,\ R = 10\ cm,\ n_1 = 1,4,\ n_2 = 1,8.$



Slika 3.

Slika 4.a.



REŠENJE: Za početak, prvo treba da se posmatra prolazak paralelnog snopa svetlosti kroz prizmu (sl.4.a). Na osnovu zakona prelamanja važi $\sin\varphi/\sin\alpha = n_1$ i $\sin\varphi/\sin\beta = n_1$. Takodje izmedju uglova postoji veza $\varphi + (90-\alpha) + (90- -\beta) = 180$, odnosno $\beta = \varphi - \alpha$. To znači da je $\sin\beta = \sin(\varphi-\alpha) = \sin\varphi\cos\alpha - -\sin\alpha\cos\varphi = \sin\varphi\sqrt{1-\sin^2\alpha} - \sin\alpha\cos\varphi = \sin\varphi\sqrt{\frac{n_1^2-\sin^2\psi}{n_1^2}} - \frac{\sin\varphi}{n_1}\cos\varphi = = \frac{\sin\varphi}{n_1}\left[\sqrt{n_1^2-\sin^2\varphi} - \cos\varphi\right] = \frac{\sin\psi}{n_1}$. Konačno se za ugao ψ dobija:

$$\psi = arc\sin\left[\sin\varphi\left(\sqrt{n_1^2 - \sin^2\varphi} - \cos\varphi\right)\right].$$

Sada treba posmatrati tesno priljubljeno sočivo na zadnjoj strani prizme, ali izmedju njih se nalazi vrlo tanak sloj vazduha (sl.4.b). Pošto je proizvod $n_1\sin\alpha_1 = \cos t$, položaj lika se neće promeniti. Iz slike 4.b. levo sledi $n_1\sin\alpha_1 = n_2\sin\alpha_2$, a iz slike 4.b. desno

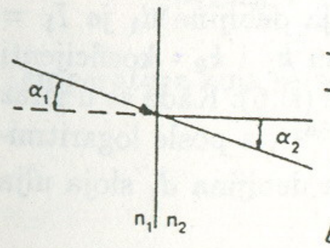
$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta} = \frac{1}{n_1} \quad i \quad \frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta} = \frac{1}{n_2} \Rightarrow n_1\sin\alpha_1 = n_2\sin\alpha_2.$$

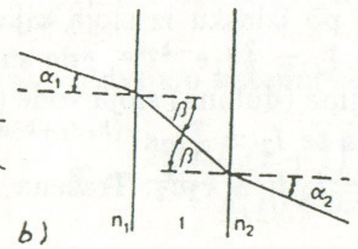
Ovo znači da ako se ubaci tanak sloj vazduha izmedju prizme i sočiva, ugao pod kojim zrak ulazi u sočivo je isti kao da sloja nema. Pošto je sloj zanemarljive debljine, vertikalna koordinata tačke ulaska zraka u sočivo se, praktično, ne menja. Znači, da su optički sistemi sa i bez tankog sloja vazduha (u ovom slučaju) izmedju sočiva i prizme ekvivalentni - što znači da je položaj lika isti u oba sistema.

Kao što je izračunato, ugao izlaska zraka iz prizme je ψ. Pošto su granične površine prizme i sočiva paralelne, zrak pada na ravnu površinu sočiva pod uglom ψ u odnosu na optičku osu (sl.4.c). Žižna daljina plankonveksnog sočiva računa se pomoću optičarske jednačine

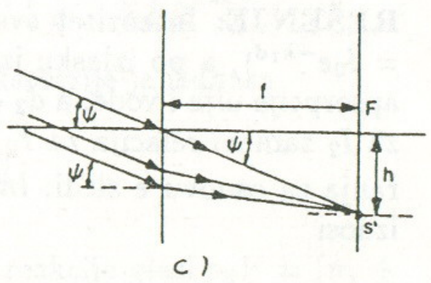
$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_{soc}}{n_{ok}} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

koja u konkretnom slučaju glasi $\frac{1}{f} = (n_2 - 1)\frac{1}{R}$, odnosno $f = R\frac{1}{n_2-1}$. Pošto je sočivo, po uslovu zadatka, tanko, onda tanak paralelan snop zraka daje lik u žižnoj ravni. Znači, lik izvora se nalazi na rastojanju f od sočiva (desno, na odstojanju h ispod optičke ose), pri čemu je $h = f\cdot tg\psi = \frac{R}{n_2-1}tg\psi$. Zamena brojnih vrednosti daje rezultate $f = 12,5\ cm$ i $h \approx 1,6\ cm$. Za ugao ψ se dobija vrednost: $\psi = 7,36°$.





Slika 4.b



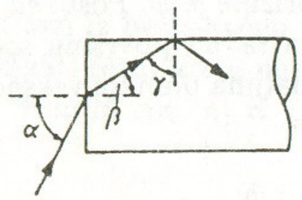
Slika 4.c.

900. Na ravnu površinu osnove dugačkog staklenog štapa cilindričnog oblika pada svetlost. Odrediti minimalni indeks prelamanja stakla koji omogućava da svetlost ne može da izadje iz štapa kroz bočne strane.

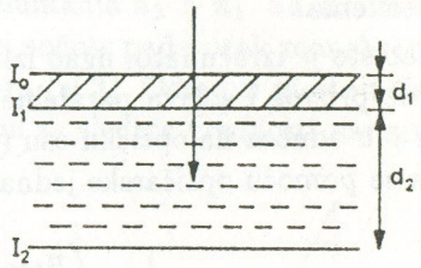
REŠENJE: Iz zakona prelamanja na ravnoj površini osnove staklenog štapa (sl.5) sledi $\sin\alpha/\sin\beta = n$, gde je n - indeks prelamanja stakla. Uslov da zrak ne napusti štap kroz bočnu površinu je da je upadni ugao na tu površinu γ veći od graničnog ugla totalne refleksije $\gamma_g : \gamma > \gamma_g$, gde je $\sin\gamma_g = 1/n$. Kako je $\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$, sledi da zrak neće izaći kroz bočnu površinu ako je

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos\beta \geq \frac{1}{n}.$$

Maksimalna vrednost ugla β odgovara slučaju kada je $\alpha = \frac{\pi}{2}$, odnosno $\sin\beta = \frac{1}{n}$. Kvadriranjem i sabiranjem poslednjih dveju relacija (za to su ispunjeni uslovi $\sin\beta > 0$ i $\cos\beta > 0$) dobija se $\cos^2\beta + \sin^2\beta \geq \frac{2}{n^2}$ ili $1 \geq \frac{2}{n^2}$. Sledi $n \geq \sqrt{2}$, odnosno minimalni indeks prelamanja stakla iznosi $n_{min} = \sqrt{2} = 1,41$.



Slika 5.



Slika 6.

901. Na vodi dubine $d_2 = 1,2m$ pliva sloj ulja. Na graničnoj površini voda-ulje odnos intenziteta propuštene i odbijene svetlosti je 2:1. Izračunati debljinu d_1 sloja ulja ako intenzitet svetlosti od površine do dna opada 30 puta. Poznato je da pri prolasku kroz vodeni sloj debljine $d_0 = 0,42m$ intenzitet svetlosti opadne 2,718 puta, a da je za isto toliko opadanje potreban 5 puta tanji sloj ulja.

REŠENJE: Intenzitet svetlosti po izlasku iz sloja ulja debljine d_1 je $I_1 = I_0 e^{-k_1 d_1}$, a po izlasku iz vode $I_2 = \frac{2}{3} I_1 e^{-k_2 d_2}$, gde su k_1 i k_2 - koeficijenti apsorpcije ulja i vode, a d_2 - debljina (dubina) sloja vode (sl.6). Kada se u izraz za I_2 zameni relacija za I_1 dobija se $I_2 = \frac{2}{3} I_0 e^{-(k_1 d_1 + k_2 d_2)}$, a posle logaritmiranja za osnovu e sledi: $ln\frac{2}{3}\frac{I_0}{I_2} = k_1 d_1 + k_2 d_2$. Tražena debljina d_1 sloja ulja iznosi

$$d_1 = \frac{1}{k_1} ln\frac{2I_0}{3I_2} - \frac{k_2}{k_1} d_2.$$

Kako je, prema uslovu zadatka $k_2 = 1/d_0$, $k_1 = \frac{1}{d_0/5} = 5/d_0 = 5k_2$ i $I_0/I_2 = 30$, debljina sloja ulja je jednaka:

$$d_1 = \frac{d_0}{5} ln\frac{2I_0}{3I_2} - \frac{d_2}{5} = 0,0116\ m.$$

902. U čeličnom sudu se nalazi smesa vodonika H_2 i kiseonika O_2 na temperaturi $T_0 = 293\ K$. Sud je dovoljno čvrst, i posle eksplozije praskavog gasa izazvanog električnom varnicom pritisak u njemu se povećao K puta. Pri sagorevanju jednog mola vodonika izdvaja se količina toplote $Q = 435\ kJ/mol$. Specifična molarna toplota kiseonika i vodonika pri izohronom procesu je jednaka $5R/2$, a za vodenu paru $7R/2$, gde je $R = 8,314\ J/molK$ - univerzalna gasna konstanta.

Odrediti vezu izmedju sastava smese i faktora povećanja pritiska. Izračunati K ako masa vodonika čini 0,5% mase kiseonika.

Posle reakcije sadržaj u sudu smatrati idealnim gasom. Temperatursku zavisnost specifičnih toplota zanemariti. Ne uzimati u obzir ni procese disocijacije.

REŠENJE: Neka je n_1 broj molova vodonika H_2, a n_2 - broj molova kiseonika O_2, tako da je njihov odnos $x = n_1/n_2$. Pri eksploziji praskavog gasa dolazi do hemijske reakcije $2H_2 + O_2 = 2H_2O$. To znači da kada je $x \leq 2$ na sagorevanje se utroši sav vodonik, a za $x > 2$ se utroši samo jedan njegov deo. Treba razmotriti oba slučaja.

1. slučaj $x \leq 2$. Posle reakcije se dobija smeša n_1 molova pare H_2O i $n_1\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)$ molova kiseonika. Prema prvom principu termodinamike za ovaj slučaj sledi $U_2 - U_1 = Q$, gde su U_1 i U_2 unutrašnje energije gasne smeše pre i posle eksplozije (hemijske reakcije), a Q - izdvojena količina toplote sagorevanja. Kada se u ovu relaciju zamene izrazi: $U_1 = n_1\frac{5}{2}RT_0 + \frac{n_1}{x}\frac{5}{2}RT_0$, $U_2 = n_1\frac{7}{2}RT + n_1\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)\frac{5}{2}RT$ i $Q = n_1 q$ (molekul vode je troatomski), dobija se

$$\frac{5}{2}n_1 RT_0 + \frac{5}{2}\frac{n_1}{x}RT_0 + n_1 q = \frac{7}{2}n_1 RT + n_1\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)\frac{5}{2}RT.$$

Temperatura koja se uspostavlja u sistemu posle eksplozije je jednaka

$$T = \frac{2[5RT_0(x+1) + 2qx]}{R(10+9x)}.$$

Jednačina gasnog stanja za sistem pre i posle reakcije glasi $p_0V = (n_1 + \frac{n_1}{x})RT_0$ i $pV = [n_1 + n_1(\frac{1}{x} - \frac{1}{2})]RT$, pa je traženi odnos pritisaka u zavisnosti od K jednak:

$$K = \frac{p}{p_0} = \frac{x+2}{2(x+1)}\frac{T}{T_0} = \frac{[5RT_0(x+1)+2qx](x+2)}{RT_0(10+9x)(x+1)}.$$

2. slučaj $x > 2$. U reakciji učestvuje sav kiseonik i deo vodonika. Posle reakcije se dobija $2n_2 = \frac{2n_1}{x}$ molova H_2O i $n_1 - \frac{2n_1}{x}$ molova H_2. Posle analognih razmatranja kao i u prvom slučaju dobijaju se za ravnotežnu temperaturu i odnos pritisaka, izrazi:

$$T = \frac{5RT_0(x+1)+4q}{R(4+5x)} \quad i \quad K = \frac{[5RT_0(x+1)+4q]\cdot x}{RT_0(x+1)(5x+4)}.$$

Za konkretnu brojnu vrednost se dobija da je $x = 0,08$, a da se pritisak uvećava $K = 6,7$ puta.

J.D.

903. Metak mase $m = 20\ g$ udari u balističko klatno dužine $L = 1\ m$, na čijem se kraju nalazi drveno telo mase $M = 1\ kg$ i ostane u njemu. Posle udara metka klatno dospe u horizontalan položaj. Odrediti brzinu metka pre udara o klatno.

REŠENJE: Moment impulsa metka u odnosu na osu obrtanja neposredno pre sudara je mvL, dok je moment impulsa klatna sa metkom neposredno posle sudara $(m+M)L^2\omega_0$, gde je ω_0 početna ugaona brzina balističkog klatna s metkom u njemu. Na osnovu zakona održanja momenta impulsa sledi $\omega_0 = mv/(m+M)L$.

Primenjujući zakon održanja mehaničke energije na kretanje klatna posle udara metka, sledi $I\omega_0^2/2 = (m+M)gL$, odakle se dobija da je brzina metka pre udara o klatno iznosila $v = (m+M)\sqrt{2gL}/m = 226\ m/s$.

904. Šipka mase M i dužine $L = 1\ m$ može da se okreće oko nepokretne horizontalne ose O koja prolazi kroz jedan njen kraj. Šipka se iz horizontalnog položaja prepusti dejstvu zemljine teže. Prolazeći kroz vertikalan položaj, svojim donjim krajem udara o malo telo mase $m = M/2$ koje leži na glatkoj horizontalnoj podlozi. Odrediti: a) brzinu tela mase m neposredno posle udara; b) dužinu puta koji prelazi telo mase m do zaustavljanja, ako je koeficijent trenja klizanja izmedju tela i podloge $k = 0,4$.

REŠENJE: Na osnovu zakona održanja mehaničke energije primenjenog na kretanje štapa pre udara o telo: $MgL/2 = I_0\omega_1^2$, gde je $I_0 = ML^2/3$ moment inercije štapa u odnosu na osu koja prolazi kroz tačku vešanja, a ω_1 - ugaona brzina štapa neposredno pre udara o telo, sledi $\omega_1 = \sqrt{3g/L}$. Na osnovu zakona održanja impulsa $I_0\omega_1 = I_0\omega_1 + mvL$ i zakona održanja mehaničke energije $I_0\omega_1^2/2 = I_0\omega_2^2/2 + mv^2/2$, gde je ω_2 ugaona brzina štapa posle udara o telo, a v - brzina tela neposredno posle udara štapa, sledi $\omega_2 = (I_0\omega_1 - mvL)/I_0$, tako da je

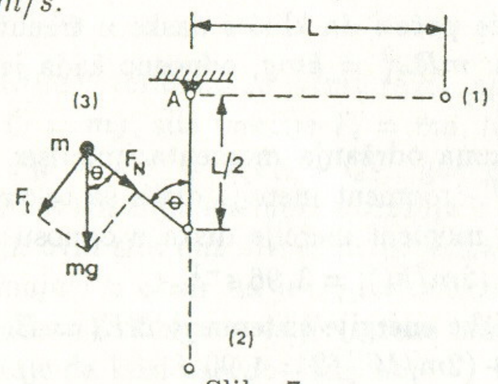
$$v = \frac{2I_0L}{I_0+mL^2}\omega_1 = \frac{2M}{M+3M}\sqrt{3gL} = 4,34\ m/s.$$

Kako je promena kinetičke energije tela jednaka radu sila trenja duž puta s sledi:

$$s = \frac{v^2}{2kg} = \frac{6}{k\left(1+\frac{3m}{M}\right)^2}L = 2,4m$$

905. Na neistegljivoj niti dužine $2,5m$ okačena je mala kuglica. Drugim krajem nit je privezana za držač na plafonu. Nit sa kuglicom se dovede u horizontalan položaj i pusti. Kada ovo klatno dodje u vertikalan položaj nailazi na klin koji je na polovini dužine niti od držača. Odrediti: a) ugao koji zaklapa nit sa vertikalnim položajem u trenutku kada je sila zatezanja u niti jednaka nuli; b) brzinu kuglice u datoj tački putanje.

REŠENJE: Iz uslova zadatka da u datoj tački (3) putanje (sl.7) sila zatezanja bude jednaka nuli, sledi da normalna komponenta težine tela $F_n = mg\cos\theta$ mora biti jednaka centripetalnoj sili $F_c = mv_3^2/(L/2) : F_n = F_c$, odakle je $v_3^2 = gL\cos(\theta/2)$. Na osnovu zakona održanja mehaničke energije: $mv_3^2/2 = mhL(1-\cos\theta)/2$ sledi $v_3^2 = gL(1-\cos\theta)$. Iz zadnja dva izraza sledi $\cos\theta = 2/3$ pa je $\theta = 48°11'23''$, tako da je brzina tela u datoj tački (3) putanje $v_3 = \sqrt{gL/3} = 2,86\ m/s$.

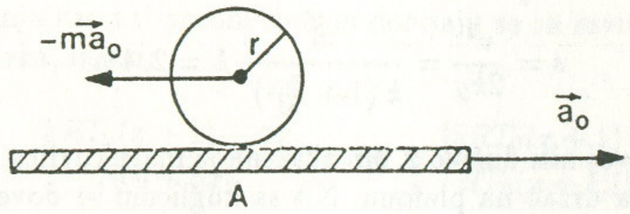


Slika 7.

906. Homogen valjak postavljen je na horizontalnu dasku. Daska se povuče konstantnim ubrzanjem $9\ m/s^2$. Odrediti ubrzanje centra mase valjka u odnosu na nepokretan referentni sistem. Pretpostaviti da pri rotaciji valjka ne dolazi do proklizavanja.

REŠENJE: U odnosu na pokretan sistem koji je vezan za dasku, na osnovu osnovnog zakona dinamike rotacionog kretanja $I_A\alpha'_A = ma_0r$, gde je I_A - moment inercije valjka u odnosu na trenutnu osu rotacje A (sl.8), α'_A - ugaono ubrzanje valjka, a a_0 - ubrzanje daske, posle zamene $\alpha'_A = a'/r$, gde je

a' - ubrazanje centra mase valjka u odnosu na pokretni sistem i korišćenjem Štajnerove teoreme $I_A = (mr^2/2) + mr^2 = 3mr^2/2$, sledi $a' = 2a_0/3$. Kako je $a = a_0 - a'$, na osnovu prethodnog sledi $a = a_0/3 = 3\ m/s^2$.



Slika 8.

907. Disk poluprečnika $0,5\ m$ i mase $10\ kg$ rotira oko vertikalne ose koja prolazi kroz njegov centar stalnim ugaonim ubrzanjem. Na ivici diska nalazi se telo mase $5\ kg$. Usled rotacije jednog trenutka telo pada sa diska. Koeficijent trenja izmedju tela i diska je 0,2.

a) Pri kojoj ugaonoj brzini telo pada sa diska?

b) Kolika je ugaona brzina diska neposredno posle pada tela?

c) Kolika je promena kinetičke energije sistema usled pada tela.

REŠENJE: a) Telo će početi da klizi s daske u trenutku kada je centralna sila jednaka sili trenja: $mR\omega_1^2 = kmg$, odnosno kada je ugaona brzina diska $\omega_1 = \sqrt{kg/R} = 1,98\ s^{-1}$.

b) Na osnovu zakona održanja momenta impulsa: $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$, gde je $I_1 = (MR^2/2) + mR^2$ - moment inercije diska sa telom pre nego što je telo spalo, a $I_2 = MR^2/2$ moment inercije diska u odnosu na datu osu rotacije, sledi $\omega_2 = \sqrt{kg/R}[1 + (2m/M)] = 3,96\ s^{-1}$.

c) Promena kinetičke energije sistema je $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = [I_2\omega_2^2/2] - -[I_1\omega_1^2/2] = kgRm[1 + (2m/M)]/2 = 4,90\ J$.

A.S.

REŠENJA KONKURSNIH ZADATAKA IZ MF-43

923. Neka je referentni sistem vezan za Zemlju. Ukoliko su tela istovremeno krenula i istovremeno pala na Zemlju, znači da su vremena njihovog kretanja jednaka bez obzira na to što je prvo telo samo slobodno padalo sa visine H, a

drugo u početku išlo vertikalno naviše jednakousporeno, a zatim počelo da pada sa visine $H - h + h'$, gde je h' njegova visina penjanja. Udaljenost prvog tela od površine Zemlje je $x_1 = H - gt^2/2$, a drugog $x_2 = H - h + v_0t - gt^2/2$. U trenutku udara ove udaljenosti su jednake nuli. Sledi $H - gt^2/2 = 0$ ili $gt^2/2 = H$, odakle se za ukupno vreme padanja dobija: $t = \sqrt{(2H)/g}$. Za drugo telo se dobija

$$H - h + v_0\sqrt{(2H)/g} = 0 \qquad i \qquad v = h\sqrt{g/(2H)} \cong 7\ m/s.$$

Ovde je interesantno razmotriti i drugi prilaz. Pošto se tela na početku kretanja nalaze na rastojanju h, ako za jedno od njih vežemo referentni sistem, onda je $h = v_0t$, gde je $t = \sqrt{(2H)/g}$ - vreme padanja prvog tela. Sledi $v_0 = h/t = h\sqrt{g/(2H)} \cong 7\ m/s$.

924. Ukupno ubrzanje materijalne tačke je $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

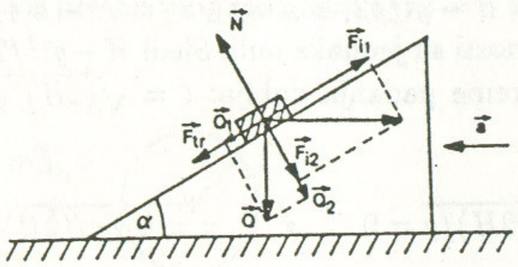
Koristeći relacije koje povezuju linijske i ugaone karakteristike kretanja $a_\tau = \alpha R$; $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$, dobija se $a^2 = a_\tau^2 + a_n^2 = \alpha^2R^2 + \omega^4R^2$.

Ugaona brzina se odredjuje iz relacije $\omega = \omega_0 + \alpha t$, odnosno, kako je $\omega_0 = 0$, sledi $\omega = \alpha t$. Prethodna relacija dobija oblik $a^2 = \alpha^2R^2 + \alpha^4t^4R^2 = R^2(\alpha^2 + \alpha^4t^4)$, iz koga se može odrediti poluprečnik putanje materijalne tačke $R = \frac{a}{\alpha\sqrt{1+\alpha^2t^4}} = 6\ m$.

925. U referentnom sistemu vezanom za strmu ravan na telo deluju četiri sile (sl.1): njegova težina $Q = mg$, sila inercije $F_i = ma$, reakcija podloge strme ravni N i sila trenja $F_{tr} = kN = k(F_{i2} + Q_2)$, gde je m - masa tela, a a - ubrzanje strme ravni. Najmanja vrednost ubrzanja a se može naći iz uslova da je zbir projekcija ovih sila duž strme ravni jednak nuli, odnosno da je $F_{i1} = F_{tr} + Q_1$. Uzimajući u obzir da je $F_{i1} = ma\cos\alpha$, $Q_1 = mg\sin\alpha$ i $F_{tr} = k(ma\sin\alpha + mg\cos\alpha)$, dobija se da je traženo ubrzanje strme ravni, pri kome telo na njoj počinje da klizi uzbrdo, jednako:

$$a = \frac{g(\sin\alpha + k\cos\alpha)}{\cos\alpha - k\sin\alpha}.$$

926. Na telo deluju tri sile: data sila F, njegova težina $Q = mg$ i sila trenja F_{tr} (sl.2). Maksimalni koeficijent trenja k odgovara ravnomerno pravolinijskom kretanju tela po podlozi. Zbog toga, treba da je rezultanta svih horizontalnih projekcija sila jednaka nuli: $F - F_{tr} = 0$. Pored ovoga, telo pri kretanju ne treba da se okrene (prevrne) oko ose $00'$, a to znači da je za sve vreme kretanja obrtni moment njegove težine $mgl/2$ veći ili bar jednak momentu sile

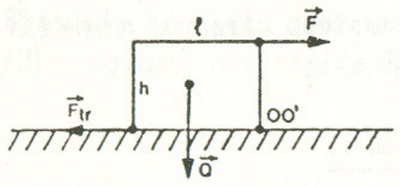


Slika 1.

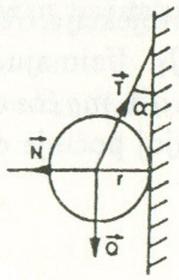
$F : mgl/2 \geq Fh$. Uzimajući u obzir obe ove relacije, dobija se da maksimalni koeficijent trenja iznosi $k_{max} = l/2h = 0,625$.

927. Na kuglu deluju sledeće sile: njena težina $Q = mg$, sila zatezanja kanapa T i sila reakcije zida N (sl.3). Prema uslovu zadatka, silu trenja treba zanemariti. Pošto kugla miruje, onda je rezultanta svih sila (duž bilo kog pravca koji prolazi kroz njen centar) koje deluju na nju jednaka nuli. Tako za vertikalni pravac važi relacija: $T\cos\alpha - Q = 0$, a za horizontalni $N - T\sin\alpha = 0$, odakle se dobija $N = mg\,tga$. Sa sl.3. sledi

$$tga = \frac{r}{\sqrt{(l+r)^2 - r^2}} = \frac{r}{\sqrt{l^2 + 2rl}},$$



Slika 2.



Slika 3.

odakle se za intenzitet sile N dobija: $N = mgr/\sqrt{l^2 + 2rl}$. Sila kojom kugla deluje na zid jednaka je po intenzitetu sili N, a usmerena je suprotno od nje, odnosno ka zidu:

$$F = N = \frac{mgr}{\sqrt{l^2 + 2rl}} = 5\ N.$$

928. Stepen disocijacije α predstavlja odnos disosovanih prema početnom broju molekula azota u datom sudu. Broj molova disosovanog (atomskog) azota u sudu je $2\alpha m/M$, gde je m - masa azota, M - njegova molekulska masa, a broj molova nedisosovanog (dvoatomskog) azota je $(1-\alpha)m/M$. Ukupan broj molova gasa je

$$2\alpha\frac{m}{M} + (1-\alpha)\frac{m}{M} = (1+\alpha)\frac{m}{M},$$

a traženi broj čestica iznosi

$$N = N_0(1+\alpha)\frac{m}{M} = 4,5 \cdot 10^{22}.$$

929. Prema Daltonovom zakonu pritisak smeše gasova jednak je zbiru parcijalnih pritisaka $p = p_1 + p_2$, koji se mogu odrediti iz jednačina stanja idealnog gasa:

$$p_1 = \frac{\rho_1}{M_1}RT; \qquad p_2 = \frac{\rho_2}{M_2}RT,$$

gde su ρ_1 i ρ_2 - parcijalne gustine kiseonika i azota, odnosno gustine koje bi imali gasovi da se sami nalaze u datom sudu. Tada je očigledno da je gustina smeše gasova jednaka zbiru parcijalnih gustina: $\rho = \rho_1 + \rho_2$. Pošto iz osnovne jednačine molekulsko-kinetičke teorije idealnih gasova sledi: $p = nkT$, gde je n - broj čestica u jedinici zapremine, a k - Bolcmanova konstanta, i kako je $k = R/N_0$, to se početne relacije mogu pisati u obliku

$$n_1 = \frac{\rho_1}{M_1}N_0; \quad n_2 = \frac{\rho_2}{M_2}N_0,$$

gde su n_1 i n_2 - koncentracije molekula kiseonika i azota. Ako se iz ovih relacija izraze parcijalne gustine ρ_1 i ρ_2 :

$$\rho_1 = \frac{n_1 M_1}{N_0}; \quad \rho_2 = \frac{n_2 M_2}{N_0},$$

i zamene u izraz za ukupnu gustinu ρ dobija se:

$$\rho = \frac{n_1 M_1}{N_0} + \frac{n_2 M_2}{N_0}.$$

Koncentracija molekula gasa jednaka je zbiru "parcijalnih" koncentracija: $n = n_1 + n_2$ ili $p/kT = n_1 + n_2$. Koristeći ovaj izraz, kao i prethodnu relaciju, relativno lako se dolazi do tražene koncentracije molekula kiseonika:

$$n = \frac{\rho N_0 - pM_2/kT}{M_1 - M_2} = 2 \cdot 10^{23}\ m^{-3}.$$

930. Pri izohornom hladjenju gasa izvršeni rad je jednak nuli pošto je $\Delta V = 0$. U slučaju izobarnog širenja, gas izvrši rad $A = p(V_2 - V_1)/k$, gde su V_1 i V_2 - zapremine gasa na početku i kraju ovog procesa. Pored ovoga važi

$$A = p\frac{V_2 - V_1}{k} = \frac{m}{M}R(T - T_1),$$

gde je T_1 - temperatura gasa na kraju izohornog procesa. Na osnovu Šarlovog zakona sledi $p_1/p = T_1/T$, gde je $p_1 = p/k$ pritisak gasa na kraju procesa hladjenja, tako da je $1/k = T_1/T$, odnosno $T_1 = T/k$. Ako se ovaj izraz zameni u relaciju za rad koji gas izvrši, dobija se

$$A = \frac{m}{M}RT(1 - \frac{1}{k}).$$

931. Kako se donji kraj olovne žice topi, to se na tom kraju formira kap koja raste sve dotle dok njena težina ne bude jednaka intenzitetu sile površinskog napona, koja deluje na konturu koju ograničava poprečni presek "vrata" kapi, odnosno presek žice: $Q = F$. Težina kapi u trenutku otkidanja je $Q = \rho Vg = \pi d_1^3 \rho g/6$ gde je d_1 - prečnik kapi. Rezultujuća sila površinskog napona je $F = \pi d\sigma$, gde je d - prečnik "vrata" kapi, koji je jednak prečniku žice. Sve ovo omogućava da se odredi prečnik olovne kapi:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{6d\sigma}{\rho g}} = 3,7\ mm.$$

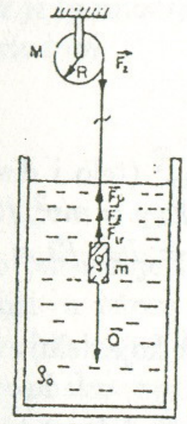
Ovde je korišćen podatak za gustinu olova od $11,3 \cdot 10^3\ kg/m^3$, koji se može naći u tablicama fizičkih veličina. Zapremina istopljenog dela olovne žice je $V_1 = \pi d^2 h/4$, gde je h - njegova dužina, a zapremina jedne kapi iznosi $V = \pi d\sigma/(\rho g)$. Kako se od istopljenog olova formiralo n kapi, to je $V_1 = nV$, odnosno

$$\frac{n\pi d\sigma}{\rho g} = \frac{\pi d^2 h}{4},$$

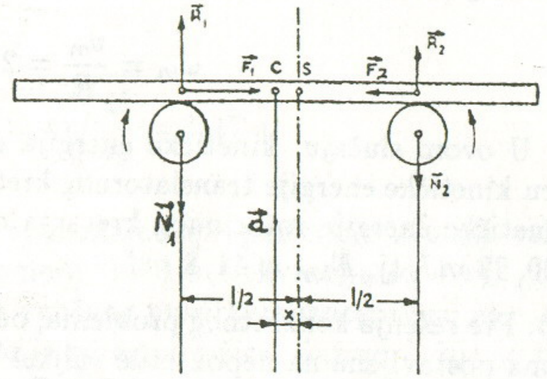
odakle se za skraćenje žice dobija vrednost

$$h = \frac{4n\sigma}{d\rho g} = 0,42\ m.$$

932. Pri padanju tela mase m i gustine ρ kroz tečnost gustine ρ_0 ($\rho > \rho_0$) na njega deluju osim sile zemljine teže $\vec{Q} = m\vec{g}$, sila potiska $\vec{F}_p = -\rho_0 m\vec{g}/\rho$, sila otpora sredine $\vec{F}_{tr} = -k\vec{v}$, kao i sila zatezanja užeta $\vec{T}$ (sl.4).



Slika 4.



Slika 5.

Ubrzanje tela $\vec{a}$ nalazi se na osnovu II Njutnovog zakona primenjenog za translatorno kretanje tela mase m i rotacionog kretanja diska mase M. Odgovarajuće jednačine, napisane u skalarnom obliku, su:

$$ma = Q - F_p + F_{tr} + T \tag{1}$$

$$I\alpha = T \tag{2}$$

gde je α ugaono ubrzanje diska, a $I = MR^2/2$ njegov moment inercije. Kako je uže neistegljivo, ubrzanje tela jednako je tangencijalnom ubrzanju tačke na obodu diska $\alpha = a/R$, tako da se, posle odgovarajućih smena i sredjivanja, kao i zamenom T iz (2) u (1), dobija izraz za ubrzanje tela

$$a = 2g\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} - \frac{kv}{mg}\right). \tag{3}$$

Naravno, zadatak nije da se odredi vrednost brzine i ubrzanja tela u bilo kom trenutku, već vrednost maksimalne brzine v_m tela. Iz izraza za ubrzanje tela (3) sledi da porastom brzine tela v opada ubrzanje, tako da u jednom trenutku postaje jednako nuli. Od tog trenutka brzina tela je konstantna. Kako je

tada i ugaono ubrzanje diska jednako nuli, na osnovu (2) sledi da je tada sila zatezanja užeta takodje jednaka nuli ($T = 0$). Brzina ravnomernog kretanja tela je maksimalna brzina tela v_m, tako da se iz izraza (3), uzimajući da je $a = 0$, dobija

$$v_m = \frac{mg}{k}\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 1,078\ m/s.$$

Ovu brzinu telo dostiže ukoliko ranije nije dospelo do dna posude. Maksimalna ugaona brzina diska iznosi:

$$\omega_m = \frac{v_m}{R} = 21,56\ s^{-1}.$$

U ovom slučaju, kinetička energija sistema E_{km} (telo i disk) jednaka je zbiru kinetičke energije translatornog kretanja tela $E_{kT} = mv_m^2/2 = 20,92\ mJ$ i kinetičke energije rotacionog kretanja diska $E_{kR} = I\omega_m^2/2 = MR^2\omega_m^2/4 = 20,92\ mJ$, tj. $E_{km} = 41,8\ mJ$.

933. Pre rešenja konkretnog problema, odredimo sile koje deluju na dasku kada je ona postavljena na nepokretne valjke. U tom slučaju, usled sopstvene težine $\vec{Q}$, daska deluje na valjke silama $\vec{N}_1$ i $\vec{N}_2$, tako da je $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 = \vec{Q}$ (sl.5). Sile $\vec{N}_1$ i $\vec{N}_2$ su, u opštem slučaju, različite, jer se težište C daske ne nalazi na sredini rastojanja izmedju centara valjaka, već je pomereno za rastojanje x. Na osnovu III Njutnovog zakona dinamike valjci na dasku deluju odgovarajućim silama istog intenziteta, a suprotnog smera, tj. $\vec{R}_1 = -\vec{N}_1$ i $\vec{R}_2 = -\vec{N}_2$. Intenziteti sila $\vec{R}_1$ i $\vec{R}_2$ nalaze se iz uslova ravnoteže daske; daska ne vrši translatorno niti rotaciono kretanje. Znači, postoji ravnoteža svih sila i ravnoteža svih momenata sila (u odnosu na osu koja prolazi kroz centar mase C daske) koje deluju na dasku. Jednačine ravnoteže, napisane u skalarnom obliku, su:

$$R_1 + R_2 = Q \tag{1}$$

$$R_1\left(\frac{l}{2} - x\right) = R_2\left(\frac{l}{2} + x\right) \tag{2}$$

Na osnovu (1) i (2) dobijaju se intenziteti sila $\vec{R}_1$ i $\vec{R}_2$ u zavisnosti od x :

$$R_1 = \frac{Q}{2}\left(1 + \frac{2x}{l}\right) \quad i \quad R_2 = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{2x}{l}\right).$$

Kada valjci rotiraju istom ugaonom brzinom, ali u suprotnim smerovima, u horizontalnom pravcu, na dasku deluju sile trenja intenziteta $F_1 = kR_1$ i

$F_2 = kR_2$, suprotnog smera, zavisne od težine Q daske, koeficijenta trenja k i rastojanja x :

$$F_1 = \frac{kQ}{2}\left(1 + \frac{2x}{l}\right) \quad i \quad F_2 = \frac{kQ}{2}\left(1 - \frac{2x}{l}\right).$$

U horizontalnom pravcu na dasku deluje rezultanta sila intenziteta $F = F_1 - F_2 = \frac{2\kappa Q}{l}x$, usmerena prema sredini rastojanja izmedju centara valjaka (tačaka S). Ova sila ima oblik harmonijske sile $F = \kappa^\star x$, gde je $\kappa^\star = \frac{2kQ}{l} = \frac{2kmg}{l}$, i uzrok je harmonijskom oscilovanju daske, u horizontalnom pravcu, oko tačke S s periodom

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa^\star}} = \pi\sqrt{\frac{2l}{kg}} = 3,17\ s.$$

934. Zvučno pulsiranje frekvencije ν_i nastaje superpozicijom zvučnih talasa, koji se prostiru u istom pravcu i smeru, bliskih frekvencija ν_1 i ν_2, gde je $\Delta\nu = \mid \nu_2 - \nu_1 \mid \ll \nu_1, \nu_2$. Frekvencija zvučnog pulsiranja iznosi $\nu_i = \mid \nu_2 - \nu_1 \mid$. S obzirom da je frekvencija oscilovanja zategnute žice, dužine l, čija je masa po jedinici dužine $\mu = m/l$, a sila zatezanja F :

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

da bi se dobilo zvučno pulsiranje frekvencije $\nu_i = \mid \nu_1 - \nu_2 \mid$, treba dužinu jedne žice smanjiti za

$$\Delta l = l_1 - l_2 = \frac{1}{2\nu_1}\sqrt{\frac{F}{\mu}} - \frac{1}{2\nu_2}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\nu_2 - \nu_1}{2\nu_2\nu_1}\sqrt{\frac{F}{\mu}} = \frac{\nu_i}{\nu_2}l_1 = 5\ mm.$$

935. U oscilatornom R, L, C - kolu snaga se gubi u obliku toplotne energije na otporniku R : $P = I_{eff}^2 R$, gde je $I_{eff} = I_m/\sqrt{2}$ - efektivna vrednost naizmenične struje, a I_m - maksimalna vrednost naizmenične struje. Da bi oscilacije bile neprigušene ova snaga treba da se nadoknadi spolja. S obzirom da su maksimalna energija magnetnog polja zavojnice induktiviteta L ($W_m = LI_m^2/2$) i maksimalna energija električnog polja kondenzatora kapaciteta C ($W_e = CU_m^2/2$, gde je U_m - maksimalan napon na kondenzatoru), jednake ($W_m = W_e$), sledi da je efektivna vrednost struje $I_{eff} = U_m\sqrt{C/2L}$, tako da se za potrebnu snagu dobija vrednost

$$P = \frac{U_m^2 CR}{2L} = 1,25 \cdot 10^{-8}\ W.$$

936. Intenzitet I zvučnog talasa ugaone frekvencije $\omega = 2\pi\nu$ srazmeran je kvadratu amplitude x_0 oscilovanja: $I = \frac{1}{2}\rho u\omega^2 x_0^2$, gde je ρ - gustina sredine, u - brzina prostiranja talasa, a ν - frekvencija oscilovanja čestica sredine. S druge strane, po definiciji, intenzitet talasa jednak je količniku snage zvučnog talasa i površine kroz koju talas prodje: $I = P/S$. Na rastojanju r, za sferni talas, odgovarajuća površina iznosi $S = 4\pi r^2$, pa je $I = P/4\pi r^2$. Na osnovu prethodnog, amplituda oscilovanja molekula vazduha iznosi:

$$x_0 = \sqrt{\frac{P}{8\pi^3 r^2 \rho u}} = 3,03\ \mu m,$$

gde je gustina vazduha $\rho = 1,29\ kg/m^3$, a brzina zvuka $u = 340\ m/s$. Talasna dužina posmatranog zvučnog talasa iznosi $\lambda = u/\nu = 0,34\ m$, tako da je odnos amplitude oscilovanja molekula vazduha prema talasnoj dužini, na rastojanju r od izvora, $x_0/\lambda = 8,91 \cdot 10^{-6}$. S obzirom da je maksimalna brzina molekula vazduha pri njihovom oscilovanju $v_0 = x_0\omega = x_0 2\pi\nu = 0,019\ m/s$, sledi da je odnos ove maksimalne brzine prema brzini prostiranja datog zvučnog talasa: $v_0/u = 5,6 \cdot 10^{-5}$.

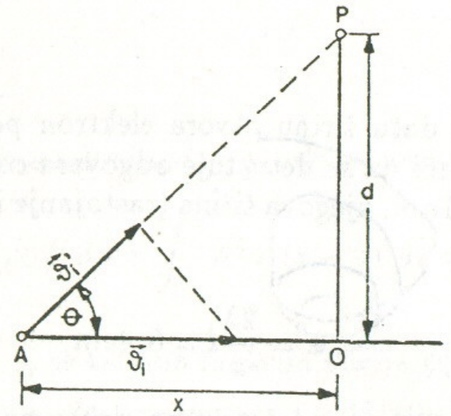
937. Kada se izvor I, koji emituje zvučne talase frekvencije ν_0, približava brzinom v_i prema nepokretnom posmatraču (slušaocu) P, posmatrač registruje zvuk povišene frekvencije ν :

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 - \frac{v_i}{u}},$$

gde je u - brzina prostiranja zvuka u vazduhu. S obzirom da se u ovom slučaju zvučni izvor (automobil) ne kreće direktno prema posmatraču, umesto brzine v_i treba uzeti projekciju brzine automobila na pravac koji spaja trenutni položaj izvora sa položajem posmatrača (sl.6): $v_i' = v_i \cos\theta$. Kako je $\cos\theta = IP/x = \sqrt{(x^2 + d^2)}/x$, sledi:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 - \frac{v_i}{u}\sqrt{1 + \left(\frac{d}{x}\right)^2}}$$

odakle je



Slika 6.

$$x = \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{u}{v_i}\right)^2 \left(1 - \frac{\nu_0}{\nu}\right) - 1}}$$

Kako je (po uslovu zadatka) relativna promena frekvencije $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\nu}{\nu_0} - 1 = 0,1647$ sledi $\nu/\nu_0 = 1,1647$, pa uzimajući u obzir da je $v/v_i = 10$ i $d = 100\ m$, konačno se dobija da će posmatrač čuti zvuk čija je frekvencija viša za 16,47% na rastojanju $x = 100\ m$.

938. Indukcija magnetnog polja u centru prstena po kome protiče struja jačine i data je izrazom $B = \frac{\mu_0 i}{2a}$, gde je a - poluprečnik prstena, a $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ H/m$ - magnetna propustljivost vakuuma. Za elektron u atomu vodonika u $2p$ stanju, radijus njegovog kretanja i brzina, na osnovu Bohrovog modela atoma, su

$$a = n^2 a_0 = 4a_0, \quad v = \alpha\frac{c}{n} = \alpha \cdot \frac{c}{2},$$

$a_0 = \frac{\epsilon_0 h}{\pi m_e e^2} = 0,529 \times 10^{-10} m$ je Bohrov radijus, $\alpha = \frac{e^2}{2\epsilon_0 hc} = 7,293 \cdot 10^{-3} \approx$ $\approx \frac{1}{137}$ - konstanta fine strukture, a n - glavni kvantni broj.

Kako je period obilaska elektrona oko jezgra: $T = \frac{2a\pi}{v} = \frac{2\pi a_0 n^3}{\alpha c}$, dobija se za jačinu struje $i = \frac{e\alpha c}{2\pi a_0 n^3} = 1,3 \cdot 10^{-4} A$, a za indukciju magnetnog polja $B = 0,39\ T$.

939. Postoji $2(2l + 1) = 6$ različitih $2p$ stanja; zato je broj mogućih stanja za prvi elektron 6, a za drugi, zbog Paulijevog principa, 5. To znači, broj mogućih stanja za oba elektrona je 30. U stvari, zbog toga što se elektroni ne razlikuju ovaj broj je dvostruko manji, tj. 15.

940. Ispred otvora elektron ima energiju $E = eV = 37\ eV$. Odgovarajuća De Broglijeva talasna dužina je

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = 0,20\ nm.$$

To znači da će se za datu širinu otvora elektron ponašati kao talas. Oblast u kojoj će elektron moći da se detektuje odgovara centralnom maksimumu difrakcione slike $a = 0,1nm$, njegova širina (rastojanje izmedju prvih minimuma) je

$$x = \frac{2\lambda}{a} l = 6,4cm,$$

gde je l - rastojanje prepreke od detektora elektrona. Uzima se samo centralni maksimum, jer je zbir intenziteta svih ostalih maksimuma manji od 10%.

941. Da bi prešao toliko rastojanje neutron mase mirovanja m_0 treba da se kreće brzinom v, bliskom brzini svetlosti c. Zato će se vreme t_0 koje prodje u njegovom referentnom sistemu znatno razlikovati u odnosu na vreme t koje prodje na Zemlji. Pošto je, gledano sa Zemlje, $v \approx c$, onda je i t približno 10 godina. (Izračunajte t tačno. Kolika je greška?) Da bi stigao na Zemlju sa verovatnoćom 50%, vreme za koje neutron prelazi rastojanje od zvezde do Zemlje treba, u njegovom sistemu reference, da bude manje ili jednako periodu poluraspada, $t_0 = T = 12\ min$. Koristeći odnos

$$\gamma = \frac{E}{m_0c^2} = \frac{t}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}},$$

gde je t - vreme izmereno na Zemlji, dobija se

$$E = \gamma m_0 c^2 = \frac{t}{t_0} m_0 c^2 = 4 \cdot 10^8\ MeV.$$

942. Kao što je poznato, svojstvena funkcija i energija čestice koja boravi u beskonačno dubokoj potencijalnoj jami iznose:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad \text{i} \quad E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ma^2}.$$

Znači, data funkcija $\psi(x) = Ax(x-a)$ nije svojstvena funkcija, ali pokazuje se da ona predstavlja linearnu kombinaciju svojstvenih funkcija $\psi_n(x)$:

$$\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \psi_n(x), \quad \text{gde je} \quad w_n = |\ C_n\ |^2 = \left|\ \int_0^a \psi_n^\star(x)\psi(x)dx\ \right|^2$$

verovatnoća realizacije n-tog svojstvenog stanja; $\psi_n^\star(x)$ - je konjugovano kompleksna funkcija funkcije $\psi_n(x)$.

Konstanta normiranja a odredjuje se iz uslova normiranja na jedinicu

$$\int_0^a |\ \psi(x)\ |^2\, dx = \int_0^a A^2x^2(x-a)^2 dx = 1,$$

odakle je $A = \sqrt{\frac{30}{a^5}}$, tako da je talasna funkcija stanja $\psi(x) = \sqrt{\frac{30}{a^5}} x(x-a)$.

Verovatnoća realizacije osnovnog stanja ($n = 1$), čija je svojstvena funkcija $\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a}$, a energija $E_1 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$, iznosi

$$w_1 = |\ C_1\ |^2 = \left|\ \int_0^a \psi_1^\star(x)\psi(x)dx\ \right|^2 .$$

Kako je $\psi_1(x)$ realna funkcija, sledi $w_1 = \left|\ \int_0^a \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \sqrt{\frac{30}{a^2}} x(x-a)dx\ \right|^2 =$
$= \left|\ -\frac{8\sqrt{15}}{\pi^3}\ \right|^2 = \frac{960}{\pi^6} = 0,99855.$

M.B.

SPISAK UČENIKA KOJI SU USPEŠNO REŠILI KONKURSNE ZADATKE

Pravilna rešenja konkursnih zadataka iz *Mladog fizičara* br. 44 dostavili su:

1. Gimnazija "Isidora Sekulić", Novi Sad (prof. Gordana Novak): Aksentijević Tijana - 1003, 1004, 1006, 1007; Dončev Jelena - 998, 999, 1000.

2. Gimnazija "J.J.Zmaj", Novi Sad (prof. Mitričin Gena): Miljković Biljana - 1003, 1006, 1007.

3. O.Š. "Sonja Marinković", Novi Sad (nastavnik Šimonji Juraj): Novak Ana - 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990.

SREĆNA NOVA GODINA

..... **Redakcija**