OBAVEŠTENJE UREDNIŠTVA

MLADI FIZIČAR objavljuje članke i kraće dopise koji doprinose popularizaciji fizike i srodnih nauka medju učenicima i svima koje interesuju prirodne nauke.

PRILOZI KOJE NAM ŠALJETE, osim rešenja zadataka, treba da budu otkucani sa dvostrukim proredom na hartiji formata A4 i ne treba da budu duži od **pet kucanih strana**. Crteži moraju biti izradjeni tušem na posebnoj hartiji. Na odvojenom listu treba dostaviti opštinsku stopu poreza i doprinosa na autorske honorare i broj računa na koji se porezi i doprinosi uplaćuju.

RUKOPISI SE NE VRAĆAJU. Uredjivački odbor zadržava pravo da rukopise rediguje bez traženja posebne saglasnosti autora, i da ih objavljuje redom koji ne zavisi od reda prispeća.

MLADI FIZIČAR izlazi četiri puta godišnje, a PRETPLATA ZA NAREDNI BROJ IZNOSI 350 DINARA. Možete da postanete pretplatnici kada to poželite. Potrebno je samo da nas običnim pismom obavestite o broju primeraka na koji se pretplaćujete, da napišete svoju adresu i da istovremeno izvršite uplatu potrebne sume novca na žiro račun Društva fizičara Srbije,

60806 - 678 - 77766

Beograd, sa obaveznom naznakom **za "Mladi fizičar".**

AKO NARUČITE VIŠE OD 20 PRIMERAKA (KOMPLETA) i blagovremeno izvršite uplatu, odobravamo vam rabat od 10%.

Priloge slati na adresu:

1. Društvo fizičara Srbije, 11080 Zemun, Maksima Gorkog 118;
2. "Mladi fizičar", Redakcija, 11000 Beograd, Studentski trg 12-16.

Obaveštenja:

1. Evidencija pretplate: Vesna Vučić, 011 107-107
2. Reklamacije i druge informacije: Sekretar Društva 011 107-107.
3. Nabavka ovog i starih brojeva časopisa: knjižara "Studentski trg", Beograd, Studentski trg 6, (011 185-295).

CENA 240 DINARA

Sva prava umnožavanja, preštampavanja i prevodjenja
zadržava Društvo fizičara Srbije
Oslobodjeno plaćanja poreza na promet na osnovu rešenja Republičkog sekretarijata za kulturu SR Srbije, br. 329 od 29.9.1976. godine
Štampa "Stručna knjiga", Beograd, Lole Ribara 48

YU ISSN 0351-5575

44 91/92 млади физичар

часопис из физике за ученике

DRUŠTVO FIZIČARA SRBIJE
SERBIAN PHYSICAL SOCIETY

MLADI FIZIČAR Naučno-obrazovni časopis iz fizike za učenike osnovnih i srednjih škola, godina XI, broj 44 (1991/92).

YOUNG PHYSICIST Magazine for elementary and secondary school students.

JEUNE PHYSICIEN Journal pour les éléves des écol élémentaires et secondaires.

JUNGER PHYSIKER Zeitschrift für Volks und Mitteschüler.

Izdaje: DRUŠTVO FIZIČARA SRBIJE, 11080 Zemun, Maksima Gorkog 118.

Glavni i odgovorni urednik: Jablan Dojčilović

Urednici: D.Popović, A.Srećković, D.Kapor, M.Dimitrijević

Uredjivački odbor: M.Marinković, V.Žigman, R.Miler, R.Djordjević, D.Filipović, D.Beodranski, D.Grujić, V.Babović, T.Sećanski

Lektor: Slavica Koledin

Tehnička obrada: M.Savić, Z.Nenić, Z.Arbutina

Ilustracije: N.Ubović, S.Milić, B.Vild

Naslovna strana: Mineral *Bournonit* iz kolekcije Humboldt muzeja, Berlin.

S A D R Ž A J

1. N. i Lj.Nedeljković: **KVANTNA FIZIKA I GEOMETRIJA: Spektar zračenja atoma i trodimenzionalnost prostora** 1
2. L.Rak: **Biblija, evolucija i fizika** 6
3. R.Djordjević: **KAKO NAUČNICI STVARAJU? Perspektive heuristike.** 10
4. B.Blagojević i D.Filipović: **Morzeova kriva potencijalne energije molekula** 13
5. D.Filipović: **Eksperimentalni uvod u Šredingerovu talasnu mehaniku - tunelski efekt.** 14
6. D.Popović: **Eksperimenti sa laserskom svetlošću - II deo** 17
7. Zadaci za domaći rad 19
8. Konkursni zadaci 20
9. Nagradni zadatak br.32 27
10. Rešenje nagradnog zadatka iz MF-43 28
11. Rešenja konkursnih zadataka iz MF-42 (nastavak) 30
12. D.Redžić: **Analiza jednog zadatka sa saveznog takmičenja** 44
13. V.Panković: **"Matematičko - fizički" problem iz kinematike** 47
14. Spisak učenika koji su uspešno rešili konkursne zadatke 49

ŠTA JE

KVANTNA FIZIKA I GEOMETRIJA

SPEKTAR ZRAČENJA ATOMA I TRODIMENZIONALNOST PROSTORA

Lj. i N.* Nedeljković, *Fizički fakultet, Beograd

1. Trodimenzionalnost opažajnog prostora

Trodimenzionalnost opažajnog prostora, u kome postojimo zajedno sa drugim fizičkim telima, obično smatramo očiglednom činjenicom.

Paul Erenfest, jedan od osnivača kvantne fizike, prvi je 1917. godine postavio pitanje u kom su stepenu eksperimentalno otkriveni fizički zakoni stvarno "osetljivi" na logički dopustivu pretpostavku da broj dimenzija prostora nije tri, nego bilo koji prirodni broj: $N = 1,2,3,4,5,\cdots$ U već publikovanom tekstu (*Mladi fizičar*, 43, 1991/92), mi smo opisali kako je Erenfest dobio formulu za silu F_N kojom se naelektrisanja q_1 i q_2 privlače (ili odbijaju) u prostoru sa proizvoljnim brojem dimenzija N,

$$F_N = \kappa_N \cdot \frac{q_1 q_2}{r^{N-1}}. \qquad (1)$$

Formula se odnosi na vakuum (dielektrične propustljivosti ϵ_0), a konstanta κ_N zavisi od broja dimenzija prostora: $\kappa_1 = 1/(2\epsilon_0)$, $\kappa_2 = 1/(2\pi\epsilon_0)$, $\kappa_3 = 1/(4\pi\epsilon_0)$, $\kappa_4 = 1/(2\pi^2\epsilon_0)$, $\kappa_5 = 3/(8\pi\epsilon_0), \cdots$ Lako se uočava da za $N = 3$ dobijamo upravo Kulonov zakon.

Erenfestova formula za F_N može poslužiti kao osnova jednog neuobičajenog *eksperimentalnog* metoda merenja broja dimenzija opažajnog prostora, N. Suština svakog mernog postupka je u tome da se na osnovu odgovarajućih vidljivih promena koje se odigravaju na odredjenom instrumentu odredi nepoznata brojna vrednost neke fizičke veličine. (Na primer, merenje temperature tela pomoću termometra svodi se na registrovanje povećanja dužine živinog stuba termometra). U tom smislu se merenje broja dimenzija opažajnog prostora može svesti na registrovanje intenziteta sile koja deluje izmedju tačkastih naelektrisanja q_1 i q_2, postavljenih u vakuumu na poznatom rastojanju r.

2. Da li je prostor atomskog sveta trodimenzionalan?

Smisao ideje o navedenom metodu merenja veličine N je u tome što se ovaj postupak može primeniti na slučajeve kada unapred nije sasvim izvesno da bi prostor morao imati tri dimenzije. *Mikro-svet* je primer ovakvog nivoa fizičke stvarnosti. Svojstva atoma su daleko izvan domašaja svih naših neposrednih čulnih iskustava. Informacije koje iz atomskog sveta do nas dopiru registrujemo uredjajima koji *jesu* u trodimenzionalnom prostoru, ali pitanje ipak ostaje: *da li je prostor atomskog sveta trodimenzionalan?*

Za uobičajeno shvatanje pojma prostora ovo pitanje dolazi neočekivano. Naše je intuitivno uverenje da trodimenzionalnost opažajnog prostora kao *celine* ne može biti narušena u njegovim *delovima*, makar oni bili i atomskih razmera. Razlozi ovakvog verovanja leže u prirodi naše svesti i svode se na to da mi teško možemo zamisliti takav trodimenzionalni prostor koji bi bio "sastavljen" od "elemenata" sa brojem dimenzija $N \neq 3$.

Iz ovog intuitivnog shvatanja proizašli su i neki opšti stavovi o atomskom svetu, koji su dugo bili prisutni i u fizici. Na mikro objekte su prenošena svojstva koja su otkrivena pri eksperimentisanju sa makroskopskim telima. Tako je 1911.g. Raderford i došao na ideju da atomi moraju predstavljati neku vrstu minijaturnih planetarnih sistema.

Na opšte iznenadjenje fizičara prvih decenija XX veka, eksperimenti i teorijske analize su pokazali da zakoni makroskopske fizike ne mogu biti neprotivurečno primenjeni na mikro-svet. Najpre je uočeno da neke osnovne mehaničke veličine (moment impulsa, energija) ne mogu imati bilo koje, nego samo odredjene, diskretne vrednosti. U završnim etapama postavljanja prvih osnova nove, "kvantne" fizike, javlja se i prva kvantna teorija atoma. Nils Bor je 1913. godine uspeo da primeni novootkrivene principe na tumačenje strukture atoma vodonika. Ali, iako je Borov "model" atoma podsećao na minijaturni planetarni sistem, zakoni koji u njemu vladaju su radikalno odstupali od svega što je do tada bilo poznato o kretanju tela.

Imajući sve ovo u vidu, postaju jasniji motivi koji su naveli Erenfesta na pitanje o broju dimenzija prostora atomskog sveta.

3. Erenfestovi modeli atoma vodonika u N-dimenzionalnim prostorima

Za Erenfesta se problem broja dimenzija prostora atomskog sveta svodi na sledeće pitanje: da li informacije koje iz ovih delova prostora

dopiru do naših mernih uredjaja potvrdjuju ili negiraju intuitivnu pretpostavku o njegovoj trodimenzionalnosti? On uočava da bi se odgovor mogao dobiti na osnovu elektromagnetnog zračenja koje emituju *atomi vodonika.*

Eksperimenti pokazuju da atom vodonika, kome je na bilo koji način dovedena energija, emituje elektromagnetno zračenje samo odredjenih frekvencija. Ako se ovakvo zračenje dovede u odgovarajući uredjaj (tzv. spektrometar), ono se na foto-ploči ovog instrumenta registruje kao skup odredjenog broja linija koje se nazivaju *spektralnim linijama.* Svaka linija odgovara jednoj od mogućih frekvencija emitovanog zračenja. Skup registrovanih linija se naziva *spektrom zračenja atoma.*

Da bi ispitao kako je broj dimenzija prostora u kome se nalazi atom vodonika povezan sa rasporedom njegovih spektralnih linija, Erenfest i ovde polazi od hipoteze da N, u principu, može biti bilo koji prirodni broj. Postavlja se pitanje kako formulisati kvantnu teoriju zračenja atoma vodonika u N-dimenzionalnom prostoru.

Odgovor na ovo pitanje se najjednostavnije dobija uopštavanjem Borove teorije atoma vodonika. Prva osnovna pretpostavka Borove teorije se svodi na to da moment impulsa L elektrona na kružnoj orbiti oko jezgra može imati samo odredjene vrednosti. Druga od njih tvrdi da ulogu centripetalne sile koja deluje na elektron igra privlačna sila jezgra atoma vodonika (proton). Najzad, treća Borova pretpostavka govori o tome da vodonikov atom emituje zračenje samo pri prelasku elektrona sa udaljenijih, na orbite koje su bliže jezgru.

Uopštenje prvog od navedenih Borovih stavova na N-dimenzionalni prostor dovodi Erenfesta do izraza

$$m_e v r = n\frac{h}{2\pi} \tag{2}$$

gde je m_e masa elektrona brzine v na "kružnoj" orbiti poluprečnika r. Broj n je tzv. *glavni kvantni broj* koji dobija vrednosti $n = 1, 2, 3, \cdots$, a h tzv. Plankova konstanta. Pošto u N-dimenzionom prostoru ulogu centripetalne sile preuzima sila F_N, jednačina (1), to je

$$\kappa_N \frac{e^2}{r^{N-1}} = \frac{m_e v^2}{r} \tag{3}$$

gde je e naelektrisanje elektrona. Poslednje dve relacije predstavljaju sistem jednačina čijim se rešavanjem direktno dobijaju poluprečnici r_n orbita i brzine v_n elektrona na njima. Kvantni broj n se može shvatiti kao redni broj orbite.

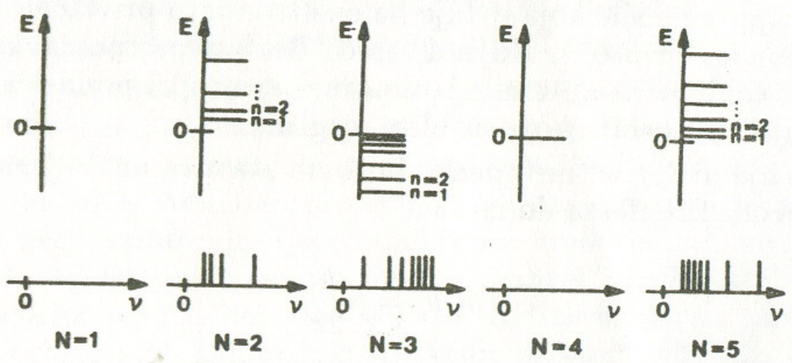
Ukupna energija E_n elektrona na n-toj orbiti N-dimenzionalnog prostora je definisana na uobičajeni način kao zbir njegove kinetičke i potencijalne energije. Relativno jednostavnim izračunavanjem se pokazuje da je E_n moguće izraziti sledećim formulama:

$$E_n = \begin{cases} \frac{m_e v_n^2}{2} + \kappa_1 e^2 r_n; & N = 1 \\ \frac{m_e v_n^2}{2} + \kappa_2 e^2 \ln r_n; & N = 2 \\ \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{\kappa^{N-1}}{N-2} \frac{e^2}{r_n^{N-3}}; & N \geq 3 \end{cases} \tag{4}$$

Frekvencija zračenja $\nu_{n'n}$ koju N-dimenzionalni vodonikov atom emituje pri prelasku elektrona sa orbite n' na orbitu n je, u duhu Borove teorije, odredjena izrazom

$$\nu_{n'n} = \frac{1}{h}(E_{n'} - E_n). \tag{5}$$

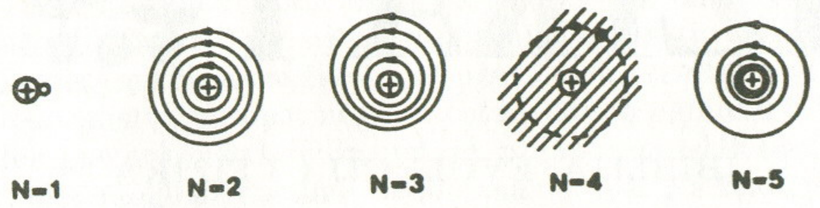
Moguće vrednosti energija E_n i raspored spektralnih linija koje se dobijaju pri prelazu sa viših energetskih "nivoa" na osnovni nivo ($n = 1$) su (u slučaju prostora sa $N = 1, 2, 3, 4, \cdots$ dimenzija) prikazane na slici 1.



Slika 1.

Primećujemo da za $N = 1$ vodonikov atom ne zrači; isti je slučaj i za $N = 4$. Za $N = 2$ i $N = 5, 6, 7, 8, \cdots$ broj energetskih nivoa je beskonačan, a spektar zračenja diskretan i sastoji se od linija koje se sve više razmiču sa povećanjem frekvencije ν. Jedino se za $N = 3$ dobijaju spektralne linije čiji je raspored u saglasnosti sa eksperimentalnim rezultatima. Ova okolnost upravo i ukazuje na to da je prostor iz kojeg zrači atom trodimenzionalan.

Rezultati izračunavanja poluprečnika "orbite" r_n na osnovu Erenfestove teorije su šematski prikazani na slici 2. Prikazane obrite za prostore



Slika 2.

sa brojem dimenzija $N = 4, 5, \cdots$ treba shvatiti samo uslovno, pošto o prostorima dimenzija $N > 3$ ne možemo steći nikakve uobičajene vizuelne predstave. Nacrtane strukture atoma pokazuju da za $N = 1$ ne postoji stabilni atom konačne veličine (tj. elektron pada na jezgro). Za $N = 2$ postoje stabilne orbite čiji se poluprečnici r_n linearno povećavaju sa povećanjem kvantnog broja n (brzine elektrona, medjutim, jednake su na svim orbitama!). Slučaj $N = 4$ je neočekivan sa stanovišta kvantne fizike: orbita može imati bilo koji poluprečnik, ali samo jednu vrednost momenta impulsa $L = m_e v r$! Pri $N = 5, 6, 7, \cdots$ osnovna orbita ($n = 1$) je najudaljenija od jezgra; orbite "pobudjenih" elektrona ($n = 2, 3, \cdots$) su sve bliže jezgru, a njihove brzine v_n se sukcesivno povećavaju! Pri $N = 3$ dobijamo raspored orbita koji predvidja i Borova teorija.

4. Granice primenljivosti pojma trodimenzionalnog prostora

Erenfestova analiza pokazuje da informacije koje dopiru iz *sveta atoma* potvrdjuju intuitivnu pretpostavku o trodimenzionalnosti prostora na ovom nivou fizičke stvarnosti. Iz nje se, medjutim, ne može zaključiti da li je pojam trodimenzionalnog prostora primenljiv i na *subatomskom nivou.*

Pitanje granica primenljivosti pojma trodimenzionalnog prostora je u kvantnoj fizici otvoreno pitanje. Kompleksnosti problema doprinosi okolnost što se na subatomskom nivou pitanje prostora ne može razdvojiti od, takodje izuzetno složenih, problema vezanih za granice primenljivosti uobičajenih pojmova vremena, mase i energije. Prema onome što trenutno znamo, nema nikakvih znakova da će rešenje ovih problema biti "jednostavno", "očigledno" i "razumljivo". Naprotiv, mnogo toga govori o granicama moći naših uobičajenih, intuitivnih predstava.

VERNER HAJZENBERG: "... naša sposobnost mišljenja sazdana je tako da može shvatiti prirodu." Berlin, 1926.

FIZIKA I

BIBLIJA, EVOLUCIJA I FIZIKA

Rak Lajoš, Fizički fakultet, Beograd

Pojave u prirodi tradicionalno, radi lakšeg istraživanja, delimo na nekoliko oblasti koje proučavaju pojedine prirodne nauke: fizika, hemija, biologija, astronomija i druge. Da bi se došlo do istine o nekoj pojavi često treba usaglašavati, na prvi pogled oprečne, rezultate različitih, udaljenih nauka. Medjutim, nikada ne sme da se gubi iz vida da je podela na različite nauke proizvod čoveka, a da je priroda ipak jedinstvena.

Engleski biskup Ussher, koji je rodjen 1581. godine, na osnovu podataka uzetih iz Svetog pisma (Biblije) izračunao je da je starost Zemlje tada iznosila 5600 godina. Prema zameniku engleskog kancelara Lightforda čovek se na Zemlji pojavio 23. oktobra u 9 sati pre podne. On je do ovog podatka došao takodje čitajući i tumačeći Bibliju. U to vreme žestoke rasprave su vodjene o tome da li je "potop" bio u maju ili novembru. U ovim diskusijama su kao argumenti obilato korišćeni fosili, tragovi nekadašnjeg života. Prema tadašnjim shvatanjima Zemlja je veoma mlada planeta. Sve životinjske i biljne vrste nastale su istog dana kao rezultat stvaranja Svemogućeg. Zatim se na Zemlji dogodila četrdesetodnevna katastrofa (potop). Fosili su rezultat potopa. Pošto je Noa u svojoj barci od svake vrste poneo po jedan par, sve vrste su preživele i žive i danas nepromenjene. Pre nego što ovo shvatanje Usshera odbacimo kao čistu spekulaciju bez ikakvog opravdanja, moramo priznati da se procena biskupa ne razlikuje mnogo od vremena koje je proteklo od završetka poslednjeg ledenog doba. Prema današnjim shvatanjima ledeno doba je od presudnog značaja za nastajanje savremenog čoveka.

Najveći, najpopularniji i najuticajniji prirodnjak francuskog racionalizma bio je Buffon (1707-1788). Njegova je karijera bila sjajna. Akademik je postao u 26. godini života, a u 32. je već direktor Kraljevske botaničke bašte. Od Luja XV dobija i plemićku titulu, što mu mnogi njegovi savremenici racionalisti nikad neće oprostiti. Za svoje uspehe, osim svog neospornog talenta, u velikoj meri ima da zahvali dvorskim damama, koje su visoko cenile njegov dobar ukus i briljantan stil. Buffon je smatrao da se istoriji čovečanstva pojavilo samo pet istaknutih

ličnosti: Newton, Bacon, Leibnitz, Montesquie i naravno on sam. Godine 1749. objavio je knjigu "Teorija Zemlje". U ovoj knjizi procenjuje starost Zemlje na osnovu naučnih rasudjivanja. Buffon je, kao i Leonardo da Vinci (1452-1519) pre njega, u potpunosti shvatio značaj i prirodu fosila. Okamenjene ljušture školjki i puževa nisu rezultat igara prirode, niti su svedočanstva potopa, nego su ostaci davno uginulih bića. Slojevi naslaga debljine nekoliko hiljada metara, prepuni morskih fosila, u okolini Pariza, nisu mogli da nastanu za 40 dana potopa. Na kraju je došao do zaključka da Zemlja nije stara 6.000 nego 74.832 godine. Ovaj rezultat, mada mi danas znamo da je pogrešan, ipak predstavlja revolucionarnu novinu. Profesori teologije Univerziteta u Parizu (Sorbona) shvatili su da je ovim ugled Biblije ozbiljno poljuljan. Buffon je počeo da dobija preteća pisma i bio je primoran da 1751. godine povuče svoje stavove. Osim toga, dao je svečanu izjavu da i dalje čvrsto veruje u sve što Sveto pismo propoveda o prirodi. Buffon nije bio sklon da postane mučenik kao Giordano Bruno (1548-1600) sto pedeset godina ranije. Prijateljima je napisao da je religija potrebna za narod, a udovoljavanje zahtevima Univerziteta njemu nije pričinjavalo nikakvu teškoću. Ovo odricanje od stavova je neiskreno, a ljudi su dovoljno neoprezni da se time zadovolje. Neki bi rekli: "Nije svaka samokritika iskrena!"

Najveći doprinos ideji o evoluciji u biologiji, pored mnogih svojih savremenika, imali su Lamarck (1744-1829) i Charles Darwin (1809-1882). Zbog nedostatka prostora delo Lamarcka nismo u mogućnosti da prikažemo, ali o Darwinu ćemo reći nešto više. Charles Darwin je sin Engleske, koja je u to vreme bila veoma razvijena kapitalistička zemlja. Kolonije donose gradjanstvu bogatstvo, blagostanje i sigurnost. Darwin potiče iz porodice intelektualaca i do kraja života uspeva da sačuva svoju ekonomsku samostalnost. Njegovi preci po očevoj liniji su lekari i prirodnjaci koji sakupljaju minerale, biljke i životinje. Preci po majčinoj liniji su inžinjeri, industrijalci i biznismeni. Pet generacija Darwinove porodice je Engleskoj podarilo 15 istaknutih naučnika od kojih su 9 bili i članovi akademija nauka.

Darwin je svoju karijeru počeo kao geolog i nakon petogodišnjeg putovanja po Južnim morima, kući se vraća sa bogatom zbirkom raznih egzotičnih eksponata. Prvi rezultat tog putovanja je objašnjenje nastanka koralnih grebena (atola) koje ni do danas nije opovrgnuto. Šta više, tek je nedavno definitivno potvrdjeno, kada je dostignut takav nivo tehnike da se moglo izvršiti bušenje koralnih grebena do dubina preko hiljadu metara. Rezultati su sjajno potvrdili Darwinovu teoriju.

Osim toga, nakon povratka kući, Darwin je uspeo za samo 14 meseci da reši tajnu nastanka vrsta. Kada je 1842. godine napisao prvi

rad o poreklu vrsta, odlučio je da to čuva u fioci. U svom testamentu je dozvolio njegovo objavljivanje tek nakon svoje smrti. Darwin je smatrao da društvo još nije spremno da prihvati njegove ideje i plašio se sudbine koju su doživeli prvi astronomi (pre svih Kopernik). Posle skoro 20 godina, ipak se odlučuje da svoje rezultate o evoluciji saopšti javnosti. 24. novembra 1859. godine iz štampe izlazi njegova knjiga "Poreklo vrsta" u 1250 primeraka i biva rasprodata istog dana. Za nepuna dva meseca, u januaru sledeće godine, izlazi drugo izdanje. Knjiga doživljava puni uspeh i postaje pravi bestseler. Prevodi se na druge jezike. Kao ilustraciju o brzini širenja naučnih informacija, navešćemo godine kada je ona objavljena na drugim jezicima: 1860. nemačko (i američko izdanje); 1862. francusko; 1864. rusko, italijansko i holandsko; 1869. švedsko; 1872. dansko; 1873. madjarsko i poljsko; 1877. špansko; 1878. srpsko; 1896. japansko; 1903. kinesko; 1914. češko i litvansko; 1960. hebrejsko; 1964. hindusko; 1970. tursko.

Darwinove ideje su pored pristalica imale i mnoge protivnike. Da su predstavnici crkve bili protiv njegove teorije to je sasvim razumljivo, ali i tadašnji fizičari, na čelu sa čuvenim Williamom Thomsonom (1824-1907), bili su takodje u protivničkom taboru.

Thomson je bio profesor univerziteta u Glasgowu od 1846. godine do penzionisanja. Za njegovo ime vezana su ispitivanja u vezi sa toplotom (Joule-Thomsonov efekat), kao i uvodjenje pojma apsolutne temperature (1848). Formula za sopstvenu frekvenciju električnog oscilatora ($\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$) je takodje nazvana po njemu. Za svoje zasluge dobio je plemićku titulu i novo ime Lord Kelvin. Osnovna jedinica Medjunarodnog sistema jedinica za temperaturu, u njegovu čast, i danas se naziva Kelvin.

U čemu je bio spor izmedju ovih velikana nauka? Prema Darwinovoj proceni novi period geološkog doba traje 300 miliona godina, a za nastanak čoveka od svojih predaka potrebno je 15 miliona godina.

Thomson je pokušao da na osnovu fizičkih razmatranja proceni starost Zemlje. Jedna od teorija se zasnivala na pretpostavci da o površinu Sunca udara stalni fluks meteora. Njihova kinetička energija se pretvara u toplotnu. Ovu teoriju potvrdjuje veliki broj meteora nadjenih na Zemlji. Detaljniji račun, medjutim, pokazuje da se na ovaj način ne može objasniti ni intenzitet ni stalnost Sunčevog zračenja. Thomsonova ideja je bila da je ukupna energija Sunca gravitacionog porekla. Iz teorije sledi da ako iz medjuzvezdane prašine veoma niske gustine sažimanjem nastaje zvezda mase M sfernog oblika poluprečnika R, tada se oslobadja energija:

$$W = \frac{3}{5}\,\gamma\,\frac{M^2}{R},$$

gde je γ gravitaciona konstanta. Deo ove energije se zatim emituje u obliku zračenja, a deo te energije se troši na povećavanje unutrašnje energije zvezde (povišenje temperature). Ako je supstancija zvezde jednoatomski gas, onda se polovina energije emituje, a polovina ide na povećanje unutrašnje energije (tzv. teorema virijala).

Ako zvezda u jedinici vremena emituje energiju L (luminoznost) onda je vreme emitovanja (starost) jednako:

$$t = \frac{W}{2L} = \frac{3}{10}\frac{\gamma M}{RL}.$$

Zamenivši u ovaj obrazac vrednosti koje se odnose na Sunce za njegovu starost Thomson je dobio vrednost 20 miliona godina. Ovaj rezultat je izveden iz egzaktne fizičke teorije, a pošto je bio na veoma čvrstim temeljima, čak je pokolebao i Darwina. Osim toga, ovo se slaže i sa rezultatom o starosti Zemlje koji se dobija iz pretpostavke da se ona ravnomerno hladila. Kada je Thomson objavio svoje proračune radioaktivne pojave, kao ni druge pojave u atomskom jezgru, još nisu bile poznate. Prema današnjem shvatanju upravo ove pojave su od presudne važnosti pri proceni starosti Zemlje i Sunca.

Danas, nakon više od jednog veka, znamo da Kelvin nije bio u pravu. Da li to umanjuje njegove zasluge kao fizičara? Moramo reći ne, jer na nivou tadašnje fizike do drugačijeg rezultata nije ni mogao da dodje. Kada danas ocenjujemo neki dogadjaj iz istorije (ili istorije nauke), ne smemo da polazimo od savremenih shvatanja, nego moramo da imamo u vidu da su svi ljudi - ljudi svog vremena. Pošto ovom proračunu ne može da se pronadje ni jedna zamerka, to onda znači da je polazna pretpostavka o gravitacionom poreklu *ukupne* energije Sunca bila nekorektna.

Darwin, na žalost, nije uspeo da doživi potpunu naučnu satisfakciju. Ista je došla nakon njegove smrti, a za nju su velikim delom zaslužni i fizičari. Pre sedamdeset godina engleski astronom i fizičar Eddington je izneo pretpostavku da se na Suncu odigrava fuzija vodonika u helijum i pri tome oslobadja velika energija. Detalje ove teorije razradio je poznati nemački fizičar nobelovac Hans Bethe 1938. godine. Prema njegovim proračunima starost Sunca iznosi oko 4,5 milijardi godina. U ovo vremensko razdoblje može se smestiti evolucija živih bića na Zemlji.

Apolo program istraživanja Meseca takodje potvrdjuje podatak o starosti Sunčevog sistema. Naime, starost najstarijeg kamenja koje je doneto sa Meseca iznosi 4,15 milijardi godina.

Ako bi neko pomislio da je time problem odakle potiče energija Sunca, kao i problem o starosti Sunca, koji je u tesnoj vezi sa ovim, rešen, moramo da ga razočaramo. U cilju eksperimentalne provere Betheove teorije, od početka šezdesetih godina na Zemlji se vrši merenje fluksa elementarnih čestica takozvanih neutrina (Solarnih neutrina). Merenja su veoma komplikovana i zahtevaju veliku stručnost i složene merne uredjaje. Rezultati pokazuju da je fluks neutrina oko tri puta manji nego što se očekivalo. Ovo znači ili da još uvek ne znamo odakle potiče oko 80% Sunčeve energije, ili je nešto drugo u pitanju. Zadovoljavajući odgovor još ne postoji. Naravno, postoje razne teorije, ideje i objašnjenja, koji nisu dovoljno pouzdani. Definitivan odgovor će (ili neće) uskoro uslediti. Možda je to prilika da i vaša generacija da svoj doprinos.

КАКО НАУЧНИЦИ СТВАРАЈУ ?

ПЕРСПЕКТИВЕ ХЕУРИСТИКЕ

Радомир Ђорђевић, Физички факултет, Београд

Стваралачки процес у науци био је одувек предмет интересовања многих, па и самих научника. Истраживање у науци подсећа заиста на напорно путовање кроз непознате пределе пуне загонетних феномена. Али на том путовању постижу се каткад резултати који крунишу напоре многих претходника, а оне који проналазе или откривају ново, не само разултат него и само трагање испуњавају чудесним осећањима која се, како је још Аристотел приметио, не могу поредити ни са чим другим. Увиђајући границе формалне логике схваћене као вештине излагања (ars demonstandi) многи су већ у доба сколастике настојали да заснују неку вештину откривања или логику поналажења новог (ars inveniendi). Најпознатији међу тим мислиоцима био је Раимундус Лулус (Lullus, 1235-1315), каталонски филозоф, теолог и песник, који је сматрао да је циљ филозофије управо проналажење тзв. велике вештине (ars magna), вештине откривања новог, али упркос многим покушајима који су уследили ова вештина за којом се трагало није пронађена како се очекивало. Било је потребно да се развију научне дисциплине у којима су испитиване карактеристике и могућност природног интелекта, стваралачка пракса, па да се тек на основу тога формулишу извесни принципи и правила на основу којих ће се далеко успешније стварати. Колико су актуелни проблеми

у вези са тим видело се тек у наше време, у доба кибернетике, потреба за моделовањем мисаоних операција, стварања тзв. вештачке интелигенције.

Први корак на путу изналажења неке "логике" открића је свакако истраживање стваралачке праксе научника, тих миљеника богова. Ко су научници, стваралоци? Они који су од раних година радозналији од других, који се више питају и више сумњају, који су у потрази за нечим новим, преиспитујући ранија схватања у светлу нових података. Књиге и разна средства која им служе у истраживањима окружују их већ у тим раним годинама. То су почеци који већ јасно обележавају даљи ток њиховог живота. Немир духа усмерава их да организују свој живот тако да највећи део времена посвећују проблемима који их највише интересују. Због тога они изгледају другима понекад необично, па чак и чудно. Али без таквих посвећеника не би могло да се дође до већих остварења, нити до примена тих резултата у преображају друштвеног живота људи; живело би се у прастарим и примитивним условима.

Сви који истражују не доспевају до значајних резултата, али рад ипак није узалудан. Они који доспевају до нових идеја, открића, иду путем који остаје умногоме и за њих саме непознат. Многи од њих, као на пример Херман **Хелмхолц** (Helmholtz, 1821-1894), Анри **Поенкаре** (Poincare, 1854-1912), Пијер **Дијем** (Duhem, 1861-1916), Ернест **Мах** (Mach, 1838-1916), Алберт **Ајнштајн** (Einstein, 1879-1955), покушавали су не само да врше извесне реконструкције стваралачког поступка него и да објасне обележја научног метода па и природу процеса сазнања уопште. Али већ негде од краја прошлог столећа видело се сасвим јасно да ти традиционални филозофски и научни проблеми могу да се решавају успешније само ако се разматрају интердисциплинарно, јер стварање у науци има различите димензије. Оно је пре свега специфичан процес обележен индивидуалним карактеристикама и због тога се често поставља питање да ли се може уопште проћи у ту својеврсну драму преко трагова и сведочанстава о њој. Али резултати истраживања у психологији продуктивног мишљења на свој начин отклањају ону превелику скепсу која се јављала раније. Овде је довољно да се подсети на резултате истраживања стваралачког поступка који је претходио и довео до Ајнштајнове теорије релативности, истраживања која су у сарадњи са самим творцем те теорије извели Макс **Вертхајмер** (Wertheimer, 1880-1943) и Карл Густав **Јунг** (Jung, 1875-1961). Али научници нису усамљеници, иако могу да изгледају тако по начину живота; они стварају у одређеној средини која на њих утиче као и на основу одређене традиције,

па је због тога потребно да се утврди претходно стање, утицај савременика, друштвених прилика уопште на њихов рад. Тек тако се може утврдити њихов стварни допринос. Разни проблеми у вези са тим изучавају се у историје науке, социологији науке, етици науке итд. У тако организованим истраживањима разјашњавају се знатно успешније многи проблеми у вези са трансформацијом идеја у науци, научним методом који се и сам мења и усавршава током развоја науке, утврђују се тако многи значајни принципи, системи, стратегије и процедуре чије познавање може допринети знатно већој ефикасности и економији у напорима. Управо на темељу таквих истраживања настала је пре неколико деценија једна нова, специфична дисциплина - **хеуристика** (грчки хеурека, открио сам, пронашао сам; према легенди тако је узвикнуо у великом узбуђењу Архимед, истрчавши наг на улице Сиракузе кад је дошао до идеје о сили потиска), у којој се истражују претпоставке, принципи, могућности и перспективе стваралачког мишљења. Резултати у хеуристици показали су заиста велике могућности и перспективе не само у теоријским истраживањима него и у примени, у кибернетици, аутоматизацији у готово свим областима друштвеног живота. Ти резултати омогућили су поред осталог стварање тзв. вештачке интелигенције која задивљује у погледу брзине и волумена операција које извршава. Ипак, природни ум човека остаје незаменљив, штавише, његове могућности су још недовољно испитане. То ће се постићи понајвише у даљим систематским истраживањима стваралачког рада у науци. Из досадашњих истраживања знамо да се стваралачки поступак у науци, па и природа процеса сазнања уопште објашњавају доста различито. Оно што је неспорно јесте чињеница да су у средишту расправа били и остали, на крају крајева, проблеми који се тичу општих модела истраживања и објашњења стварности, а то су уједно централни проблеми и филозофије и науке.

Будући да у делима физичара налазимо врло различите погледе о моделима истраживања и њиховим филозофским премисама, у наредном броју часописа осврнућу се на Ајнштајнова гледишта о природи процеса сазнања у науци и обележјима научног метода.

VERNER HAJZENBERG: "U stvari, snažno me zaokuplja misao da je *simetrija* nešto kudikamo osnovnije od čestice." Lajpcig, 1936.

POKUŠAJ

MORZEOVA KRIVA POTENCIJALNE ENERGIJE MOLEKULA

Branimir Blagojević, Institut za fiziku, Zemun
Dušan Filipović, Fizički fakultet, Beograd

Za opisivanje oscilatornog kretanja dvoatomskog molekula model elastične opruge (linearni harmonijski oscilator) veoma je grub. Potencijalna energija za oscilatorno kretanje jezgara molekula, sem energije Kulonove (Coulomb) elektrostatičke interakcije jezgara, uključuje još i kinetičku i potencijalnu energiju elektrona kao funkciju medjujezgrenog rastojanja R. Zato kriva $U_m(R)$, na ovaj način odredjene efektivne potencijalne energije oscilatornog kretanja jezgara, opisuje jedno elektronsko stanje molekula.

Krive potencijalne energije dvoatomskog molekula jednakih jezgara ($H_2, N_2, O_2, Br_2 \cdots$) uspešno se opisuju Morzeovom (Morse) funkcijom (programski red 110): $U_m(R) = D_e\{exp[-2a(R-R_e)] - 2exp[-a(R-R_e)]\}$, gde je: D_e - dubina potencijalne jame, a R_e - ravnotežno medjujezgreno rastojanje.

U slučaju jezgara manje mase, postaje značajna njihova energija rotacionog kretanja (programski red 120) $U_r = \frac{h}{(2\pi)^2}\frac{J(J+1)}{mR^2}$, gde je h - Plankova konstanta, J - rotacioni kvantni broj, a m - redukovana masa molekula, pa se uključuje kao korekcija Morzeove funkcije radi dobijanja tačnije efektivne potencijalne energije oscilacija jezgara, tj. radi tačnijeg opisivanja elektronskog stanja molekula (programski red 130): $U = U_m + U_r$.

Priložen program, u jeziku QBASIC, omogućava grafički prikaz navedenih energija u funkciji R, unošenjem vrednosti J.

Interesantno je potražiti odgovore na sledeća pitanja:

a) Šta se dobija za vrednost $J = 0$?

b) Pri kojoj vrednosti J se javlja potencijalna barijera? (Videti naredni članak.)

c) Pri kojoj vrednosti J nije više moguće stabilno stanje molekula?

Pišite nam na koja ste još pitanja tražili odgovore. Najvredniji radovi biće objavljeni.

PRILOG

```
10 REM MORSE-OVA KRIVA POTENCIJALNE ENERGIJE MOLEKULA VODONIKA
20 CLS
30 SCREEN 9
40 h = 6.62E-34: REM Planck-ova konstanta
50 a = 1.94E+10: REM konstanta Morse-ove funkcije
60 Re = 7.42E-11: REM ravnotežno medjujezgreno rastojanje
70 De = 7.6E-19: REM dubina potencijalne jame
80 m = 8.37E-27: REM redukovana masa
90 INPUT "J="; J: REM rotacioni kvantni broj
100 FOR R = .5 * Re TO 7E-10 STEP 1E-12: REM medjujezgreno rastojanje
110 Um = De * (EXP(-2 * a * (R-Re)) - 2 * EXP (-a * (R-Re))
120 Ur = (h / 2 / 3.1416 / SQR(m) / R) ^ 2 * J * (J+1)
130 U = Um + Ur
140 PSET (8E+11 * R, 170)
145 LOCATE 13, 3: PRINT "O": LOCATE 13, 75: PRINT "R"
147 LOCATE 5, 3: PRINT "U"
150 PSET (8E+11 * R, 170 - 2E+20 * Um)
160 PSET (8E+11 * R, 170 - 2E+20 * Ur)
170 PSET (8E+11 * R, 170 - 2E+20 * U)
180 NEXT R
```

EKSPERIMENTALNI UVOD U ŠREDINGEROVU TALASNU MEHANIKU - TUNELSKI EFEKT

Dušan Filipović, Fizički fakultet, Beograd

1. Malo teorije ...

Šredingerova (Schrodinger) talasna mehanika se odnedavno uči u završnim razredima nekih gimnazija i srednjih škola u Srbiji. Kako da učenici nauče i razumeju ovu važnu oblast fizike? Ovaj takst je jedan od mogućih odgovora na postavljeno pitanje.

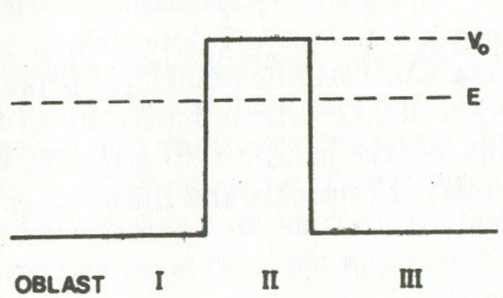
Na samom početku dve su aproksimacije (ograničenja) teorije u odnosu na fizičku stvarnost. U procesima koje izučava Šredingerova talasna mehanika: (a) nema kreacije (nastajanja) i anihilacije (uništavanja) čestica supstancije i (b) sve brzine od interesa su mnogo manje od brzine

svetlosti u vakuumu. Foton je čestica koja očigledno ne ispunjava navedene uslove, te se navedenim aproksimacijama isključuje iz razmatranja.

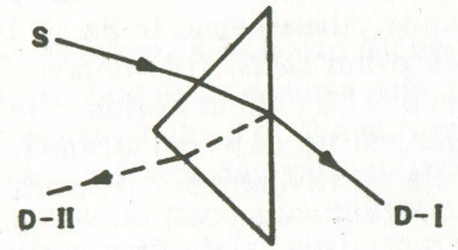
Mikročestice kao fizički objekti imaju dvojnu, čestično-talasnu prirodu. Tako na primer, elektroni koji se kreću u formi mlaza, medjusobno interaguju Kulonovom (Coulomb) elektrostatičkom silom kao proste naelektrisane čestice, usled čega mlaz divergira (razilazi se). Medjutim, ako isti taj mlaz elektrona naidje na prepreku čije su dimenzije uporedive sa de Broljevom (de Broglie) talasnom dužinom elektrona, na primer atom ili molekul, ugaona raspodela rasejanih elektrona pokazuje jasnu difrakcionu strukturu, svojstvenu talasima. Mikročestice su podjednako čestice i talasi, a ispoljavanje jednog od ova dva svojstva može da prevagne u konkretnim eksperimentalnim uslovima. To je zaključak prema brojnim pojavama, koji do danas nije opovrgnut. Stoga je osobina uzajamnog dopunjavanja čestično-talasne dvojnosti mikročestica princip u fizici.

2. Izbor eksperimenta

Čini se da je najpogodnije uvoditi učenike u Šredingerovu talasnu mehaniku opisivanjem i demonstriranjem pojava karakterističnih za talasna svojstva mikročestica. Jedan od najinteresantnijih i zaista neočekivanih fenomena je tunelski efekt. Kao jednostavan grafički prikaz tunelskog efekta mogla bi da posluži sl.1.



Slika 1.



Slika 2.

Prema sl.1, nije ispunjen uslov klasične mehanike za prelazak čestice iz oblasti I u oblast III, pošto je oblast II sa potencijalnom barijerom V_0 većom od ukupne energije čestice E. U talasnoj mehanici prelaz iz oblasti I u oblast III je moguć i ta pojava je upravo tunelski efekt.

Pošto mikročestice imaju prema de Broljevoj hipotezi talasna svojstva, ta njihova svojstva mogu da se demonstriraju elektromagnetnim talasima, kao opšta svojstva talasa. U školskim kabinetima se za demonstriranje talasnih svojstava elektromagnetnih talasa [Hercovi (Hertz) eksperimenti] koristi pribor sa emiterom i detektorom centimetarskih talasa. Talasna dužina reda centimetra pogodna je za rad u školskoj laboratoriji jer je lako naći prepreku tih dimenzija radi demonstriranja talasnih pojava.

3. Opis eksperimenta

Iako komplet za izvodjenje Hercovih eksperimenata sadrži prizme, u ovom eksperimentu koriste se, nešto veće, posebno izradjene, dve jednake prizme od pleksiglasa koje, spojene svojim najvećim stranama, čine prizmu kvadratne osnove ivice 22 *cm* i visine 12 *cm*.

Eksperiment bi mogao da teče od poznatog ka otkriću nepoznatog (heuristički metod).

a) Refrakcija (prelamanje) i refleksija (odbijanje) talasa

Sa izvorom S i prizmom u položaju kao na sl.2, položaj detektora D se menja po uglu u odnosu na prizmu sve dok se ne čuje najjači zvuk. Položaj I odgovara pravcu refraktovanog talasa (puna linija), a položaj II pravcu reflektovanog talasa (isprekidana linija).

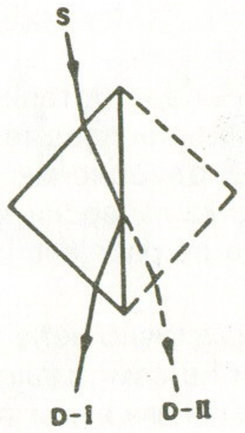
b) Totalna refleksija talasa

Kao refrakcija i refleksija je, takodje, poznata pojava da se povećanjem upadnog ugla α do neke granične vrednosti α_g, postiže da refraktovanog talasa nema, te da se detektorom u položaju I detektuje jedino reflektovani talas. Ova pojava, poznata kao totalna refleksija, prikazana je na sl.3 punom linijom. Dodavanjem druge prizme istovetne prvoj, spajanjem po najvećoj stranici, totalna refleksija nestaje i najjači zvuk se čuje postavljanjem detektora u položaj II (isprekidana linija na sl.3).

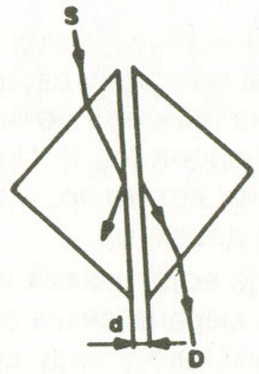
c) Transmisija talasa kroz barijeru

Transmisija (prolazak) talasa kroz slepljenje prizme, opisan pod b), može se smatrati i kao transmisija talasa kroz barijeru (prostor izmedju stranica prizme) nulte širine. Ključni korak u eksperimentu je razdvojiti prizme tako da postojanje barijere bude očigledno, počev od nekoliko milimetara (sl.4).

U položaju detektora kao na sl.4 detektuje se talas dospeo u prostor detektora transmisijom kroz barijeru. Time se demonstrira tunelski efekt.



Slika 3.



Slika 4.

Bilo bi interesantno meriti veličinu amplitude talasa vodjenjem elektr čnog signala na osciloskop umesto na mikrofon. Šta se očekuje kao rezultat merenja zavisnosti amplitude talasa od širine barijere d?

Posmatranje pojedinačnih mikročestica u eksperimentu nije jednostavno, a ni potencijalna barijera obično nije tako jednostavna kao na sl.1, odnosno u prikazanom eksperimentu. Jasnija predstava o potencijalnoj barijeri elektronskog stanja dvoatomskog molekula može se dobiti primenom računarskog programa "Morzeova (Morse) kriva potencijalne energije molekula" (prethodni članak).

ЕКСПЕРИМЕНТИ СА ЛАСЕРСКОМ СВЕТЛОШЋУ - II ДЕО

Драгана Поповић, Ветеринарски факултет, Београд

Расејање светлости

⋆ Феномен расејања светлости омогућава нам да видимо ласерски зрак и када не гледамо директно у отвор ласера (што иначе и није дозвољено, јер тада ласерска светлост директно пада у око) или "ухватимо" зрак на заклону. Довољно је да на пут зрака распршимо мало праха од креде - на честицама праха долази до расејања светлости и ласерски зрак постаје видљив. Покушајте!

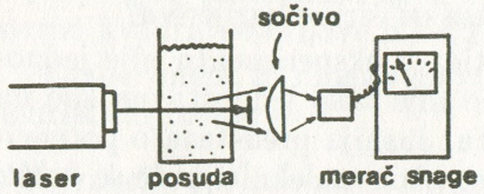
⋆ Данас се ласери све више користе за откривање нечистоћа и несавршености у структури кристала, наизглед савршено правилне структуре: када зрак наиђе на места неправилности у структури кристала, долази до расејања светлости. Призор може да буде заиста величанствен.

⋆ Ефекат расејања светлости омогућава нам и да једноставно одредимо степен нечистоће раствора, течности или гасова. Успите

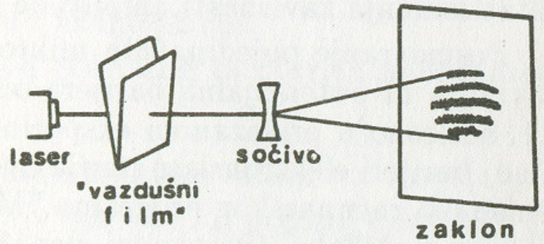
у стаклену посуду чисту, дестиловану воду. Ласер поставите са једне стране посуде, а са друге неки мањи непрозирни предмет (комад картона, на пример), сочиво и најзад детектор, односно мерач снаге ласерског снопа (сл.1). Предмет не дозвољава да ласерски зрак пада директно на детектор, а сочиво омогућава да се расејана светлост усмери на детектор.

⋆ Ако је вода заиста чиста, светлост се практично неће расејати и казаљка мерача снаге се неће померити или ће само мало скренути. Међутим, ако у воду сипамо честице прашине или неког праха, на њима долази до расејања светлости.

⋆ Ту расејану светлост сочиво фокусира у детектор и казаљка скреће и то сразмерно степену загађења.



Слика 1.



Слика 2.

Интерференција светлости

⋆ На пут ласерског зрака поставите сочиво, а иза њега заклон. Ако на сочиво капнете кап алкохола, добићете на заклону интерференциону слику, која ће се, како алкохол испарава, мењати у времену. Зашто?

⋆ Када се између две танке провидне стаклене плоче налази слој ваздуха, на граници ваздух-стакло долази до вишеструког одбијања светлости. Ако се дебљина овог "филма" подеси да износи 1/4 таласне дужине светлости (или непарни умножак четвртине таласне дужине), наступа "гашење" тј. светлост не пролази кроз "филм", иако су и ваздух и стакло савршено транспарентни. Зашто?

⋆ Поставите ласер, једно дивергентно сочиво (жижне даљине 8 mm), "ваздушни филм" и заклон, како је то приказано на слици 2. Када кроз "филм" пропустите ласерски зрак на заклону ће се појавити интерференциона слика. Променом растојања између плочица, односно променом дебљине "филма", мења се и слика на заклону.

KONKURSNI ZADACI

DACI·ZADACI

NAGRADNI ZADACI • ZADACI PITANJA • E – ZADATAK

ZADACI ZA DOMAĆI RAD

VI razred

1. Dva trkača krenula su istovremeno, sa istog mesta, u istom pravcu, ali u suprotnim smerovima. Ako se trkači kreću jednakim srednjim brzinama od 2,5 m/s, izračunati rastojanje izmedju njih posle 2 minuta. (600 m)

2. Koliko puta je veća brzina motornog čamca koji je rastojanje od 1,5 km prešao za 1 min i 15 s od brzine broda koji je za 10 min prešao 300 m? Motorni čamac i brod se kreću po mirnoj površini vode. (4)

3. U cilindričnoj staklenoj posudi (menzuri), na kojoj su obeleženi podaci koji označavaju zapreminu u ml, nalazi se voda. Vrednost jednog podeoka skale je 1 ml. Nivo slobodne površine vode poklapa se sa 12-tim podeokom. Kada se telo mase 0,0904 kg stavi u vodu, nivo slobodne površine se podigne do 20-tog podeoka. Odrediti gustinu tela. (11 300 kg/m^3)

4. Odrediti masu gvozdenog kvadra dimenzija $a = 200\ mm$, $b = 5\ cm$ i $c = 0,01\ m$? (0,78 kg)

5. Odrediti zapreminu tela od aluminijuma koje je uravnoteženo na terazijama sa gvozdenim tegom mase 0,5 kg? (185,185 cm^3)

VII razred

1. Koliko je puta potrebno pomeriti manji klip površine 2 cm^2 sa vrha do dna cilindra hidraulične prese da bi se teret mase 100 kg koji se nalazi na klipu veće površine 0,04 m^2 podigao za 1 dm? Hod manjeg klipa je 20 cm. (100)

2. Odrediti gustinu tela koje u vazduhu ima težinu 19,62 N, a potopljeno u špiritus gustine 750 kg/m^3 ima težinu od 13,42 N. (2500 kg/m^3)

3. Odrediti rad, koji izvrši gnjurac u morskoj vodi gustine 1030 kg/m^3 na podizanju gvozdenog tela zapremine 40 dm^3 sa dubine vode od 15 m do 6 m. (23908,93 J)

4. Sila jačine 200 N pomera telo na horizontalnom putu od 8 m. Odrediti rad koji se izvrši u ovom slučaju, ako je ugao izmedju pravca dejstva sile i predjenog puta 45°. Trenje se zanemaruje. (1131,37 J)

5. Odrediti stepen iskorišćenja automobilskog motora snage 42 kW koji pri stalnoj brzini automobila od 72 km/h dejstvuje vučnom silom od 650 N. (30%)

VIII razred

1. Izračunati masu bakarnog provodnika površine poprečnog preseka 4 mm^2, koji pruža otpor od 1,2 Ω (gustina bakra je 8900 kg/m^3, a specifični otpor je 17 $n\Omega m$). (10,05 kg)

2. Odrediti količinu elektriciteta koja prodje kroz poprečni presek provodnika otpora od 4 Ω za 2 minuta ako je napon na njegovim krajevima 12 V. (360 C)

3. Otpornici $R_1 = 10\ \Omega$ i $R_2 = 15\ \Omega$ vezani su paralelno. Sa njima redno je vezan otpornik $R_3 = 20\ \Omega$. Ovako vezani otpornici priključeni su za izvor elektromotorne sile 12 V, zanemarljivog unutrašnjeg otpora. Odrediti količinu toplote koja se oslobodi na otporniku R_2 za 5 s. (2,556 J)

4. 2 l vode zagreva se na rešou snage 1,2 kW u toku 10 minuta, pri čemu se temperatura vode povisi za 50 $^\circ C$. Odrediti stepen iskorišćenja električne energije.

(58,3%)

Pripremio Stepan Krsmanović, OŠ "Jelena Ćetković", Beograd

KONKURSNI ZADACI[1]

Zadaci za učenike VI razreda

908. 125 jednakih čeličnih opruga ima masu 1 g. Odrediti dužinu žice jedne opruge, ako je površina poprečnog preseka žice 0,15 mm^2. Gustina čelika iznosi 7,9 g/cm^3.

909. Odrediti brzinu proticanja nafte kroz cev naftovoda, čiji je poprečni presek 2 dm^2, ako za 8 min i 20 s protekne 2 m^3 nafte.

910. U robnoj kući pokretne stepenice podižu dečaka, koji na njima stoji, za 10 s. Kada stepenice stoje, dečak se popne za 30 s. Odrediti vreme za koje se dečak popne uz stepenice, kada su one u pokretu.

911. Odrediti srednju brzinu voza na delu puta AC, ako se od mesta A do mesta B, koje leži na sredini tog dela puta, voz kretao brzinom 80 km/h, a od mesta B do mesta C brzinom 100 km/h.

912. Kamion prolazi pored kontrolne stanice 5 min ranije od putničkog automobila. Automobil sustiže kamion na rastojanju 2000 m od kontrolne stanice. Odrediti vreme koje je potrebno da automobil sustigne kamion od trenutka kada je kamion prošao pored kontrolne stanice, ako je srednja brzina kamiona 60 km/h, a automobila 72 km/h.

---

[1] *Zadaci od r.broja 908. do 922. su omaškom ispušteni iz MF-43, pa ih zato objavljujemo u ovom broju, zadržavajući njihovu prvobitnu numeraciju. Primedba urednika.*

Zadaci za učenike VII razreda

913. Vreme slobodnog padanja tela iznosi 10 s. Odrediti predjeni put tela tokom poslednje sekunde padanja.

914. Na dno jezera postavljen je gumeni balon ispunjen vazduhom. Odrediti dubinu jezera ako se zna da je zapremina balona na površini jezera bila dva puta veća. Uzeti da je temperatura vazduha u balonu jednaka temperaturi vode i da je nezavisna od dubine; gustina vode je 1000 kg/m^3, a atmosferski pritisak je normalan.

915. Metak mase 5 g, krećući se u horizontalnom pravcu brzinom 300 m/s, probija drvo debljine 10 cm i izlazi brzinom 100 m/s. Odrediti: a) rad koji je izvršio metak pri probijanju drveta; b) srednju vrednost sile kojom je metak delovao na drvo.

916. Helikopter podiže teret vertikalno naviše brzinom 10 m/s. Na visini 40 m od površine Zemlje prekine se uže koje drži teret. Odrediti brzinu tereta neposredno pred udar u Zemlju.

917. Biciklista deluje na pedale, za sve vreme njihovog okretanja, srednjom silom od 200 N, tangencijalno, tako da za 2 s napravi jedan obrt. Dužina kraka pedale je 0,2 m. Odrediti srednju vrednost snage koju razvija biciklista.

Zadaci za učenike VIII razreda

918. Pod dejstvom sile homogenog električnog polja, jačine 400 V/cm, elektron počinje da se kreće u pravcu njegovih linija sila. Odrediti brzinu elektrona posle predjenog puta dužine 4 cm.

919. U delu električnog kola nalazi se otpornik čija je vrednost otpora nepoznata. Ampermetar pokazuje da kroz dati deo kola protiče struja jačine 5 A. Voltmetar, čiji je unutrašnji otpor 2500 Ω, vezan na krajevima otpornika, pokazuje napon od 100 V. Odrediti: a) vrednost otpora datog otpornika; b) grešku u odredjivanju otpora ako se zanemari vrednost unutrašnjeg otpora voltmetra.

920. Pri proticanju električne struje kroz provodnik od gvoždja, dužine 1 m i mase 1 g, provodnik se zagreje od 0 $^\circ C$ do temperature topljenja gvoždja (1600 $^\circ C$). Odrediti jačinu struje kroz provodnik. Zanemariti gubitke toplote. Specifičan otpor, specifična toplota i gustina gvoždja, iznose $1,2\times10^{-7}\ \Omega m$, 500 $J/kg\,^\circ C$ i 7900 kg/m^3, respektivno.

921. Električno kolo sastoji se od izvora elektromotorne sile $E = 2\ V$, unutrašnjeg otpora $r = 1,5\ \Omega$ i otpornika $R = 4,5\ \Omega$. Odrediti pad napona na otporniku R i jačinu struje u kolu.

922. Pri elektrolizi bakar sulfata korišćen je električni izvor snage 45 W. U toku 60 min izdvoji se 10 g bakra. Odrediti vrednost otpora elektrolita. Faradejev broj iznosi $F = 9,65 \cdot 10^4\ C/mol$.

Zadaci za učenike VI razreda

983. U početnom trenutku rastojanje izmedju dva tela je 210 m. Tela se kreću pravolinijski stalnim brzinama $v_1 = 2,5\ m/s$ i $v_2 = 3,5\ m/s$ jedno u susret drugom. Odrediti mesto i vreme susreta tela.

984. Trkač je za prvih 6 s prešao 42 m, za sledećih 12 s pretrčao je 108 m, a za sledećih 6 s prešao je 30 m. Odrediti njegove brzine za svaki deo puta i srednju brzinu za ceo put. Brzine izraziti u km/h.

985. Rastojanje izmedju mesta A i B je 50 km. Iz mesta A biciklista se kreće stalnom brzinom 10 km/h ka mestu B. Istovremeno iz B, njemu u susret kreće se drugi biciklista brzinom 15 km/h.

a) Nacrtati grafik puta ($S = vt$) i na osnovu njega odrediti mesto i vreme susreta.

b) Odrediti vremenski interval za koji biciklista iz B kasnije stiže u A nego biciklista iz A u B.

986. Kada se na elastičnu oprugu (dinamometar) okači teg mase 1020 g, opruga se izduži 50 mm, a pokazivač koji se nalazi na kraju opruge, pokazuje 10 N. Ako se na istu oprugu okači telo nepoznate mase, opruga se izduži 38 mm. a) Kolika je masa tela? b) Kolika je težina tela? c) Kolika je vrednost jednog podeoka na skali dinamometra?

987. Bazen, dužine 50 m, širine 25 m puni se vodom. Brzina toka vode kroz ulaznu cev je 0,5 m/s, a površina njenog poprečnog preseka je 0,2 m^2. Kolika će biti dubina vode u bazenu ako je punjenje trajalo 10 sati? (Smatrati da je površina dna ravna).

Zadaci za učenike VII razreda

988. Brzina automobila se za 1 min poveća od 7,2 km/h do 72 km/h. Odrediti srednju vrednost brzine, srednju vrednost ubrzanja i predjeni put za dato vreme ubrzavanja.

989. Brod prelazi rastojanje izmedju dva mesta, uzvodno (od A do B) i nizvodno (od B do A) za ukupno 12 sati. Koliko je rastojanje AB, ako je brzina broda po mirnoj vodi 30 km/s, a brzina reke 5 km/h ?

990. Dva tela koja se nalaze na veoma dugoj strmoj ravni istovremeno krenu jedno drugom u susret. Jedno ima početnu brzinu 5,4 km/h i spušta se ubrzanjem 0,2 m/s^2. Drugo ima početnu brzinu 18 km/h i penje se usporenjem 0,2 m/s^2. Posle kog vremena će se sresti, ako je rastojanje izmedju njih u početnom trenutku bilo 195 m? Kolike su njihove brzine u trenutku susreta?

991. Na telo mase 5 kg istovremeno deluju sile od 6 N i 8 N. Sila manjeg intenziteta ima smer prema severu, a većeg prema istoku. Odrediti: a) Brzinu

tela i predjeni put na kraju treće sekunde. b) Položaj tela u tom trenutku u odnosu na početni položaj. (Pre početka delovanja sila telo je mirovalo).

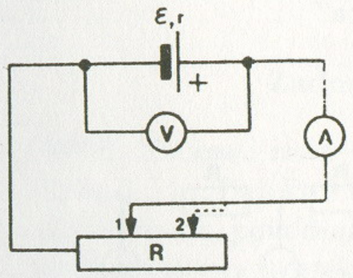
992. Padobranac (sa opremom) težine 800 N pada brzinom 30 m/s. Kada otvori padobran brzina se za 2 s smanji na 5 m/s. Odrediti silu otpora vazduha. Koliki put predje padobranac za vreme usporavanja?

Zadaci za učenike VIII razreda

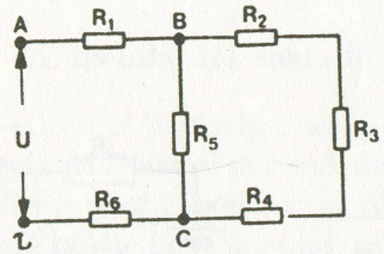
993. Kolika je trenutna brzina elektrona, koji polazeći iz mirovanja predje rastojanje od tačke A do B (u vakuumu) izmedju kojih je potencijalna razlika: a) 1 V; b) 100 V. ($m_e = 9,1 \cdot 10^{31} kg$, $1e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$).

994. U jednom provodniku jačina struje ravnomerno raste od nule do $I = 3\ A$ u toku $t = 10\ s$. Kolika količina elektriciteta protekne za to vreme kroz poprečni presek provodnika?

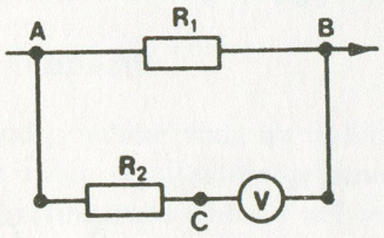
995. Odrediti elektromotornu silu i unutrašnji otpor izvora struje, ako pri jednom položaju kontakta na otporniku ampermetar pokazuje 0,2 A, voltmetar 1,8 V, a pri drugom položaju 0,4 A, odnosno 1,6 V (vidi sl.1).



Slika 1.

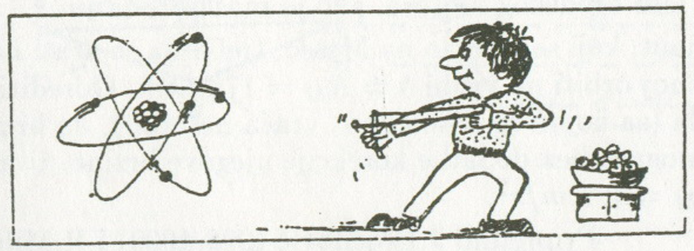


Slika 2.



Slika 3.

996. Odrediti ukupan otpor električnog kola, prikazanog na slici 2, ako je $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 2\ \Omega$.



997. Voltmetar pokazuje napon 6 V (vidi sl.3). Odrediti napon izmedju tačaka A i B (na krajevima otpornika R_1), ako je unutrašnji otpor voltmetra 80 Ω, a $R_2 = 500\ \Omega$. (Otpor veza i kontakata zanemariti.)

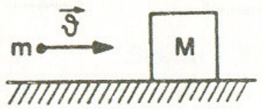
Pripremili Gavrilo Vuković i Čedomir Stanković

Zadaci za učenike I razreda gimnazije

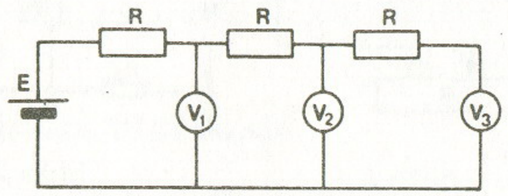
998. U kocku mase $M = 2\ kg$, koja miruje na horizontalnoj podlozi, udara mala kuglica mase $m = 10\ g$, koja je letela horizontalno brzinom $v = 1\ km/s$ i elastično se odbija unazad (sl.4). Odrediti put koji predje kocka posle sudara do svog zaustavljanja, ako je koeficijent trenja izmedju nje i podloge jednak $k = 0,2$.

999. Odrediti put kocke do svog zaustavljanja (videti prethodni zadatak) ukoliko je: a) sudar kuglice sa njom apsolutno neelastičan; b) kuglica prošla kroz nju i produžila da se kreće u istom smeru brzinom $v_1 = 200\ m/s$. Ostali brojni podaci su isti kao u zadatku 998.

1000. Na horizontalnom glatkom stolu postavljeno je duž jednog pravca šest okruglih pločica mase m, $m/2$, $m/4$, $\cdots$ i $m/32$. Prvoj pločici mase m saopšti se početna brzina v_1, tako da centralno udari u drugu pločicu (mase $m/2$), druga zatim udari centralno u treću, itd. Odrediti brzinu svake pločice posle svog prvog sudara. Koliko sudara pretrpi svaka pločica?



Slika 4.



Slika 5.

1001. Kosmički brod se kreće oko Zemlje po kružnoj orbiti poluprečnika R, brzinom v, koja je dva puta veća od brzine slobodnog kruženja po toj orbiti. Odrediti vučnu silu brodskog motora, ako je masa broda m.

1002. Kosmonaut, koji se iskrcao na Mesec, treba da se vrati na brod (bazu), koji leti po kružnoj orbiti na visini $h = R_M = 1700\ km$. Odrediti najmanju brzinu tzv. modula (sa kojim se kosmonaut vraća na brod), da bi prisajedinjenje sa bazom bilo moguće bez dodatne korekcije njegove brzine. Ubrzanje sile teže na Mesecu je $g_M = 1,7\ m/s^2$.

Pripremili J.Dojčilović (998-1000) i R.Miler (1001-1002)

Zadaci za učenike II razreda gimnazije

1003. Površina klipa u špricu je $1,2\ cm^2$, a površina otvora u njegovoj igli $1\ mm^2$. Odrediti vreme za koje voda istekne iz horizontalno postavljenog šprica, ako hod klipa iznosi 4 cm i ako na njega deluje horizontalna sila intenziteta 5 N.

1004. Kuglica čiji je koeficijent zapreminskog širenja β, uranja se u tečnost na temperaturama t_1 i t_2. Težine pri tom istisnutih tečnosti su Q_1 i Q_2. Odrediti koeficijent zapreminskog širenja tečnosti.

1005. Tanak plastični prsten poluprečnika $r = 30\ cm$, koji ima procep od 2 mm, ravnomerno je naelektrisan količinom naelektrisanja $q = +30\ \mu C$. Odrediti jačinu i smer električnog polja u njegovom centru.

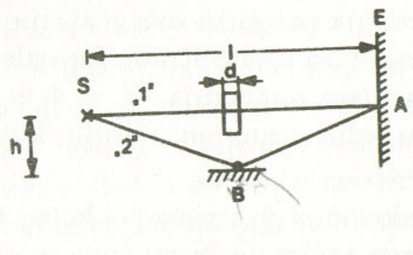
1006. Tanka pravougaona provodna ploča ima dimenzije $a = 10\ cm$, $b = 20\ cm$, $d = 2\ mm$ (debljina) i specifični otpor $\rho = 4\ \Omega m$. Odrediti električni otpor ove ploče ako je na njenoj sredini napravljen pravougaoni otvor dimenzija $a_1 = 6\ cm$ i $b_1 = 12\ cm$.

1007. U elekričnom kolu (sl.5) nalaze se jednaki otpornici i voltmetri. Prvi voltmetar pokazuje $U_1 = 10\ V$, a treći $U_3 = 8\ V$. Šta pokazuje drugi voltmetar?

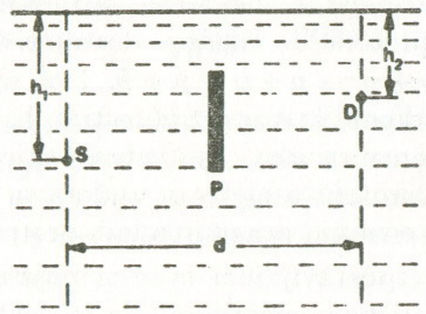
Pripremio J.Dojčilović

Zadaci za učenike III razreda gimnazije

1008. Tačkasti izvor svetlosti S postavljen je ispod površine vode na dubini $h_1 = 0,5\ m$. Detektor svetlosti D nalazi se u vodi na dubini h_2. Rastojanje izmedju normala, povučenih kroz izvor i detektor, na površinu vode iznosi $d = 1\ m$. Izmedju izvora i detektora postavljena je prepreka P tako da svetlost ne može direktno da stigne od izvora do detektora (sl.6). Pri kojoj dubini h_2 detektor može da registruje svetlost totalno reflektovanu sa granice voda-vazduh?



Slika 6.



Slika 7.

1009. Po mirnoj površini vode razliveno je ulje u tankom sloju, indeksa prelamanja 1,48. Kada se ovaj sloj ulja osvetli vertikalno iz vazduha svetlošću talasne dužine 587,6 nm u reflektovanoj svetlosti registruje se interferencioni maksimum. Prvi sledeći interferencioni maksimum dobija se kada se upotrebi monohromatska svetlost talasne dužine 536,5 nm. Odrediti debljinu sloja ulja. Indeks prelamanja vode iznosi 1,33.

1010. Izvor S monohromatske svetlosti talasne dužine $\lambda = 640\ nm$ nalazi se na rastojanju $l = 1\ m$ od ekrana E (sl.7). Zrak "1" prolazi na svom putu kroz tanku staklenu pločicu debljine $d = 2\ \mu m$, indeksa prelamanja $n = 1,52$. Zrak "2" se reflektuje od ogledala u tački B, postavljenog paralelno zraku "1" na rastojanju $h = 1\ mm$, i ukršta sa zrakom "1" u tački A na ekranu E. Odrediti šta se dobija interferencijom ova dva zraka u tački A.

1011. Optička prizma, čiji je ugao pri vrhu 60°, napravljena je od stakla indeksa prelamanja 1,52. Svetlost pada na jednu stranu prizme i prelama se kroz prizmu. Odrediti najmanju vrednost upadnog ugla, tako da svetlost izadje iz prizme kada je prizma a) u vazduhu i b) u vodi.

1012. Bikonveksno sočivo poluprečnika krivine 6 cm i 10 cm i bikonkavno sočivo poluprečnika krivine 7 cm i 13 cm napravljena su od stakla indeksa prelamanja 1,60. Sočiva se nalaze na rastojanju 12 cm, pri čemu im se optičke ose poklapaju. Ispred bikonveksnog sočiva, na rastojanju 20 cm, postavljen je svetao predmet. Odrediti položaj konačnog lika, u odnosu na bikonveksno sočivo.

Pripremio A.Srećković

Zadaci za učenike IV razreda gimnazije

1013. π-mezon u stanju mirovanja ($m_\pi = 273\ m_e$) se raspada na μ-mezon ($m_\mu = 207\ m_e$) i neutrino ($m_v = 0$). Izračunajte (u MeV) kinetičku energiju i impuls μ-mezona i neutrina.

1014. Akcelerator "bevatron" u Berkliju je tako konstruisan, da je mogao da ubrzava protone do energije dovoljne da se obrazuje par proton-antiproton u reakciji $p + p \rightarrow p + p + p + \overline{p}$. Tzv. energija praga za ovu reakciju odgovara slučaju u kome se sve četiri čestice, ispisane sa desne strane formule reakcije, kreću istom brzinom, kao jedna čestica mase mirovanja $M = 4\ m_p$. Ako se uzme da protoni u meti pre sudara sa upadnim snopom miruju, koliko iznosi kinetička energija praga upadnih protona?

1015. Pretpostavljajući da se energija mirovanja elektrona poklapa s njegovom elektrostatičkom energijom i da je elektron zapreminski ravnomerno naelektrisana lopta, izračunajte njen radijus. Kako će se promeniti rezultat, ako se pretpostavi da je naelektrisanje ravnomerno rasporedjeno po površini lopte?

1016. Do otkrića neutrona se pretpostavljalo da se jezgra sastoje od protona i elektrona. Pokažite da bi u tom slučaju atom N^{14} bio boze-čestica. Eksperimentalne činjenice (spektar molekula azota), medjutim, pokazuju, da je ovaj atom fermi-čestica. Ovo je bio prvi dokaz za postojanje novog tipa čestica u jezgru. Pokažite kako neutronska hipoteza rešava ovaj problem.

1017. Ocenite veličinu magnetnog polja koje je potrebno da bi spinovi oba elektrona u atomu He bili jednako usmereni.

Pripremila Maja Marinković

NAGRADNI ZADATAK BR.32.

Na jednom tegu vage nalazi se insekt mase 2 g, hermetički pokriven laganim staklenim zvonom. Kazaljka vage pokazuje masu od 546 g (masa zvona, insekta i vazduha u njemu). Šta će pokazivati kazaljka vage ukoliko insekt uzleti i počne da lebdi u zvonu na nekoj visini? Šta pokazuje kazaljka vage za vreme dok insekt "aterira" (slobodno pada) sa te visine na tas?

Pripremio Perković Mladen, Beograd

UPUTSTVO ZA REŠAVANJE ZADATAKA

Pokušajte da rešite zadatke (konkursne, nagradne i dr) iz ovog broja *Mladog fizičara* i rešenja pošaljite. Imena učenika koji su neke od njih (ili sve) rešili tačno, kao i interesantna rešenja, objavićemo u narednim brojevima *Mladog fizičara*. Najuspešnijim rešavačima za svaki razred dodelićemo prigodne nagrade na kraju školske godine.

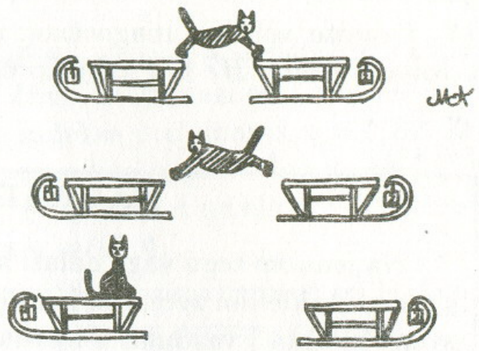
Svako rešenje (s rednim brojem zadatka i tekstom) treba obrazložiti na jednoj strani lista hartije. Rešenje treba čitko potpisati punim prezimenom i imenom, navesti razred, školu, mesto i svoju adresu. Navedite ime i prezime nastavnika fizike. Ove podatke uneti u kupon.

Zadatke rešavajte samostalno. Slike crtajte pažljivo. Nečitljiva i neobrazložena rešenja nećemo uzimati u obzir.

Čest je slučaj da čitaoci koji šalju rešenja konkursnih ili nagradnih zadataka, ili odgovore na zadatake - pitanja, izostavljaju neke tražene, a često i neophodne podatke. Najčešće nedostaje ime i prezime predmetnog nastavnika, a često naziv škole i adresa rešavača. Uz rešenja i odgovore obavezno priložiti i čitko popunjen kupon koji treba izrezati.

REŠENJE NAGRADNOG ZADATKA IZ MF-43

KOMENTAR:



Ovaj zadatak predstavlja lep primer zakona održanja impulsa kod izolovanih fizičkih sistema. Fizički sistem, u ovom slučaju, čine sanke 1, sanke 2 i mačka. Na ovaj sistem, tj. njegove delove, deluju unutrašnje sile, npr. sila kojom mačka pri doskoku deluje na sanke. Spoljašnje sile, čije bi dejstvo moglo uticati na kretanje sistema, nemaju komponentu u pravcu u kom je kretanje sistema moguće: horizontalno, paralelno ledenoj ploči (npr. uvek prisutna sila gravitacije), ili su zanemarljivo male (npr, takodje, uvek prisutna sila trenja podloge koja je ovde zbog glatke ledene površine minimalna).

Zaključujemo da je sistem *izolovan* tj. da na njega deluju samo *unutrašnje* sile čija je rezultanta jednaka nuli. Stoga za kretanje ovog fizičkog sistema, posmatrano iz proizvoljnog *inercijalnog* sistema reference, pa i onog vezanog za podlogu - led, važi *zakon održanja impulsa:*

U odabranom inercijalnom sistemu reference ukupni impuls izolovanog sistema je *konstantan.* Stoga je njegova numerička vrednost jednaka početnoj vrednosti, u ma kojoj fazi kretanja.

KUPON
Učenik
Škola i razred
Nastavnik
Adresa učenika

No, u početnom stanju svaki deo sistema ponaosob, sanke 1 i 2, kao i mačka miruju, pa stoga i sistem kao celina miruje i ukupni impuls iznosi $\vec{0}$ (impuls je vektorska veličina). Dakle, i u svakom narednom stanju sistema, ukupni impuls jednak je $\vec{0}$. Reći ćete - Onda se sistem i ne kreće! - Zaista, sistem kao celina se *ne* kreće, u potpunosti u skladu sa II Newtonovim zakonom, jer ne postoji spoljašnja sila koja bi izmenila njegovo stanje "kretanja" koje, posmatrano sa ledene podloge jeste stanje "mirovanja". Medjutim, njegovi pojedini delovi, sanke 1, sanke 2 i mačka, kreću se u odnosu na ledenu podlogu, i to upravo tako da vektorski zbir njihovih pojedinačnih impulsa bude jednak $\vec{0}$. Dolazimo do suštine zakona konzervacije: bilo koja dva stanja izolovanog sistema možemo povezati zakonom konzervacije ukupnog impulsa, što nam daje informaciju o stanju kretanja pojedinih njegovih delova.

No, kako nam ova rekapitulacija pomaže da rešimo problem?

REŠENJE:

Brzine koje nas interesuju odnose se na krajnje stanje sistema: stanje posle drugog skoka mačke sa sanki 2 ($\vec{v}_2'$) na sanke 1 ($\vec{v}_\star'$ - brzina sanki 1 i mačke na njima)

$$(m_1 + m_M)\vec{v}_\star' + m_2\vec{v}_2' = \vec{0}. \qquad (1)$$

Iako nam ova relacija neposredno daje odnos traženih brzina, za nalaženje njihovih apsolutnih vrednosti potrebno je zakonom održanja impulsa povezati još dva medjustanja sistema. Najcelishodnije je da to bude stanje sistema kada se mačka nalazi u prvom skoku ($\vec{v}_M$) sa sanki 1 ($\vec{v}_1$) na sanke 2, ($\vec{v}_2 = \vec{0}$) i stanje drugog skoka ($\vec{v}_M'$) sa sanki 2 ($\vec{v}_2'$) na sanke 1 ($\vec{v}_1$):

$$m_1\vec{v}_1 + m_M\vec{v}_M = m_2\vec{v}_2' + m_M\vec{v}_M' + m_1\vec{v}_1 = \vec{0}. \qquad (2)$$

Drugi skok mačka vrši brzinom istog intenziteta, ali suprotnog smera od brzine prvog skoka, tj. imamo $\vec{v}_M' = -\vec{v}_M$. Uz ovaj uslov iz (2) dobijamo krajnju brzinu sanki 2, $\vec{v}_2'$:

$$\vec{v}_2' = \frac{2m_M\vec{v}_M}{m_2}, \quad v_2' = 0,975\ m/s,$$

a prema (1) krajnja brzina sanki 1 sa mačkom, $\vec{v}_\star'$, iznosi

$$\vec{v}_\star' = -\frac{2m_M\vec{v}_M}{(m_1 + m_M)}, \quad v_\star' = -0,841\ m/s.$$

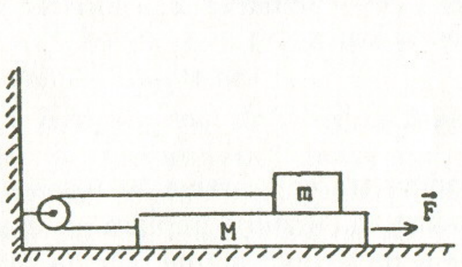
Iz svake od navedenih relacija se lako vidi da je brzina centra masa sistema, u skladu sa zakonom održanja impulsa, jednaka $\vec{0}$.

Medjutim, ako nadjene numeričke vrednosti za v_2' i $v_\star'$ uvrstimo, recimo, u polaznu jednačinu (1), dobijamo: $(22,7+3,63)\times(-0,841)+22,7\times 0,975 = = -0,0110$, tj. zakon održanja impulsa potvrdjuje se sa greškom od približno 1%. Uzrok tome je greška sa kojom su poznate ulazne veličine (m_1, m_2, m_M, v_M) koje su sve date samo sa tri sigurne cifre.[2]

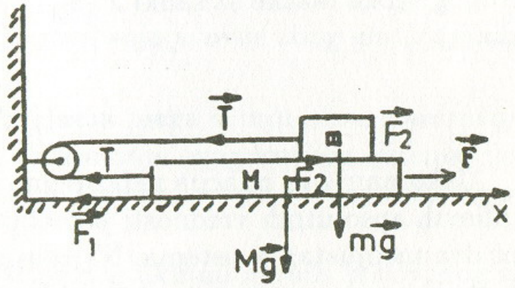
Pripremila V.Žigman

REŠENJA KONKURSNIH ZADATAKA IZ MF-42 (nastavak)

857. Na dasci, koja se nalazi u horizontalnoj ravni, postavljeno je telo mase $m = 0,2\ kg$. Telo i daska su povezani lakim neistegljivim kanapom preko kotura (sl.1). Na dasku mase $M = 0,5\ kg$ deluje horizontalna sila $F = 1,5\ N$. Odrediti ubrzanje tela i daske u odnosu na podlogu, ako su koeficijenti trenja izmedju njih i izmedju daske i podloge jednaki i iznose $k = 0,1$. Posle koliko vremena telo predje rastojanje $L = 0,2\ m$ po dasci, ako je u početnom trenutku mirovalo? Masa kotura je zanemarljiva.



Slika 1.



Slika 2.

REŠENJE: Na slici 2. su prikazane sile koje deluju na telo i dasku (sile aktuelne za kretanje). Delovanje sile zatezanja na telo i dasku je jednako, zato što je kanap neistegljiv i zato što ona deluje uvek od tela, a ne ka telu (kanapom se ne može gurati telo, već samo vući). Sa $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ su označene sile trenja izmedju tela i daske i izmedju daske i podloge. Primena II Njutnovog zakona za dasku daje relaciju $Ma_1 = F - F_1 - F_2 - T$, a za telo $ma_2 = T - F_2$.

Ubrzanja a_1 i a_2 imaju iste intenzitete, a suprotne smerove ($\vec{a}_1 = -\vec{a}_2$, $a_1 = = a_2 = a$), a sile trenja su jednake $F_1 = k(m+M)g$ i $F_2 = kmg$. Kada se ovo uzme u obzir i izvrši sabiranje gornjih jednačina, dobija se relacija

$$a(m+M) = F - k(M+3m)g$$

[2] *Do zaključenja ovog broja, od svih prispelih rešenja nagradnog zadatka, nismo dobili ni jedno potpuno i ispravno. Primedba urednika.*

iz koje sledi da je intenzitet ubrzanja jednak

$$a = \frac{F - k(M+3m)}{m+M}g = 0,6\ m/s^2,$$

odnosno da je $\vec{a}_1 = -0,6\vec{i}\,(\frac{m}{s})$ i $\vec{a}_2 = 0,6\vec{i}\,(\frac{m}{s})$. Relativno ubrzanje tela u odnosu na dasku je $\vec{a}_0 = -\vec{a}_1 + \vec{a}_2$, tj. $a_0 = 2a = 1,2\ m/s^2$. To znači da ono po dasci predje rastojanje $L = \frac{1}{2}a_0t^2$ za vreme $t = \sqrt{\frac{2L}{a^0}} = 0,577\ s$.

J.D.

858. U Jungovom eksperimentu otvori se osvetljavaju monohromatskom svetlošću talasne dužine 500 nm. Rastojanje izmedju otvora je 2 mm, a rastojanje ekrana od otvora je 5 m. Odrediti položaje prve tri svetle pruge.

REŠENJE: U Jungovom eksperimentu kada se otvori čije je medjusobno rastojanje d osvetljavaju normalno monohromatskom svetlošću talasne dužine λ, na zaklonu koji je od otvora udaljen na rastojanju L pojaviće se interferencioni maksimumi kada je putna razlika svetlosnih zraka jednaka celom broju talasnih dužina: $\Delta s = n\lambda$. Kada je rastojanje zaklona od otvora mnogo veće od medjusobnog rastojanja otvora: $L \gg d$, putna razlika svetlosnih zraka koji polaze od dva otvora iznosi $\Delta s = dx/L$, gde je x - rastojanje interferencionog maksimuma od centralnog maksimuma na zaklonu. Uslov da se na zaklonu pojave interferencioni maksimumi može da se napiše u obliku $n\lambda = dx/L$, gde je n - red interferencionog maksimuma. U datom slučaju prva tri interferenciona maksimuma pojaviće se na zaklonu simetrično od centralnog na rastojanjima: $x_1 = \lambda L/d = 12,5\ mm$; $x_2 = 2\lambda L/d = 2x_1 = 25,0\ mm$ i $x_3 = 3\lambda L/d = 3x_1 = = 37,5\ mm$.

859. Snop "bele" svetlosti pada na ravnu površinu staklene ploče koja je potopljena u tečnost indeksa prelamanje 1,34. Reflektovani snop je potpuno polarizovan i sa upadnim snopom zaklapa ugao od 95°. Odrediti indeks prelamanja stakla.

REŠENJE: Maksimalna polarizacija reflektovane i prelomljene svetlosti pri upadu svetlosnog zraka pod uglom θ u odnosu na normalu na graničnu površinu dve sredine, relativnog indeksa prelamanje $n_{2,1}$, ostvaruje se kada su reflektovani i prelomljeni zrak medjusobno normalni. Ovaj uslov je ispunjen kada je $n_{2,1} = tg\theta$ (Brusterov zakon). Kako je $\theta = \theta_1/2$, gde je θ_1 - ugao izmedju upadnog i reflektovanog zraka, sledi da je indeks prelamanja staklene ploče $n_2 = n_1 tg(\theta_1/2) = 1,46$.

860. Svetlost talasne dužine 500 nm pada normalno na difrakcionu rešetku koja ima 500 zareza na 1 mm. Odrediti ukupan broj difrakcionih maksimuma kao i ugao koji odgovara poslednjem difrakcionom maksimumu.

REŠENJE: Iz uslova za difrakciju $n\lambda = d\sin\theta$, na difrakcionoj rešeci konstante d, pri osvetljavanju monohromatskom svetlošću talasne dužine λ, sledi da se datom rešetkom mogu uočiti difrakcioni maksimumi čiji red zadovoljava uslov $n < d/\lambda$. Kako se konstanta rešetke može odrediti znajući broj zareza N na dužini L : $d = L/N$, sledi $n < L/N$. U datom slučaju $n = 4$, što znači da se vide difrakcioni maksimumi reda $n = 1, 2$ i 3. S obzirom da se difrakcioni maksimumi simetrično rasporedjuju oko centralnog, ukupan broj difrakcionih maksimuma (izuzimajući centralni) iznosi 6. Zadnji difrakcioni maksimum ($n = 3$) će se videti pod uglom $\theta = arc\sin(n\lambda/D) = 48^\circ 35' 25''$.

861. Rastojanje izmedju kristalografskih ravni date porodice nekog kristala je $0,21\ nm$. Odrediti ugao pod kojim se uočava difrakcioni maksimum prvog reda pri osvetljavanju datog kristala rendgenskim zracima talasne dužine $0,297\ nm$.

REŠENJE: Na osnovu Bragovog uslova za difrakciju rendgenskih zraka talasne dužine λ na kristalnoj rešeci: $n\lambda = 2d\sin\theta$, gde je d - rastojanje izmedju kristalografskih ravni date porodice, a n - red difrakcionog maksimuma, sledi da će se difrakcioni maksimum prvog reda ($n = 1$) uočiti pod uglom $\theta = arc\sin(n\lambda/2d) = arc\sin 0,707 = 45^\circ$.

862. Fotoelektroni, izbačeni sa površine nekog metala svetlošću frekvencije $2,2\cdot 10^{15} Hz$, zaustavljeni su potencijalom od $6,6\ V$, a fotoelektroni koji su izbačeni svetlošću frekvencije $4,6\cdot 10^{15} Hz$ zaustavljeni su potencijalom od $16,5\ V$. Odrediti vrednost Plankove konstante.

REŠENJE: Na osnovu Ajnštajnove jednačine za fotoelektrični efekt: $h\nu = A + E_k$, znajući vrednost zaustavnog napona U_a za fotoelektrone izbačene iz metala svetlošću frekvencije ν, sledi $h\nu_1 = A + eU_{z1}$, odnosno $h\nu_2 = A + eU_{z2}$, gde je $E_k = eU_z$. Sledi

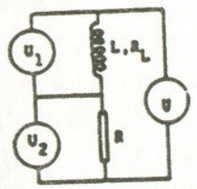
$$h = \frac{U_{z2} - U_{z1}}{\nu_2 - \nu_1} = 6,6\cdot 10^{-34} Js.$$

A.S.

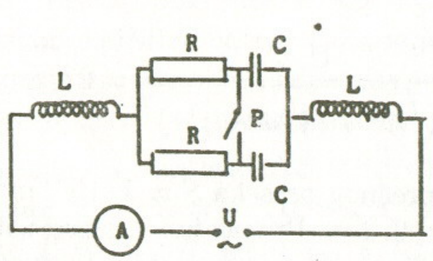
863. Za odredjivanje snage naizmenične struje koja se oslobodi na zavojnici induktiviteta L i omskog otpora R_L ponekad se koristi metod tri voltmetra i poznatog otpornika R (sl.3). Ako su pokazivanja voltmetara $U = 140\ V$, $U_1 = 50\ V$, $U_2 = 80\ V$ i $R = 1\ k\Omega$ odrediti snagu na zavojnici.

REŠENJE: Količina toplote koja se u jedinici vremena izdvoji na zavojnici je jednaka $P = I^2\cdot R_L$, gde je I - jačina struje koja protiče kroz nju. Jačina struje je prema Omovom zakonu za otvoreno kolo:

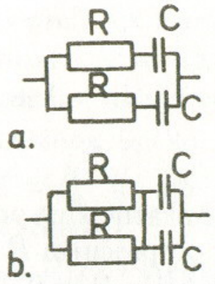
$$I = \frac{U_1}{\sqrt{R_L + (L\omega)^2}} = \frac{U_2}{R} = \frac{U}{\sqrt{(R+R_L)^2 + (L\omega)^2}}$$



Slika 3.



Slika 4.



Slika 5.

Iz poslednje dve relacije, eliminisanjem $L\omega$, dobija se izraz za termogenu otpornost zavojnice

$$R_L = \frac{R}{2U_2^2}(U^2 - U_1^2 - U_2^2)$$

Ako se za jačinu struje uzme relacija $I = \frac{U_2}{R}$ i zajedno sa prethodnim izrazom za R_L sve uvrsti u početnu jednačinu za snagu dobija se

$$P = \frac{U_2^2}{R^2}\cdot R_L = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2R} = 5,35\ W.$$

864. Odrediti pokazivanja ampermetra A vezanog na naizmenični napon $U = 50\sin 200(t + 0,02)(V)$, u slučaju kada je prekidač P uključen i kada je isključen. Elementi kola su $R = 2k\Omega$, $L = 2H$, $C = 2\mu F$ (sl.4).

REŠENJE: Pokazivanje ampermetra je u oba slučaja isto, jer je ekvivalentni otpor na slici 5.a. i 5.b. jednak: $Z_1 = Z_2$ odnosno $Z_1 = \frac{1}{2}\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}}$, a $Z_2 = \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2(2C)^2}} = \frac{1}{2}\sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\omega)^2}} = Z_1$.

Sledi dalje da je ukupni ekvivalentni otpor (impendanca) kola jednak:

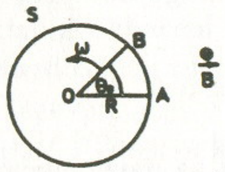
$$Z = \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(2\omega L - \frac{1}{2\omega C}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{R^2 + \left(4L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Iz izraza za naizmenični napon $U = 50\sin 200(t + 0,02)$ i poredjenjem sa relacijom $U = U_0\sin(\omega t + \varphi)$ sledi da su maksimalan napon i kružna učestanost jednaki $U_0 = 50\ V$ i $\omega = 200 s^{-1}$.

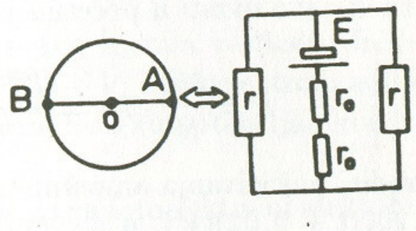
Ampermetar pokazuje efektivnu vrednost naizmenične struje jednaku $I = I_0/\sqrt{2}$ gde je I_0 - maksimalna (amplitudna) vrednost jačine struje: $I_0 = U_0/Z$. Dakle, ampermetar pokazuje jačinu struje čija brojna vrednost iznosi:

$$I = \frac{U_0\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \left(4L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = 27,6\ mA.$$

865. Od bakarne žice poprečnog preseka $S = 4 \cdot 10^{-6} m^2$ napravljena je kružna kontura poluprečnika $R = 0,2\ m$. Pravac homogenog i stacionarnog magnetnog polja indukcije $B = 0,1\ T$ upravan je na ravan konture (sl.6). Centar kružne konture spojen je pomoću dve pravolinijske bakarne žice istog poprečnog preseka S sa periferijom kružne konture. Jedna od ove dve žice (OA) je nepomična, a druga (OB) se obrće konstantnom ugaonom brzinom $\omega = 1,3\ s^{-1}$. Specifični otpor bakra je $\rho = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega m$. Ako se magnetno polje indukovanih struja zanemari u odnosu na spoljašnje magnetno polje, odrediti jačinu indukovane struje kroz nepokretnu žicu OA posle vremena $t = 2\ s$ od početka obrtanja žice OB. U početnom trenutku ugao izmedju žica OA i OB je 30^0.



Slika 6.



Slika 7.

REŠENJE: Pokretna žica OB se ponaša kao izvor napona u kojoj se indukuje, prema Faradejevom zakonu elektromagnetske indukcije, elektromotorna sila E

$$E = v_{sr} R \cdot B = \frac{1}{2}(0 + \omega R) \cdot R \cdot B = \frac{\omega R^2 B}{2},$$

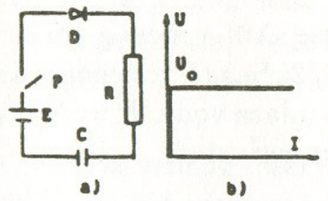
čija je otpornost $\rho R/S$.

Posle vremena t pokretna žica je pod uglom $\theta = \theta_0 + \omega t = \frac{\pi}{6} + 1,3\ s^{-1} \cdot 2s \approx$ $\approx 3,14\ rad = \pi\ rad = 180^0$ prema nepokretnoj žici OA. Tako se dati sistem, posle $2\ s$ od početka kretanja žice OB, može prikazati šemom datom na sl.7. Otpornosti gornjeg i donjeg polukruga su jednake i iznose $r_0 = \rho\frac{\pi R}{S}$. Električni otpor u delu BOA je $2r_0 = 2\rho R/S$. Sledi da je ukupni ekvivalentni električni otpor kola jednak $r_e = 2r_0 + r/2$, pa jačina struje kroz žicu OA iznosi

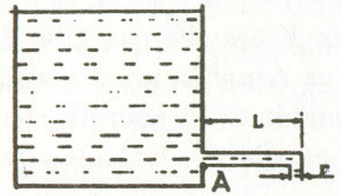
$$I = \frac{E}{r_e} = \frac{E}{2r_0 + \frac{r}{2}} = \frac{\omega R^2 B}{2} \cdot \frac{1}{2\rho\frac{R}{S} + \rho\frac{\pi R}{2s}} = \frac{\omega R B S}{\rho(4 + \pi)} = 0,85A.$$

Ovde je možda interesantno pokazati valjanost prve relacije u ovom zadatku: $E = v_{sr} RB$. Indukovana elektromotorna sila je jednaka $E = -\Delta\phi/\Delta t$. Ne vodeći računa o znaku i uzimajući u obzir da je magnetska indukcija konstanta, sledi $E = B\Delta S/\Delta t$, gde je ΔS - promena površine kružnog isečka. Površina isečka je $S = \frac{\pi R^2}{2\pi} \cdot \theta$, a njegova promena $\Delta S = \frac{\pi R^2}{2\pi}\Delta\theta = \frac{R^2}{2}\frac{\Delta l}{R}$, gde je Δl pomeranje tačke B za vreme Δt : $\Delta l = v \cdot \Delta t = \omega R \cdot \Delta t$. Sledi $E = \frac{1}{2} B\omega R^2 \Delta t/$ $/\Delta t = \frac{1}{2} B\omega R^2$, odnosno $E = B v_{sr} R$, jer je $v_{sr} = (0 + \omega R)/2$ - srednja brzina tačaka žice OB (brzina tačaka žice OB se menja linearno sa poluprečnikom, pa se može za srednju brzinu primeniti obrazac $v_{sr} = \frac{v^0 + v^R}{2}$).

866. Dioda je uključena u kolo prikazano na slici 8.a. Njena volt-amperska karakteristika je data na slici 8.b ($U_0 = 2\ V$). Kondenzator $C = 50\mu F$ je naelektrisan. Odrediti količinu toplote koja se izdvoji na otporniku $R = 40\ \Omega$ posle uključenja prekidača P. Elektromotorna sila $E = 16\ V$ ima zanemarljivo mali unutrašnji otpor.



Slika 8.



Slika 9.

REŠENJE: Posle zatvaranja prekidača u kolu teče struja, čija se jačina postepeno smanjuje. Kako se iz volt-amperske karakteristike vidi, napon na diodi je sve vreme jednak U_0 za bilo koju jačinu struje, pa i za $I \to 0$. Prema tome, proces punjenja kondenzatora i proticanje struje prestaju kada napon na njemu bude jednak $U_c = E - U_0$. To znači da je kroz kolo prošlo naelektrisanje $q = CU_e = C(E - U_0)$. Prema zakonu održanja energije rad izvora ems na prenošenju naelektrisanja q po celom kolu jednak je zbiru radova na pojedinačnim delovima: $A = A_q + A_R + W_c$, gde su $A = Eq$ rad izvora, $A_q = U_0 q$ rad pri prenošenju naelektrisanja q kroz diodu, W_c - energija napunjenog kondenzatora $W_c = \frac{1}{2} q \cdot U_c = \frac{1}{2} q(E - U_0)$ i A_R - rad na prenošenju naelektrisanja q kroz otpornik R, na račun koga otpornik okolnoj sredini predaje količinu toplote $Q = A_R$. Prema tome, oslobodjena količina toplote je jednaka

$$Q = Eq - U_0 q - \frac{1}{2} q(E - U_0) = \frac{1}{2} C(E - U_0)^2 = 49\ mJ$$

867. Pre početka punjenja *ems* akumulatora je iznosila $E_1 = 9\ V$, a posle punjenja $E_2 = 12\ V$. Jačina struje na početku punjenja je bila $5A$. Unutrašnji otpor akumulatora je za sve vreme punjenja bio konstantan $r = 0,8\Omega$, a punjenje je vršeno ispravljačem koji je davao stalan napon. Odrediti jačinu struje pri kraju punjenja akumulatora.

REŠENJE: Na početku punjenja pad napona na akumulatoru iznosi $I_1 r = U - E_1$, a na kraju punjenja $I_2 r = U - E_1$, gde je U - napon koji daje ispravljač. Iz prve relacije se dobija $U = I_1 r + E_1$, pa kada se ovo zameni u drugu sledi $I_2 r = I_1 r + E_1 - E_2$. Prema tome, tražena jačina struje na kraju punjenja akumulatora iznosi:

$$I_2 = \frac{E_1 + I_1 r - E_2}{r} = 1,25A.$$

J.D.

868. Iz jezera hidrocentrale dovodi se voda kroz cev poluprečnika 30 *cm* do turbine koja se nalazi 50 *m* ispod nivoa površine jezera. Odrediti: a) snagu mlaza vode koja pada na turbinu; b) brzinu vode na izlazu iz turbine ako je njen stepen korisnog dejstva 0,70.

REŠENJE: Kinetička energija elementa mase Δm vodenog mlaza brzine v iznosi $\Delta E_k = \Delta m v^2/2 = \rho \Delta V v^2/2 = \rho S v^3 \Delta t/2$. Snaga vodenog mlaza jednaka je promeni kinetičke energije elementa mase mlaza vode: $P = \Delta(\Delta E_k)/\Delta t = \Delta E_k/\Delta t = \rho S v^3/2$. Kako je $v = \sqrt{2gh}$ i $S = \pi r^2$, sledi

$$P = \frac{\rho \pi r^2 (2gh)^{3/2}}{2} = 4,34\ MW.$$

Koeficijent korisnog dejstva turbine jednak je odnosu korisne prema uloženoj snazi: $\eta = P_k/P = (E_p - E_{k2})/E_p$, gde je $E_p = \Delta V \cdot \rho gh$ - potencijalna energija elementa zapremine mlaza vode, a $E_{k2} = \frac{\Delta m \rho v}{2}$ - kinetička energija elementa zapremine vode posle izlaza iz turbine. Sledi $\eta = 1 - (v^2/2gh)$ odakle dobijamo

$$v = \sqrt{2gh(1-\eta)} = 17,2\ m/s.$$

869. U zatvorenoj boci nalazi se kiseonik pod pritiskom od 5 bara pri temperaturi od $30^\circ C$. Odrediti brzinu kojom gas ističe iz slavine ako je spoljašnji pritisak 1 bar.

REŠENJE: Kvadrat brzine stacionarnog isticanja fluida (gasa) srazmeran je razlici pritiska u boci p_1 i atmosferskog pritiska p_2 : $v^2 = 2(p_1 - p_2)/\rho_1$. Kako je $\rho_1 = p_1 M/RT_1$ sledi

$$v = \sqrt{2RT_1(p_1 - p_2)/Mp_1} = 354,6\ m/s.$$

870. Posuda s vodom okačena je o nit. Visina vode u posudi je 50 *cm*. Za koliko se promeni sila zatezanja u niti, ako se na dnu posude probuši otvor prečnika 10 *mm*, tako da voda ističe vertikalno.

REŠENJE: Kako je površina otvora S_2 kroz koji voda ističe iz posude mnogo manja od površine preseka posude S_1 sledi da možemo smatrati da je nivo vode u toku dužeg vremena konstantan, što ima za posledicu konstantnost brzine isticanja vode: $v_2 = \sqrt{2gh} = const$. Dopunska sila koja deluje u suprotnom smeru od smera isticanja vode iznosi: $F_r = \Delta p/\Delta t = \Delta(mv)/\Delta t = v_2 \Delta m/\Delta t$. Kako je $\Delta m = \rho \Delta V = \rho S_2 v_2 \Delta t$ sledi $F_r = \rho S_2 v_2^2 = 2\rho g S_2 h = \pi \rho g d_2^2 h/2 = 0,385\ N$.

871. Na bočnoj strani cilindrične posude unutrašnjeg prečnika 20 *cm*, koja je napunjena vodom do visine 50 *cm* u odnosu na dno suda, nalazi se mali otvor na visini 40 *cm* od dna suda. Pri kojoj vrednosti horizontalnog ubrzanja posude kroz bočni otvor neće isticati voda?

REŠENJE: Kada je inerciona sila koja deluje na sloj vode mase ρSD jednaka sili reakcije mlaza, voda neće isticati iz otvora na posudi: $\rho SDa = \rho S v^2 = \rho S 2g(H-h)$, odakle dobijamo da ubrzanje iznosi $a = 2g(H-h)/D = 9,81\ m/s^2$.

872. Voda ističe iz velikog rezervoara kroz cev koja je postavljena pod pravim uglom u odnosu na zid rezervoara (sl.9). Dužina cevi je $L = 1\ m$, a poluprečnik otvora cevi je $r = 5\ cm$. Protok vode kroz cev isnosi $Q = 20\ l/s$. Odrediti moment sile reakcije mlaza vode u odnosu na mesto priključenja cevi (tačka A).

REŠENJE: Sila reakcije mlaza pri konstantnoj brzini isticanja vode iz suda iznosi (pogledati zadatak 870): $F_r = \rho S v^2$. Moment sile reakcije mlaza u odnosu na tačku A je $M = LF_r = L\rho S v^2$. Zapreminski protok vode je $Q_v = \Delta v/\Delta t = Sv$, tako da je konačno $M = L\rho Q_v^2/\pi r^2 = 2,55\ Nm$.

A.S.

873. Motorni čamac za prvih 5 minuta kretanja prešao je 2 *km*, za sledećih 12 minuta prešao je 5,5 *km* i za poslednjih 3 minuta 900*m*. Odrediti srednju brzinu čamca za sve vreme kretanja.

REŠENJE: Vrednost srednje brzine data je kao $v_{sr} = \frac{s}{t}$ gde je s ukupni predjeni put, a t ukupno vreme za koje je predjen taj put. U našem slučaju biće:

$$v_{sr} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{8,4\ km}{20\ min} = 7\ m/s$$

874. Odlivak od kalaja u obliku kvadra čije su dimenzije $30 \times 10 \times 10\ cm^3$ težak je $215\ N$. Odrediti gustinu kalaja. Uzeti za $g = 10\ N/kg$.

REŠENJE: Odredićemo gustinu kalaja koristeći izraz $m = \rho V$ odakle je $\rho = \frac{m}{V}$. Zapremina je data kao $V = abc = 3000\ cm^3 = 3 \cdot 10^{-3} m^3$. Masu datog odlivka odredjujemo iz njegove težine, znajući da je $Q = mg$, pa je $m = Q/g = 21,5\ kg$. Zamenom brojnih vrednosti dobija se za gustinu:

$$\rho = \frac{21,5\ kg}{3 \cdot 10^3 m^3} = 7,17 \cdot 10^3\ kg/m^3; \quad \rho = 7170\ kg/m^3.$$

875. Dečak mase $45\ kg$ stoji na skijama. Dužina svake skije iznosi $1,5\ m$, a širina $10\ cm$. Koliki je pritisak koji dečak vrši na sneg?

REŠENJE: U našem slučaju pritisak će biti dat kao $p = \frac{F}{2S}$. Uzeto je za površinu $2S$ pošto dečak pritiskuje sneg sa dve skije. U našem slučaju sila $F = Q = mg == 45\ kg \cdot 10\ N/kg = 450\ N$. $S = 1,5\ m \times 0,10\ m = 0,30\ m^2$. Zamenom brojnih vrednosti dobija se za pritisak

$$p = \frac{450\ N}{0,30\ m^2} = 1500\ Pa.$$

876. Na manjem klipu hidraulične prese imamo pritisak od $300\ N/cm^2$. Koliki teret može podići veći klip, ako je njegova površina $800\ cm^2$?

REŠENJE: Znamo da su kod hidraulične prese pritisci na manjem i većem klipu jednaki, tj. da je $p_1 = p_2$, odnosno da je $F_2/F_1 = S_2/S_1$, pa kako je $p_2 = F_2/S_2$, onda je $F_2 = p_1 \cdot S_2 = 300\ N/mm^2 \cdot 800\ cm^2 = 240.000\ N$.

877. Na zidu cisterne napunjene benzinom nalazi se, na dubini od $2\ m$, slavina. Površina otvora slavine je $30\ cm^2$. Odrediti silu pritiska benzina na otvor slavine. Gustina benzina je $800\ kg/m^3$.

REŠENJE: Znajući relaciju za pritisak dobija se za silu pritiska $F = p \cdot S$. Površina je data kao $S = 30\ cm^2 = 3 \cdot 10^{-3} m^2$. Pritisak tečnog stuba na nekoj visini dat je kao $p = \rho gh = 800\ kg/m^3 \cdot 10\ m/s^2 \cdot 2\ m$, pa je pritisak $p = 16 \cdot 10^3 Pa$. Tražena sila pritiska je $F = pS = 16 \cdot 10^3\ N/m^2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} m^2 = 48\ N$.

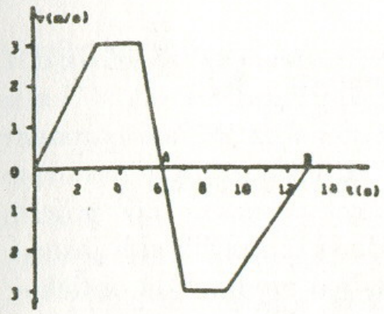
878. Na grafiku (sl.10) je prikazana zavisnost brzine i vremena. Kretanje tela je pravolinijsko.

a) Objasniti kretanje tela i odrediti predjeni put za 13 sekundi kretanja.

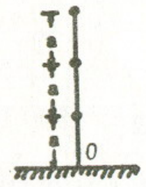
b) Kolika je udaljenost tela od početnog položaja posle 13 sekundi ?

REŠENJE: 1. Od $t_0 = 0$ do $t = 3s$ brzina se povećava od $0\ m/s$ do $3\ m/s$. Kretanje je ravnomerno ubrzano: $a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1\ m/s^2$, predjeni put $s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 = 4,5\ m$.

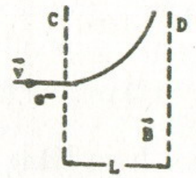
2. Od treće do pete sekunde brzina je stalna $v = 3\ m/s$, $a_2 = 0$, predjeni put $s_2 = v \cdot t = 6\ m$.



Slika 10.



Slika 11.



Slika 12.

3. Od pete do šeste sekunde kretanje je ravnomerno usporeno: $a_3 = -3\ m/s^2$, $s_3 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 3\ m/s \cdot 1s = \frac{1}{2} 3\ m/s^2 \cdot 1 \cdot s^2 = 1,5\ m$.

4. U trenutku $t = 6\ s$ (tačka A) telo menja smer kretanja i za $1\ s$ (od šeste do sedme sekunde) povećava brzinu od $0\ m/s$ do $3\ m/s$. Kretanje je ravnomerno ubrzano: $a_4 = 3\ m/s^2$, $s_4 = \frac{1}{2} a_4 t^2 = 1,5\ m$.

5. Od sedme do devete sekunde kretanje je kao pod brojem dva - samo suprotnog smera $s_5 = 6\ m$.

6. Od devete do trinaeste sekunde brzina se smanjuje od $3\ m/s$ do $0\ m/s$. Kretanje je ravnomerno usporeno: $a_6 = -\frac{3\ m/s}{4s} = -0,75\ m/s^2$, $s_6 = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 = 6\ m$. Ukupan put: $s = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = 25,5\ m$.

7. Od $t = 0$ do $t = 6\ s$ telo se kretalo u jednom smeru i prešlo put od $12\ m$. U tački A menja smer i predje put od $13,5\ m$. Udaljenost od početnog položaja je $1,5\ m$.

879. Za koliko se poveća urinuće broda ako se optereti sa $25 \cdot 10^3\ kN$? Površina preseka broda po vodenoj liniji $4000\ m^2$. Gustina morske vode je $1030\ kg/m^3$.

REŠENJE: Težina istisnute vode jednaka je težini ubačenog tereta: $Q = \rho g V$, $V = S \cdot \Delta h$; $\Delta h = ?$ $Q = \rho g S \Delta h$, tako da je $\Delta h = \frac{Q}{\rho g s}$. Zamenom brojnih vrednosti dobija se $\Delta h = 2,4\ m$.

880. U kalorimetarskom sudu nalazi se $2\ kg$ vode i $0,5\ kg$ leda na temperaturi $0\ ^\circ C$. U sud se ubaci vodena para temperature $150\ ^\circ C$, pri tome se led istopi i uspostavi temperaturska ravnoteža $30\ ^\circ C$. Kolika je količina pare ubačena u sud ako se 5% količine toplote utroši na zagrevanje okoline? (Specifična toplota vode je $4200\ J/\ kg\ ^\circ C$, pare $2000\ J/\ kg\ ^\circ C$, toplota topljenja leda $330 \cdot 10^3 J/\ kg$ i toplota kondenzovanja $2,26 \cdot 10^6 J/\ kg$.)

REŠENJE: Količina toplote koju para preda $Q_1 = m_p c_p (t_p - t_k) + m_p \lambda_p + m_p c_B (t_k - t_s)$ - da se para ohladi do tačke kondenzovanja, da se para kondenzuje i da se voda od tačke kondenzovanja ohladi do temperature ravnoteže. Zamenom brojnih vrednosti dobija se $Q_1 = m_p \cdot 2.654 \cdot 10^3 [J]$. Od ove količine toplote 5% se gubi, a 95% ide na topljenje leda i zagrevanje vode do temperature ravnoteže:

$$Q_1 - 0,05Q_1 = m_\lambda \cdot \lambda_\lambda + (m_\lambda + m_B)c_B \cdot (t_s - t_0)$$

$$0,95m_p \cdot 2.654 \cdot 10^3\ J/kg = 480 \cdot 10^3\ J \qquad m_p = 0,190\ kg.$$

881. Kroz lupu žižne daljine 6 cm posmatra se predmet čiji se lik vidi jasno i oštro na daljini jasnog vida $d = 25\ cm$. Koliko je udaljen predmet od optičkog centra sočiva ? Konstruisati lik predmeta.

REŠENJE: Predmet koji se posmatra pomoću lupe postavlja se izmedju sočiva i njegove žiže. Dobijeni lik je uspravan, imaginaran i uvećan. Jednačina sočiva ima oblik $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$, gde je l - rastojanje lika jednako daljini jasnog vida. Iz jednačine $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$ - dobija se $p = l \cdot f/(l + f) \approx 4,84\ cm$.

882. Rastojanje izmedju predmeta i lika kod rasipnog sočiva je 1 m. Odrediti rastojanje predmeta od sočiva i njegovu optičku moć, ako je uvećanje 0,6.

REŠENJE: Jednačine $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$, $\frac{L}{P} = \frac{l}{p}$ i $d = p + l$ primenjeńe na rasipno sočivo daju:

1. $\frac{L}{P} = \frac{l}{p}$, $l = \frac{L}{P}p = 0,6p$
2. $d = p - l$, $1 = p - 0,6p$, $p = 2,5\ m$
3. Rastojanje lika od sočiva je $l = -1,5\ m$. Znak "-" pokazuje da je lik imaginaran i sa iste strane sočiva sa koje je predmet.
4. $\frac{1}{f} = D = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$, $D = \frac{1}{2,5} - \frac{1}{1,5}$, $D = -0,26$ dioptrija.

883. U pločastom horizontalno postavljenom kondenzatoru naelektrisana kapljica žive nalazi se u ravnoteži pri jačini električnog polja $E = 600\ V/cm$. Naelektrisanje kapi je $0,8 \cdot 10^{-18}C$. Odrediti poluprečnik kapljice.

REŠENJE: Na kapljicu dejstvuje sila: težina kapi Q i sila koja potiče od strane električnog polja F. Pošto se kapljica žive nalazi u ravnoteži, onda je $F = Q$ (1). Silu F izrazimo preko jačine polja i naelektrisanja $F = E \cdot q$ (2). Težinu kapi izrazimo preko gustine i zapremine: $Q = \rho g V$. Zapremina kapi data je kao $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$ (3). Zamenom jednačina (3) i (2) u (1), odredjujemo poluprečnik kapi

$$r = \sqrt[3]{\frac{3E \cdot q}{4\pi\rho g}}, \quad pa \quad je \quad r = 4,4 \cdot 10^{-7}\ m.$$

884. Elektron uleće u pločasti kondenzator, paralelno njegovim pločama, brzinom $2 \cdot 10^7\ m/s$. Rastojanje izmedju ploča kondenzatora je 10 mm, dužina ploča je 5 cm. Na ploče je doveden konstantan napon od 50 V. U kom položaju se nalazi elektron u odnosu na prvobitni smer-pravac koji je prouzrokovan naponom na kondenzatoru ?

REŠENJE: Na elektron koji uleće u električno polje, dejstvuje od strane polja sila $F = Ee$. Kretanje elektrona unutar kondenzatora biće složeno; sastoji se od ravnomernog kretanja u horizontalnom pravcu i jednako ubrzanog kretanja pod dejstvom električne sile F. Ta sila saopštava elektronu ubrzanje a, i na osnovu drugog Njutnovog zakona može se napisati: $F = ma$. Kako je $F = Ee = \frac{U}{d}e$, onda je $ma = \frac{U}{d}e$, pa se za ubrzanje dobija $a = Ue/(md)$.

Pošto je kretanje elektrona u horizontalnom pravcu ravnomerno, to je $L = vt$ ili $t = \frac{L}{v}$. U vertikalnom pravcu kretanje elektrona je jednako ubrzano i $h = s = \frac{at}{2}$. Zamenjujući u ovaj izraz ubrzanje a i t sa datim izrazima, odredjujemo pomeranje elektrona tj. veličinu h, pa je

$$h = \frac{Ue}{md} \cdot \frac{L^2}{2v^2}, \quad tj. \quad h = 27,4 \cdot 10^{-4}m$$

885. Koliko je utrošeno električne energije na dobijanje 1 kg aluminijuma, ako se elektroliza vrši pri naponu od 10 V, a koeficijent korisnog dejstva celog uredjaja je 80%. Atomska težina aluminijuma je 27, a valenca 3.

REŠENJE: Električna energija koja se troši pri elektrolizi za dobijanje 1 kg aluminijuma, biće jednaka $E_e = qU \cdot 1/\eta$ (1), gde je q količina elektriciteta koja se propušta kroz elektrolit za izdvajanje 1 kg aluminijuma, U napon pri kojem se vrši elektroliza, dok je η koeficijent korisnog dejstva uredjaja. Iz Faradejevih zakona nalazi se naelektrisanje $m = Aq/(Z \cdot F)$ (2). Kako je $F = 965 \times 10^5 C/\ kg.ekvival.$, zamenom q u (1) dobija se

$$E_e = \frac{FmZU}{A\eta} = 37\ kWh$$

886. Iz dinamo mašine napona 220 V napaja se 50 sijalica vezanih paralelno. Otpor svake sijalice iznosi 100 Ω. Otpor dovodnih provodnika iznosi 0,5 Ω. Unutrašnji otpor dinamo mašine je 0,5 Ω. Odrediti elektromotornu silu E dinamo mašine i napon na krajevima polova-kalema mašine.

REŠENJE: Jačina struje koja protiče kroz jednu sijalicu je $I_1 = \frac{U'I}{R}$, onda je ukupna struja u kolu

$$I = I_1 n, \qquad I = \frac{220\ V \cdot 50}{100\Omega} = 110A$$

Pad napona na otporu dovodnih provodnika iznosi $U_2 = IR_1 = 110\ A \cdot 0,5\ \Omega =$ $= 55\ V$. Napon na klemama dinamo mašine je $U = U_1 + U_2 = 220\ V + 55\ V =$ $= 275\ V$. Na kraju elektromotorna sila dinamo mašine će biti: $E = U + Ir =$ $= 275\ V + 110A \cdot 0,5\Omega = 330\ V$.

887. Za pravljenje grejača od žice nikla potrebno je izračunati koliku dužinu provodnika treba uzeti da bi pri naponu od 220 V, 1,5 litara vode temperature $10^\circ C$ doveli do isparavanja za 5 minuta pri koeficijentu korisnog dejstva grejača od 80%. Poprečni presek žice je $0,5\ mm^2$.

REŠENJE: Možemo napisati da je $\eta = \frac{Q}{A}$ (1) gde je Q - količina toplote koja se troši na zagrevanje vode; A - električna energija koja se izdvaja u grejaču u vidu toplote. Uzimajući da je $Q = cm\Delta t^\circ$ i da je $A = UIt$, gde je $I = U/R$ i ako ta dva izraza zamenimo u jednačinu (1), dobija se

$$\eta = \frac{cm\Delta t^\circ R}{U^2 t}.$$

Uzimajući za otpor $R = \rho\frac{L}{S}$ i zamenjujući ga u poslednju jednačinu, dobijamo za traženu dužinu

$$L = \frac{\eta U^2 tS}{cm\Delta t^\circ} = 9,3\ m.$$

Č.S. i G.V.

888. Odrediti dužinu matematičkog klatna čiji je period oscilovanja na Marsu $T = 1s$. Odnos masa i poluprečnika Marsa i Zemlje je $R_M/R_Z = 0,53$ i $M_M/M_Z = 0,11$.

REŠENJE: Težina tela m je jednaka sili kojom Zemlja privlači telo: $mg = \gamma mM_z/R_z^2$, gde je γ - univerzalna gravitaciona konstanta, a M_z i R_z - masa, odnosno poluprečnik Zemlje. Sledi da je ubrzanje Zemljine teže jednako $g = \gamma M_z/R_z^2$. Težina tela na Marsu je $mg_M = \gamma mM_M/R_M^2$, odnosno njegovo ubrzanje iznosi $g_M = \gamma M_M/R_M^2$. Iz odnosa ubrzanja na Zemlji i Marsu sledi

$$g_M = g\frac{M_M}{M_Z}\left(\frac{R_Z}{R_M}\right)^2 = 3,83\ \ m/s^2$$

Period oscilovanja matematičkog klatna na Marsu je $T_M = 2\pi\sqrt{l/g_M}$. Za dužinu ovog klatna se dobija $l = g_M T_M^2/(4\pi^2)$, odnosno

$$l = \frac{T_M^2}{4\pi^2}\cdot\frac{M_M}{M_Z}\cdot\left(\frac{R_Z}{R_M}\right)^2\cdot g = 9,73\ cm.$$

889. Na horizontalnoj podlozi je postavljen lak štap dužine $L = 1,2\ m$ u vertikalan položaj. Na njemu su učvršćene tri jednake kuglice na medjusobnom rastojanju $a = 0,4m$ (sl.11). Odrediti brzine kuglica sa kojima one udaraju o podlogu ako je štap počeo da pada bez početne brzine. Masa štapa je zanemarljiva u odnosu na masu kuglice.

REŠENJE: Visina na kojoj se nalazi najviša kuglica iznosi: $L_1 = L$, kuglica 2: $L_2 = L - a$ i kuglica 3: $L_3 = L - 2a$. Sve ove kuglice imaju istu ugaonu brzinu u odnosu na tačku 0: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$, odnosno $v_1/L = v_2/(L-a) = v_3/(L-2a)$. Iz ovih relacija se dobija: $v_2 = \frac{L-a}{L}v_1$ i $v_3 = \frac{L-2a}{L}v_1$. Ovde su brzine v_1, v_2 i v_3 brzine kuglica neposredno pred udar u podlogu. Na osnovu zakona održanja energije sledi $\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} = mgL_1 + mgL_2 + mgL_3$, odnosno

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{1}{2}v_1^2\left(\frac{L-a}{L}\right)^2 + \frac{1}{2}v_1^2\left(\frac{L-2a}{L}\right)^2 = g(L + L - a + L - 2a).$$

Posle sredjivanja ovog izraza dobija se relacija

$$\frac{v_1^2}{2L^2}(3L^2 - 6La + 5a^2) = 3g(L-a),$$

iz koje sledi da brzina kuglice 1 neposredno pred udar o podlogu iznosi

$$v_1 = L\sqrt{\frac{6g(L-a)}{3L^2 - 6La + 5a^2}} = 5,4\ m/s.$$

Brzine sa kojima kuglice 2 i 3 udaraju o podlogu su

$$v_2 = (L-a)\sqrt{\frac{6g(L-a)}{3L^2 - 6La + 5a^2}} = 3,6\ m/s$$

i

$$v_3 = (L-2a)\sqrt{\frac{6g(L-a)}{3L^2 - 6La + 5a^2}} = 1,8\ m/s.$$

890. Elektron se kreće u vakuumu i upada u homogeno magnetno polje uspostavljeno izmedju paralelnih ploča C i D. Odrediti minimalnu kinetičku energiju elektrona koja mu omogućava da izadje iz polja (sl.12). Rastojanje izmedju ploča C i D iznosi $L = 0,1m$, $B = 3\cdot 10^{-4}T$, $m_e = 9,1\cdot 10^{-31}\ kg$, $e = 1,6\cdot 10^{19}C$.

REŠENJE: Iz uslova za kretanje elektrona po krugu: $m_e v^2/R = evR$ se dobija izraz za poluprečnik njegove putanje u magnetnom polju: $R = m_e v/(eB) = p/(eB)$, gde je p - impuls elektrona, koji je brojno jednak količini kretanja $m_e v$. Uslov da elektron napusti prostor u kome deluje magnetno polje indukcije B je da je poluprečnik kružne putanje elektrona veći od dužine L : $R > L$. Voditi računa da su ravni C i D zamišljene ravni koje odvajaju prostor u kome deluje (postoji) magnetsko polje od prostora u kome ono ne postoji. To

nisu metalne ploče na kojima bi se elektroni "zalepili". Znači, uslov pri kome elektron izlazi iz magnetnog polja se svodi na nejednakost $p/(eB) > L$, odnosno $p > LeB$. Kinetička energija elektrona je $E_k = \frac{m_e v}{2} = \frac{p}{2m_e}$ i ona mora biti veća od vrednosti izraza $L^2e^2B^2/(2m_e)$. Tačnije, minimalna vrednost kinetičke energije elektrona pri kojoj on napušta magnetno polje mora biti nešto veća od vrednosti $E_{kin} > (L^2e^2B^2)/(2m_e) = 1,27 \cdot 10^{-17}J$.

J.D.

(nastavak u sledećem broju *Mladog fizičara*)

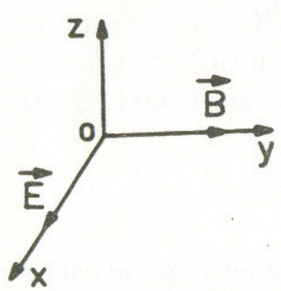
ANALIZA JEDNOG ZADATKA SA SAVEZNOG TAKMIČENJA

Dragan Redžić, Fizički fakultet, Beograd

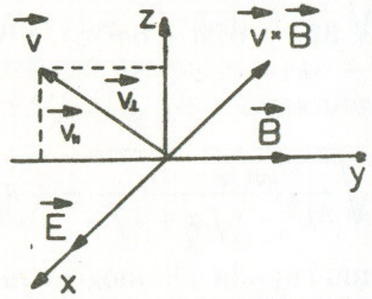
1.Uvod

Na Saveznom takmičenju iz fizike za učenike srednjih škola (Apatin, jun 1990. godine), takmičari koji su se takmičili u grupi B (oscilacije i talasi, elektromagnetizam) rešavali su, pored ostalih, i sledeći zadatak:

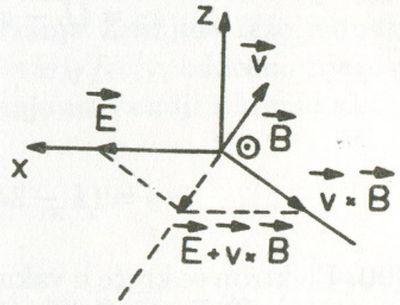
Naelektrisana čestica uleće u oblast prostora gde postoje homogeno električno i homogeno magnetno polje čiji pravci su medjusobno normalni (slika 1). Odrediti sve vrednosti brzine čestice za koje će njena putanja kroz polja biti prava linija. Razmatrati nerelativistički slučaj.



Slika 1.



Slika 2.



Slika 3.

Niko od učesnika ove takmičarske grupe nije tačno rešio zadatak, mada su svi pokušali da ga reše. Većina takmičara napravila je sledeću principijelnu grešku: odredili su neke vrednosti brzine čestice za koje je njena trajektorija kroz ukrštena polja prava linija, ali se nisu upuštali u analizu da li su to i *jedine* takve vrednosti. Izvestan broj takmičara našao je više rešenja nego što ih zadatak ima; naime, neka "rešenja" samo veoma liče na rešenja. Verujemo da bi tačno rešenje ovog zadatka sa takmičenja moglo biti poučno i zanimljivo za čitaoce *Mladog fizičara*, posebno za one koji će najpre pokušati da zadatak

reše sami. Naravno, svesni smo da ovde ponudjeno rešenje ne mora nužno biti i najjednostavnije.

2. Rešenje zadatka

Ispitaćemo najpre pri kojim uslovima se materijalna tačka kreće po pravoj liniji. (Koristićemo sledeći metod: naći ćemo *potrebne* uslove da se materijalna tačka kreće po pravoj, a zatim ćemo proveriti da li su ti potrebni uslovi istovremeno i *dovoljni*.)

Pretpostavimo da je putanja materijalne tačke prava linija. U tom slučaju, brzina čestice $\vec{v}$ i njeno ubrzanje $\frac{d\vec{v}}{dt}$, u svakom trenutku, moraju ležati na toj pravoj. Koristeći II Njutnov (Newton) zakon

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F},$$

gde je m masa čestice, a $\vec{F}$ sila koja na nju deluje, zaključujemo da i $\vec{F}$, u svakom trenutku, leži na istoj pravoj. Dakle, ako se čestica kreće po pravoj liniji, onda su $\vec{F}$ i $\vec{v}$, u svakom trenutku, vektori istog pravca (kolinearni vektori).

Nije teško uvideti da važi i obrnuto: ako su, u svakom trenutku, sila koja deluje na česticu i brzina čestice vektori istog pravca, onda je putanja čestice prava linija. Naime, prema II Njutnovom zakonu, $\vec{F}$ i $\frac{d\vec{v}}{dt}$ moraju biti kolinearni vektori; ako su još i $\vec{F}$ i $\vec{v}$ u svakom trenutku kolinearni vektori (što pretpostavljamo), onda su i $\vec{v}$ i $\frac{d\vec{v}}{dt}$ uvek kolinearni vektori. Odavde sledi da je putanja čestice prava linija, jer se pravac brzine čestice ne menja tokom vremena.

Iz prethodnog izlaganja izvlačimo sledeći zaključak: čestica se kreće po pravoj liniji *samo* ako je sila koja na nju deluje uvek (u svakom trenutku) kolinearna sa brzinom čestice.

Primenimo ovaj rezultat na naš problem ("naelektrisana čestica kreće se pravolinijski kroz polja"). Mora, dakle, biti ispunjeno:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) = K \cdot \vec{v}, \qquad (1)$$

gde faktor proporcionalnosti K može zavisiti od vremena. Mogućna su, očigledno, dva slučaja.

Prvi slučaj: $K = 0$. Tada je $q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B}) = 0$, pa je i $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$. Zaključujemo da, ako je u nekom trenutku brzina čestice takva da je Lorencova (Lorentz) sila koja na nju deluje jednaka nuli, onda će i u svakom narednom trenutku Lorencova sila biti jednaka nuli, odnosno brzina čestice je konstantna. Pronadjimo sve takve vrednosti $\vec{v}$.

Iz $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0$ imamo $\vec{v} \times \vec{B} = -\vec{E}$. Kako je vektorski proizvod $\vec{v} \times \vec{B}$ normalan i na $\vec{v}$ i na $\vec{B}$, to isto važi i za vektor $\vec{E}$. A pošto je $\vec{E}$ normalan na $\vec{v}$, sledi da $\vec{v}$ mora ležati u ravni normalnoj na $\vec{E}$ ($y - z$ ravan).

Razložimo sada vektor $\vec{v}$ na komponente $\vec{v}^{\parallel}$ i $\vec{v}^{\top}$, duž pravca polja $\vec{B}$ i normalno na taj pravac, respektivno (slika 2). Koristeći jednakost $\vec{v} = \vec{v}^{\parallel} + \vec{v}^{\top}$ dobijamo $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{v}^{\top} \times \vec{B}$, pa je stoga $\vec{v}^{\top} \times \vec{B} = -\vec{E}$, a $\vec{v}^{\parallel}$ je proizvoljno. Iz poslednje jednakosti lako se zaključi $\vec{v}^{\top} = \frac{E}{B}\vec{e}_z$. Dakle, naelektrisana čestica će se kretati kroz polja pravolinijski (i konstantnom brzinom), ako je brzina kojom ona uleće u polja $\vec{v} = (0, v_y, \frac{E}{B})$, pri čemu v_y može imati proizvoljnu vrednost. Primećujemo da ovaj zaključak važi nezavisno od naelektrisanja ili mase čestice.

Drugi slučaj: $K \neq 0$. Sada je

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \frac{K}{q}\vec{v}. \qquad (2)$$

Kako je $\vec{E}$ normalno na $\vec{B}$, i $\vec{v} \times \vec{B}$ normalno na $\vec{B}$, sledi da je i vektor $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$ normalan na $\vec{B}$, pa onda [jednakost (2)] i $\vec{v}$ mora biti normalno na $\vec{B}$ (tj. ležati u $x - z$ ravni).

Nije teško zaključiti da postoje vektori $\vec{v}$ takvi da, *u nekom trenutku,* jednačina (2) bude zadovoljena (videti sl.3). (Do ovog zaključka su došli i pojedini takmičari). Ipak, takvi vektori $\vec{v}$ *nisu* rešenja postavljenog zadatka (nasuprot uverenju pomenutih takmičara). U ovo se možemo uveriti na sledeći način.

Neka je, u nekom trenutku t, $\vec{v}$ takvo da važi jednakost (2), pri $K \neq 0$. Proverimo da li jednakost (2) važi i u trenutku $t + dt$, gde je dt beskonačno mali interval vremena (naravno, u trenutku $t + dt$ faktor K može imati neku drugu vrednost). Pravac vektora $\vec{v}$ se neće promeniti za vreme dt ($\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{K}{m}\vec{v}$), pa se onda ni *pravac* vektora $\vec{v} \times \vec{B}$ neće promeniti u istom intervalu. Ni pravac vektora $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$ ne bi trebalo da se promeni u tom intervalu [jednakost (2) bi trebalo da važi i u trenutku $t + dt$].[3] Ali taj pravac se menja, jer se menja intenzitet vektora $\vec{v}$ ($K \neq 0$), pa će se, stoga, promeniti i intenzitet vektora $\vec{v} \times \vec{B}$ (a time i pravac vektora $\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$).[4] Dakle, i pored toga što u nekom

[3] *Čitalac može proveriti da mogućnost da je, u trenutku $t+dt$, $K = 0$, ne dolazi u obzir.*

[4] *Čitalac će verovatno zapaziti da se može desiti da, u trenutku $t = dt$, bude $\vec{v} = 0$ [pa onda $\vec{F}(t + dt) = q\vec{E}$]. U tom slučaju bi $\vec{F}$ i $\vec{v}$ bili kolinearni i u trenutku $t + dt$. (Kao što je poznato, nula-vektor je kolinearan sa svakim vektorom). Ipak u narednim trenucima $\vec{F}$ i $\vec{v}$ više ne bi bili kolinearni; dokaz prepuštamo čitaocu.*

trenutku važi jednakost (2), sa $K \neq 0$, putanja čestice neće biti prava linija. Prema tome, prvi slučaj ($K = 0$) sadrži sva rešenja zadatka.

"MATEMATIČKO-FIZIČKI" PROBLEM IZ KINEMATIKE

Vladan Panković, Novi Sad

Polazimo od sledećeg zadatka:

Za koje vreme će telo, krećući se ravnomerno ubrzano sa ubrzanjem a i početnom brzinom v_0, preći put s?

REŠENJE:

Polazeći od formule $s = v_0 t + (a/2)t^2$ (1) sledi $(a/2)t^2 + v_0 t - s = 0$ (2) što predstavlja kvadratnu algebarsku jednačinu čija su rešenja data matematičkim izrazima:

$$t_1 = -\frac{v_0}{a} - \frac{\sqrt{v_0^2 + 2as}}{a} \quad (3) \quad i \quad t_2 = -\frac{v_0}{a} + \frac{\sqrt{v_0^2 + 2as}}{a} \quad (4)$$

Iz fizičkih razloga, tj. budući da vreme ovde ne može da bude negativno, formulu (3) odbacujemo. (Mi radimo samo slučaj ubrzanog kretanja $a > 0$, a čitaocima ostavljamo diskusiju slučaja $a < 0$).

Rešenje dobijeno na opisani način zahteva poznavanje matematičkog formalizma rešavanja kvadratnih algebarskih jednačina, koji se u svom opštem obliku, u skladu sa postojećim nastavnim programima radi tek na nivou srednje škole i to uglavnom pošto ova tema bude obradjena u nastavi fizike. Upravo zato bi se, površno gledano (što je, uostalom, rasprostranjena zabluda), moglo pomisliti da rešavanje ovog problema nije moguće na nivou osnovnih škola, sem u specijalnom slučaju $v_0 = 0$, kada se rešavanje svodi na izračunavanje kvadratnog korena.

Ovde ćemo pokazati da koristeći poznate izraze iz fizike i matematičke postupke poznate u osnovnoj školi, možemo doći do gornjeg rezultata. Polazimo od formule: $a = \frac{v - v^0}{t}$ (5) iz koje sledi izraz $t = \frac{v - v^0}{a}$ (6).

Kada ovaj izraz uvrstimo u formulu (1), nakon kvadriranja i sredjivanja, dobijamo sledeći izraz:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \qquad (7)$$

odnosno daljom manipulacijom $v^2 = v_0^2 + 2as$ (8), što neki nastavnici i rade sa učenicima. Korenovanjem pomenutog izraza i odbacivanjem negativnog znaka (zašto?) nalazimo

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2as} \qquad (9)$$

Na taj način je krajnja brzina v izražena, bez bilo kakvog matematički nepoznatog postupka, preko poznatih veličina v_0, a i s. Ako (9) uvrstimo u (6), dobijamo, bez primene opšte tehnike rešavanja kvadratnih jednačina, opšte rešenje postavljenog problema po formi potpuno identično ranije navedenom rešenju (4).

Ako u jednačini (2) izvršimo zamenu oznaka na sledeći način:

$$\frac{a}{2} = A \qquad v_0 = B \qquad -s = C \qquad t = x$$

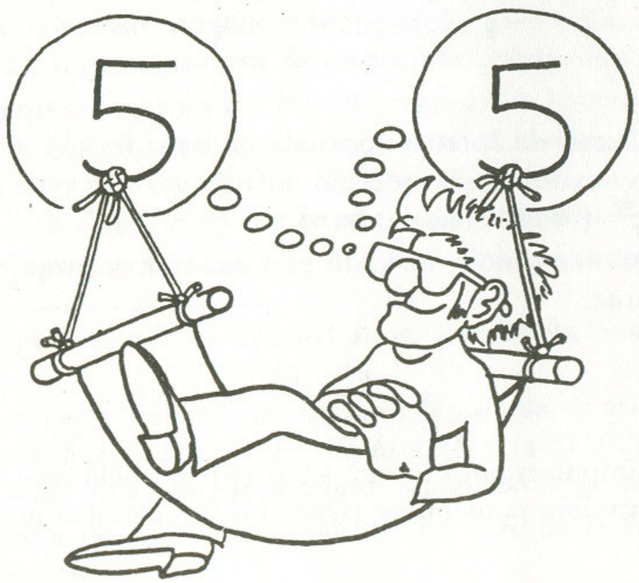
možemo po gornjem postupku doći do opšteg rešenja kvadratne jednačine

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

Ovo se prepušta čitaocu.

I na kraju mali pesnički komentar:

U fizici se (kvadratna) jednačina
može rešiti (sa malo fizičkog začina)
i bez opšteg matematičkog načina.
(Strogi matematičar bi rekao: "Fuj, splačina!").



PRAVILNA REŠENJA KONKURSNIH ZADATAKA IZ MF-43 DOSTAVILI SU:

1. Vladimir Juričić, Gimnazija, Velika Plana (profesor fizike Dragan Nikolić), zadaci: 923, 924, 925, 927.

2. Marko Djordjević, VIII beogradska gimnazija, (Ljiljana Damjanović), zadaci: 923, 924, 925, 926, 927.

Zbog kratkog vremena za pripremu prošlog broja časopisa, što je bilo uslovljeno željom redakcije da se *Mladi fizičar* što pre pojavi, a pre svega da stigne za Seminar nastavnika fizike, u MF-43 se pojavio niz propusta i omaški. Većina njih se odnosi na štamparske greške, koje ne sprečavaju čitaoca da prepozna pravi smisao napisanih reči. Medjutim, pojavilo se nekoliko propusta na koje, po našem mišljenju, moramo ukazati, jer bitno menjaju smisao onoga što su autori hteli da kažu, ili su kao informacije netačne.

strana	red	stoji	treba da stoji
10	15 odozdo	dodatak	zadatak
22	1 odozdo	$n = \frac{\sin\frac{1}{2}(\alpha+\delta_{min})}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$	$n = \frac{\sin\frac{1}{2}(\theta+\theta_m)}{\sin\frac{1}{2}\theta}$
28	14 odozgo	Siniša Stanković, Sredujevo	Slaviša Stanković, Srednjevo
29	6 odozgo	$0,5\ kg/m^3$	$0,07\ kg/m^3$
30	20 odozgo	16,47	16,47%
30	6 odozdo	50	50%
32	4 odozdo	$7,2 \cdot 10^7\ J$	$7,2 \cdot 10^7\ J$, a otpornik R_2 $3,6 \cdot 10^7\ J$
4 korice	11 odozdo	107-108	107-107

Zbog svega ovoga, izvinjavamo se čitaocima i autorima i obećavamo da ćemo se truditi da u narednim brojevima *Mladog fizičara* ovakve propuste svedemo na što manju meru.

Uredništvo