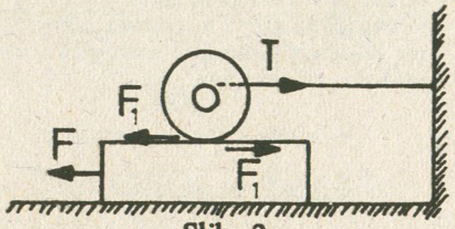
A–2. Na dasci mase $M = 1$ kg nalazi se kalem mase $m = 0{,}5$ kg spoljašnjeg poluprečnika $R = 10$ cm, unutrašnjeg poluprečnika $r = 2$ cm i momenta inercije $I = 10^{-3}$ kg · · m^2, oko ose rotacije, slika 2. Koeficijent trenja između daske i kalema je $k = 0{,}4$, a daska klizi po horizontalnoj podlozi bez trenja. Kolikom silom F treba vući dasku da kalem proklizava po dasci, a kolikom da se kotrlja bez proklizavanja. Kalem je vezan za vertikalan zid preko nerastegljivog konca zanemarljive mase namotanog na kalem.



Slika 2.

REŠEKJE:

Na slici 2 su prikazane sile koje deluju na dasku i kalem. Sile F_1 i T su sila trenja između daske i kalema i sila zatezanja konca. II Njutnov zakon za dasku se može izraziti relacijom

$$ma = F - F_1 \qquad (1)$$

Za kalem važi:

$$ma_1 = F_1 - T \qquad (2)$$

$$U = RF_1 = rT \qquad (3)$$

gde je a_1 –ugaono ubrzanje kalema, a I – – moment inercije. Uslovi kotrljanja bez proklizavanja daju relacije

$$r = a_1 \qquad (4)$$

$$R = a - a_1, \qquad (5)$$

iz kojih se lako (sabiranjem) dolazi do izraza za ubrzanja: $a = (r+R)$ i $a_1 = ra/(r+R)$ Za-. menom ovih izraza u relaciji (3) i (2) dobija se

$$I\frac{a}{r+R} = RF_1 + rT \qquad (6)$$

$$\frac{mra}{r+R} = F_1 - T. \qquad (7)$$

Iz poslednje relacije se dobija izraz za silu zatezanja $T = F_1 - \frac{mra}{r+R}$, koji kada se zameni u (6) omogućava da se nađe veza između sile F i sile trenja F_1:

$$I\frac{a}{r+R} = RF_1 + rF_1 - \frac{mar^2}{r+R}$$

Sledi

$$F_1 = \frac{(I + mr^2)a}{(r+R)^2}, \text{ odnosno}$$

$$a = \frac{(r+R)^2 F_1}{I+mr^2}$$

a posle zamene u (1)

$$F_1 = \frac{F}{1 + \frac{M(r+R)^2}{I+mr^2}}.$$

Ukoliko je sila trenja između daske i kalema veća od mgk, onda dolazi do proklizavanja, a ako je $F_1 \leqslant mgk$, onda se kalem kotrlja. Graničnom slučaju $F_1 = mgk$ odgovara vučna sila F jednaka

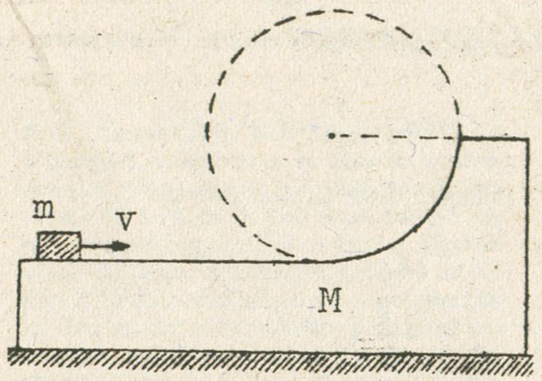
$$F = mgk\left(1 + \frac{M(r+R)^2}{I+mr^2}\right) = 23{,}78\ N.$$

Znači, za $F > 23{,}78$ N kalem proklizava po dasci, a za $F \leqslant 23{,}78$ N on se po njoj kotrlja.

A–3. Na glatkoj horizontalnoj površini, slika 3, nalazi se telo mase M (kao na slici) i na njemu malo telo mase m. Telo mase M može da se kreće po horizontalnoj površini bez trenja. Telu mase m saopšti se u horizontalnom smeru brzina v. Do koje visine h će, u odnosu na početni položaj, doći malo telo posle odvajanja od tela mase M? Sva trenja se zanemaruju.

REŠENJE:

Sve dok manje telo mase m klizi po horizontalnom delu tela M, ovo telo će da miruje. U trenutku kada telo m uđe u krivinu počinje da deluje centrifugalna sila na telo M i ono počinje da se kreće. Ova sila deluje na telo M sve dok telo m klizi po njemu. U trenutku odvajanja brzina tela M i horizontalna komponenta brzine tela m su jednake i neka su v_1. Telo m, posle odvajanja se kreće po putanji kosog hica i kada dostigne maksimalnu visinu, vertikalna komponenta



slika 3

njegove brzine postaje jednaka nuli. Na osnovu zakona održanja količine kretanja i mehaničke energije za ceo sistem

$$mv = (m+M)\,v_1$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + mgh,$$

se može dobiti da je maksimalna visina na koju se penje telo m jednaka

$$h = \frac{v^2}{2g}\,\frac{M}{m+M}.$$

A–4. U trenutku prestanka rada raketnih motora kosmički brod mase m nalazio se na rastojanju r_0 od centra Zemlje i imao brzinu V_0 usmerenu pod uglom γ_0 u odnosu na vektor položaja broda (vidi sliku 4). Odrediti najmanje i najveće rastojanje broda od Zemlje za slučaj da je trajektorija broda elipsa ($E<0$) ako je ubrazanje zemljine teže na površini Zemlje g i poluprečnik Zemlje R.

Za koliko je potrebno promeniti kinetičku energiju broda u perihelu (najbliže rastojanje od Zemlje) da bi brod prešao na orbitu prizemljenja (isprekidana linija na slici). Sila trenja se zanemaruje kao i promena mase broda zbog potrošnje goriva na promeni orbite.

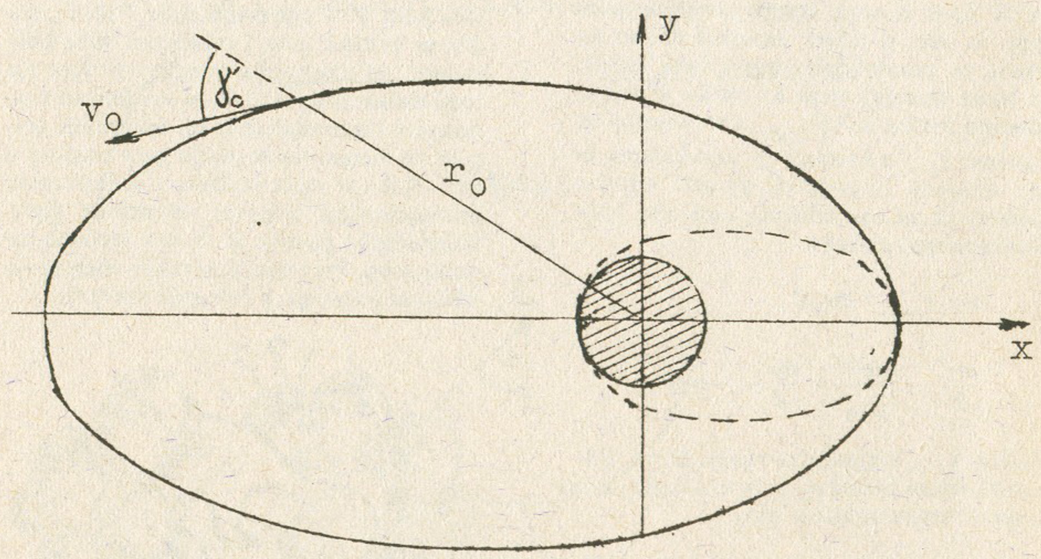
REŠENJE:

U tačkama minimalnog i maksimalnog poluprečnika krivine putanje brzina kretanja kosmičnog broda je normalna na poluprečnik putanje, pa je na osnovu zakona održanja momenta količine kretanja i energije

$$mvr = mv_0 r_0 \sin\gamma_0$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mgR^2}{r} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mgR^2}{r_0},$$

gde je r poluprečnik krivine putanje u tačka-



Slika 4

ma njegovih ekstremuma, odnosno $r = r_{min}$ ili $r = r_{max}$, a v brzina u istim tačkama. U gornjim dvema relacijama nepoznate su r i v. Eliminisanjem brzine v iz prve relacije, zamenom u drugu i sređivanjem dolazi se do kvadratne jednačine po r:

$$\left(v_0^2 - \frac{2gR^2}{r_0}\right) r^2 + 2gR^2 r - v_0^2 r_0^2 \sin^2\gamma_0 = 0$$

Rešekja ove jednačine odgovaraju minimalnom i maksimalnom poluprečniku krivine

$$r_{min,\,max} = \frac{r_0}{r_0 v_0^2 - 2gR^2}\left\{-gR^2 \pm \right.$$

$$\left. \pm \left[g^2R^4 + \left(v_0^2 - \frac{2gR^2}{r_0}\right) v_0^2 r_0^2 \sin^2\gamma_0\right]^{1/2}\right\}$$

Znak plus ispred kvadratnog korena odgovara r_{min}, a znak minus r_{max}. Ova rešenja su realna pošto je izraz

$$v_0^2 - \frac{2gR^2}{r_0} < 0$$

(ovo je inače proporcionalno energiji kosmičkog broda), pa je vrednost gornjeg kvadratnog korena $< gR^2$.
Za brzinu broda u tačkama r_{min} i r_{max} se dobija izraz

$$v = \left(v_0^2 - 2gR^2/r_0 + 2gR^2/r_{min,\,max.}\right)^{1/2}$$

Da bi brod sa svoje prvobitne orbite (puna linija na slici u tekstu zadatka) prešao na orbitu za prizemljenje (isprekidana linija), on mora smanjiti svoju kinetičku energiju, odnosno brzinu tački r_{min} sa vrednosti v na vrednost v_1. Za kretanje po isprekidanoj liniji, odnosno za prizemljenje važe relacije, dobijene iz zakona održanja momenta količine kretanja i energije

$$mv_1 r_{min} = mv_2 R$$

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mgR^2}{r_{min}} = \frac{mv_2^2}{2} - mgR,$$

gde je v_2 – brzina prizemljenja broda. Eliminisanjem brzine v_2 iz prve relacije i zamenom u drugu dobija se izraz

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{mgR^3}{r_{min}(R + r_{min})} =$$

$$= mgR^2\left[1/r_{min} - 1/(R + r_{min})\right].$$

Smanjenje kinetičke energije broda je jednako

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_1^2,$$

odnosno, posle zamene izraza za v

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgR^2\left(\frac{1}{R + r_{min}} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{r_0}\right).$$

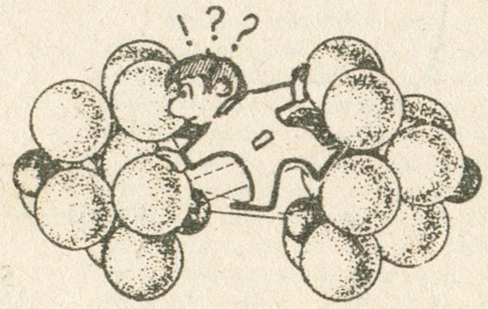
A–5. Ložimo peć i zagrevamo vazduh u sobi. Pokažite da, iako temperatura vazduha raste, unutrašnja energija vazduha u sobi ne raste. (Pretpostavlja se da prozori i vrata ne zaptivaju dobro, pa da je pritisak vazduha u sobi uvek jednak spoljašnjem atmosferskom pritisku, i pretpostavljamo da je vazduh idealan gas.)

REŠENJE:

Unutrašnja energija idealnog gasa je jednaka

$$U = mc_v T = \frac{m}{M} C_v \cdot \frac{M}{m} \frac{pV}{R} = C_v \frac{p \circ V}{R},$$

gde je m – masa gasa, c_v – njegova specifična toplota po jedinici mase, C_v – specifična toplota po jednom molu, T – temperatura gasa, V – zapremina sobe. Vidi se, pošto su pritisak gasa i zapremina sobe konstantni, da unutrašnja energija nije funkcija temperature, odnosno da se povišenjem temperature (zagrevanjem sobe) unutrašnja energija ne menja, već se menja masa vazduha u sobi. Kako je masa vazduha u sobi obrnuto proporcionalna njegovoj temperaturi zagrevanjem sobe postiže se da deo vazduha napušta sobu. Pri tome, unutrašnja energija vazduha se ne menja, a entropija mu raste.

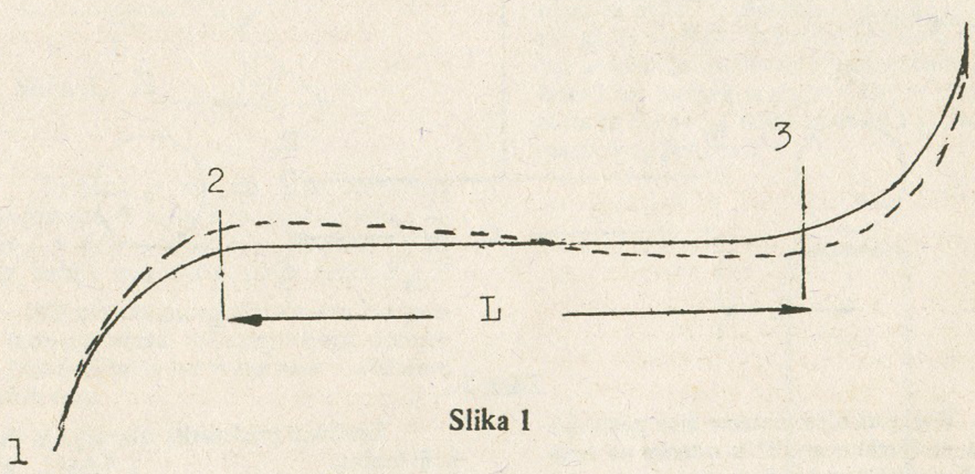


B–GRUPA (Oscilacije i talasi; elektromagnetizam)

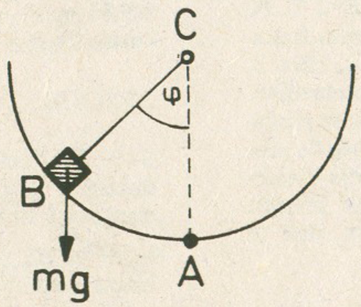
B–1. Konstruktori piste za bob za ZOI'84 u Sarajevu suočili su se sa sledećim problemom: Kolika treba da je dužina između dva zavoja $\overset{\frown}{12}$ i $\overset{\frown}{34}$ da bi bob mase m=250 kg, ravnomerno raspoređene u kvadar 50x50x x200 cm, ušao u položaj 1 brzinom od 50 km/h po dnu cilindrične staze, poluprečnika R=2 m, izašao iz položaja 2 brzinom paralelnom osi piste ali malo otklonjen na levu stranu od dna piste i ušao u položaj 3 brzinom takođe paralelnom osi piste, ali sa otklonom na desnu stranu od dna piste (vidi sliku 1). Konstruktori predpostavljaju da kočničar ne koči na posmatranom dijelu piste i da je trenje boba na pisti zanemarivo. Na posmatranom delu staze piste leži u horizontalnoj ravni (Puna linija na slici predstavlja dio cilindrične piste dok isprekidana linija predstavlja putanju boba.).

REŠENJE:

B–1. Usled dejstva centrifugalne sile u delu zavoja 1–2 saonice skreću u levu stranu iz dna žljeba. Neka u tački 2 ugao otklona duži $\overline{CB}$, koja spaja centar C kružnog preseka žljeba sa težištem saonica, u odnosu na vertikalu $\overline{CA}$ iznosi φ (Sl.1a). Kako nastupa ravan deo staze 2–3 prestaje dejstvo centrifugalne sile i na telo deluje samo sila Zemljine teže, koja teži da vrati saonice na dno žljeba. Saonice će vršiti oscilatorno kretanje u pokretnoj ravni normalnoj na pravac kretanja i translatorno kretanje duž staze. Ovako složeno kretanje može se razložiti na dva nezavisna kretanja: oscilatorno i translatorno. Ukoliko je otklon iz dna žljeba mali, odnosno brzina kojom saonice ulaze u krivinu 1–2 mala, saonice će vršiti harmonij-



Slika 1



Slika 1a

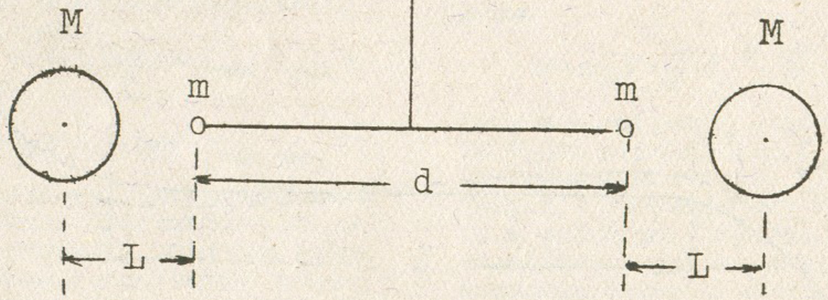
sko oscilatorno kretanje s periodom $T = 2\pi\sqrt{R/g}$ (pogledati zadatak br. 441 iz MF 29). Da bi saonice izašle iz krivine 3–4 tako da se u tački 4 nađu na dnu žljeba neophodno je da u tački 3 imaju isti ugao otklona kao u tački 2 ali na suprotnu stranu. Za to je potrebno vreme jednako polovini perioda $t = T/2$ a dužina ravnog dela staze 2–3

$$L = v \cdot t = v\frac{T}{2} = v\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 19{,}7\ m$$

Za rešavanje ovog zadatka bili su nam suvišni podaci o masi i dimenzijama saonica.

B–2. Dve male sfere sa masama od po m=1 g pričvršćene su na krajeve bezteţinskog štapa sa dužinom d=1 m. Štap je obešen tako da rotira bez trenja oko vertikalne ose koja prolazi kroz njegovu sredinu, Slika 2.

Dve velike sfere mase M=20 kg pričvršćene su u istoj liniji sa štapom. Rastojanja između centara velikih i malih sfera iznosi L=16 cm. Odrediti period malih oscilacija ovog klatna.



Slika 2.

B–3. Dve paralelne metalne šine postavljene su pod uglom α=30° u odnosu na horizontalnu podlogu i nalaze se u horizontalnom magnetnom polju indukcije B=2 T. Po njima klizi metalni štap. U početnom trenutku štap je zauzimao položaj AB, slika 3. Sva trenja i električni otpori su zanemarljivi.

a) Ako za tačke A i B vežemo pločasti kondenzator, izračunati put kojeg će preći metalni štap do trenutka proboja dielektrika u kondenzatoru. Rastojanje između ploča kondenzatora je d=0,1 mm, dok je probojno polje u kondenzatoru E_p = 150 kV/cm.

b) Ako umesto kondenzatora priključimo otpornik otpora R = 10 Ω, odrediti ubrzanje štapa u funkciji njegove brzine.

Grafički predstaviti ubrzanje u funkciji brzine.

Dato je ubrzanje Zemljine teže g = = 9,81 m/s², rastojanje između šina D=1 m i masa štapa m = 5 kg.

REŠENJE

B–3. Pri kretanju štapa duž šina kroz posmatranu konturu površine S menja se magnetski fluks $\Delta\phi = B_n\Delta S = B\Delta S\sin\alpha$.

Kako je $\Delta S = Dv\,\Delta t$, gde je $v = gt\sin\alpha$ brzina štapa a Δt posmatrani vremenski interval, sledi $\Delta\phi = BDv(\sin\alpha)\cdot\Delta t$, tako da se u štapu indukuje elektromotorna sila $e_i = -\Delta\phi/\Delta t = -BDv\sin\alpha$.

REŠENJE:

B–2. Oscilovanje štapa sa lopaticama na krajevima u gravitacionim poljima velikih lopti može se predstaviti kao oscilovanje odgovarajućih polovina štapa u gravitacionom polju jedne od velikih lopti. Tretirajući oscilovanje jedne polovine štapa kao oscilovanja matematičkog klatna iste dužine, sledi: $T = 2\pi\sqrt{d/2g_1}$, gde je g_1-gravitaciono ubrzanje u polju velike lopte na rastojanju L. Kako je $mg_1 = \gamma mM/L^2$, sledi $g_1 = \gamma M/L^2$ tako da je

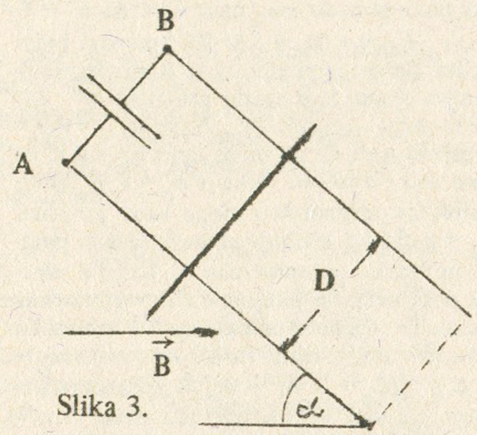
$$T = 2\pi L\sqrt{\frac{d}{2\gamma M}} = 1{,}946\cdot10^4 s \approx$$

$$\approx 5{,}4\ h$$

Kako i druga polovina štapa osciluje istim periodom ali pomereno u fazi za π, sledi da i ceo štap osciluje istim periodom kao i njegove polovine.

a) Proboj kondenzatora će nastupiti kada bude $e_i = -U_p = -E_p d$, odnosno kada štap bude imao brzinu $v_p = E_p d/BD\sin\alpha$, što će se desiti u trenutku $t_p = v_p/g\sin\alpha = E_p d/BDg\sin^2\alpha$ Do tog trenutka štap će preći put

$$s_p = \frac{1}{2}g(\sin\alpha)\cdot t_p^2 = \frac{E_p^2 d^2}{2B^2D^2 g\sin^3\alpha} \approx 229\ km.$$



Slika 3.

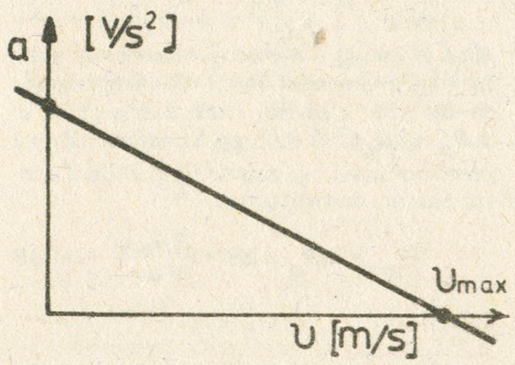
b) Kada je strujno kolo zatvoreno otpornikom R kroz štap protiče struja jačine $i = E/R = BDv\sin\alpha/R$, tako da na štap deluje magnetsko polje silom $F_B = -iBD\sin\alpha$ u suprotnom smeru od smera kretanja štapa. Ubrzanje štapa određeno je jednačinom $ma = mg\sin\alpha - iBd\sin\alpha$, odakle sledi

$$a = g\sin\alpha - \frac{B^2D^2\sin^2\alpha}{mR}v =$$

$$= (4{,}9 - 0{,}02)\ m/s^2$$

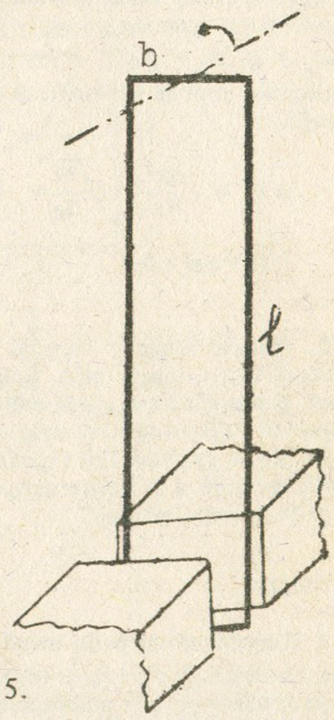
Na slici 4 grafički je predstavljena zavisnost $a = f(v)$. Kada ubrzanje bude jednako nuli šipka će dostići maksimalnu brzinu

$$v_m = \frac{GmR}{B^2D^2\sin\alpha} = 245\ m/s$$



Slika 4.

B–4. Klatno je napravljeno od žičanog rama (vidi sliku 5.) pravougaonog oblika visine l = 1 m i širine 1 cm. Klatno je obešeno tako da osa oscilovanja prolazi kroz polovinu stranice „b", i normalna je na nju. U ravnotežnom položaju klatno se nalazi između polova permanentnog (stalnog) magneta tako da je magnetno polje normalno na ravan žičanog rama. Polovi imaju kvadratni presek S = 1 cm², a donja stranica rama je u visini donjeg ruba polova magneta. Klatno otklonimo za α=10° iz položaja ravnoteže i pustimo ga da osciluje. Za koliko se smanji početna amplituda oscilovanja posle jednog prolaska kroz položaj ravnoteže. Otpor žičanog rama je 0,1 Ω, a masa rama je 1 g. Jačina magnetnog polja je B = 1 T.



Slika 5.

REŠENJE:

B–4. Slobodno oscilovanje pravougaonog rama, bez prisustva magnetskog polja, s obzirom na to da je njegova dužina ℓ daleko veća od širine b, može da se predstavi kao oscilovanje štapa iste dužine. Kako je moment inverzije štapa u odnosu na osu koja prolazi kroz njegov kraj $J = m\ell^2/3$, gde je m – masa štapa (žice) a rastojanje od ose oscilovanja do težišta $\ell_c = \ell/2$, sledi da period oscilovanja datog rama iznosi $T = 2\pi\sqrt{J/mg}\,\ell_c = 2\pi\sqrt{2\ell/3g}$

Pri oscilovanju štapa u magnetskom polju u njemu se indukuje elektromotorna sila e_i koja je srazmerna promeni fluksa u jedinici vremena: $e_i = \phi/\Delta t = \Delta(BS)/\Delta t = B\Delta S/\Delta t = Bav_o$, gde je v_o – brzina dela rama pri prolazu kroz ravnotežni položaj u magnetskom polju. Kroz ram protiče indukovana struja jačine $I_i = \ell_i/R = Bav_o/R$, gde je R – otpor žice od koje je ram napravljen. U smeru suprotnom od smera kretanja rama, na deo žice koji je u magnetskom polju deluje magnetsko polje silom $F = BI_i a = B^2a^2v_o/R$, tako da na ceo ram u odnosu na datu osu oscilovanja deluje moment stile $M = FI = B^2a^2v_oI/R$ u toku vremena $t = 2a/v_o$. Na osnovu osnovnog zakona dinamike za rotaciono kretanje: $-M\,\Delta t = J\,\Delta\omega$, gde je promena ugaone brzine rama srazmerna promeni amplitudnog ugaonog položaja $\Delta\theta_o$ rama $\Delta\omega_o = \Delta(\theta_o \cdot 2\pi/T) = 2\pi \cdot \Delta\theta_o/T$. Iz prethodnog sledi da se amplituda oscilovanja smanjila za

$$\Delta\theta_o = -\frac{6B^2a^3}{Rm\ell}\sqrt{\frac{2\ell}{3g}} = -1{,}565 \cdot 10^{-2}\,\text{rad} = 0{,}9°.$$

B–5. Naelektrisanje q mase M kreće se u horizontalnom magnetnom polju B_0, po krugu poluprečnika r_0, brzinom v_0. Neka se magnetno polje promeni za malu veličinu ΔB. Za koliko se promeni fluks spoljašnjeg polja unutar putanje, a za koliko ukupno magnetno polje u sredini putanje?

REŠENJE

B–5. U magnetskom polju indukcije B_o čestica naelektrisanja q i mase M, koja se kreće po kružnoj putanji poluprečnika r_o, ima brzinu v_o određenu jednakošću centrifugalne i Lorencove sile:

$$Mv^2/r_o = qv_oB_o.\ \text{Sledi}\ v_o = qr_oB_o/M.$$

Promena Lorencove sile, usled promene indukcije magnetskog polja za ΔB, uslovljava da se pri datom poluprečniku putanje promeni brzina naelektrisane čestice za Δv, tako da je $M(v_o + \Delta v)^2/r_o = qv_o(B + \Delta B)$. Posle sređivanja izraza i zanemarivanja člana koji sadrži $(\Delta v)^2$ dobija se da je $\Delta v = qr_o\,\Delta B/2M = v_o\,\Delta B/2B_o$. Usled promene brzine dolazi do promene poluprečnika kružne putanje za Δr tako da je $v_o + \Delta v = q(r_o + \Delta r)\cdot(B_o + \Delta B)/M$. Smenom prethodno dobijene vrednosti za Δv i zanemarivanjem člana koji sadrži proizvod $\Delta r\,\Delta B$ sledi: $\Delta r = -r_o\Delta B/2B_o$. Kako je $\omega = v/r = qB/M$ sledi da promena uglovne brzine iznosi $\Delta\omega = q\Delta B/M$. Neka je $\phi_o = S_oB_o$ fluks indukcije magnetskog polja kroz površinu $S_o = \pi r_0^2$ koja je obuhvaćena kružnom putanjom čestice poluprečnika r_o. Usled promene poluprečnika putanje za Δr i promene indukcije magnetskog polja za ΔB dolazi do promene magnetskog fluksa za $\Delta\phi = \pi(r_o + \Delta r)^2(B_o + \Delta B) - \pi r_0^2 B_o$. Zanemarivanjem članova koji sadrže proizvode $(\Delta r)^2$, $\Delta r\Delta B$ i $(\Delta r)^2\cdot\Delta B$ u razvoju desne strane izraza dobija se $\Delta\phi = \pi r_o(r_o\Delta B + 2B_o\Delta r)$. Smenom prethodno dobijene vrednosti za Δr sledi $\Delta\phi = \pi r_o(r_o\Delta B - 2B_o r_o\Delta B_o/2B_o) = 0$. Znači, promena magnetskog fluksa kroz datu konturu jednaka je nuli. . Kako indukcija magnetskog polja u centru konture, izazvana kretanjem naelektrisanja q, iznosi $B_q = \mu_o qv/r^2$ sledi da promena indukcije magnetskog polja u centru kružne putanje iznosi: $\Delta B_q = [\mu_o q(v+\Delta v)/(r+\Delta r)^2] - \mu_o qv/r^2 \approx \mu_o q(r^2\Delta v - 2rv\Delta r)/r^2(r^2 + 2r\Delta r)$ gde su zanemareni članovi koji sadrže $(\Delta r)^2$. Smenom ranije dobijenih izraza za Δv i Δr u zadnji izraz dobija se da je $\Delta B_q = 3\mu_o q^2\,\Delta B/2mr$. Konačno, ukupna promena indukcije magnetskog polja u centru putanje čestice iznosi:

$$B_{tot} = \Delta B_q + \Delta B = \left(\frac{3\mu_o q^2}{2mr} + 1\right)\Delta B$$

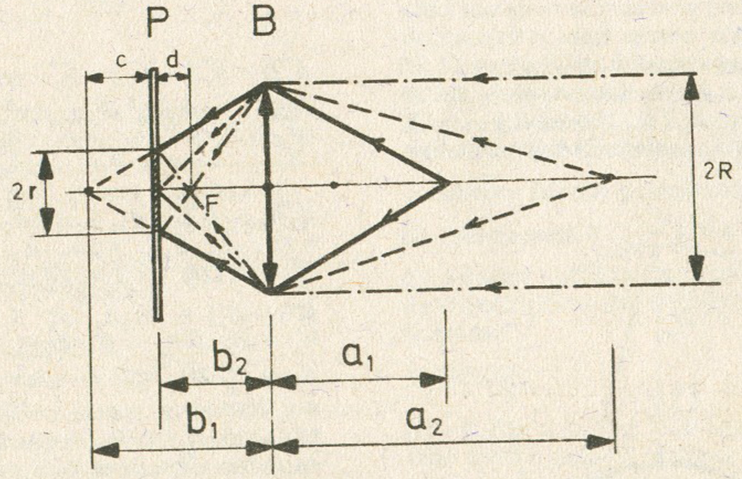
C – GRUPA: (Optika, fizika atoma i teorija relativitea)

C–1. Koliki je najmanji relativni otvor blende ($f:2R$) kod kojeg dobivamo oštru sliku predmeta na udaljenostima od 2 m do beskonačnosti, ako je žižna daljina fotoaparata 50 mm. Na koju daljinu treba podesiti u tom slučaju fotoaparat? Slika na filmu je oštra ako je prečnik mrlje (slika tačkastog izvora) manji od 0,05 mm.

REŠENJE :

C–1. Neka je $a_1 = 2\,m$ najkraće rastojanje od fotoaparata pri kome se na filmu dobije oštra slika predmeta, tj. kada je prečnik mrlje na filmu P slike tačkastog izvora manji od $2r = 0{,}05\,mm$ (pogledaj sliku). Iz jednačine sočiva

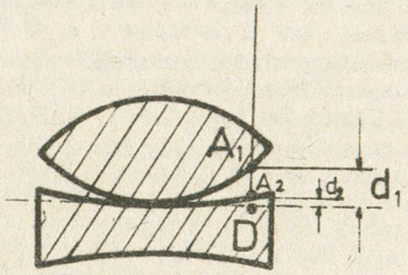
$\frac{1}{f} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1}$, gde je $f = 50\,mm$ – žižna daljina *sočiva fotoaparata* a b_1 – rastojanje lika predmeta od sočiva, sledi: $b_1 = a_1 f/(a_1 - f)$. Slika tačkastog predmeta koji se nalazi na rastojanju a_1 biće oštra ukoliko je $r/c = R/b_1$. Slika vrlo udaljenih predmeta biće oštra ukoliko odgovarajući paralelni zraci svetlosti, koji polaze od predmeta, posle prolaza kroz žižu F, osvetljavaju na filmu kružnu površinu čiji je prečnik manji ili jednak $2r$. Ovaj uslov će biti zadovoljen ukoliko je $R/f = r/d$ odnosno $R/f = r/(b_1 - f - c)$. Smenom vrednosti c iz izraza pravog uslova u izraz za drugi uslov dobija se $R = r(b_1 + f)/(b_1 - f) = r(2a_1 - f)/f$. Da bi slika predmeta bila oštra na rastojanju od a_1 do beskonačnosti relativan otvor blende B treba da iznosi $f/2R = f^2/2r(2a_1 - f) \approx f^2/4a_1 r = 12{,}5$ (jer je $2a_1 \gg f_1$). Fotoaparat je podešen na odgovarajuću daljinu a_2 ukoliko je slika datog tačkastog predmeta tačka, što znači da se njen lik nalazi na rastojanju b_2 od sočiva, odnosno na rastojanju na kojem se nalazi film. Kako je $1/f = (1/a_2) + (1/b_2)$ sledi $a_2 = fb_2/(b_2 - f)$. S obzirom da je $b_2 = b_1 - c = b_1 - rb_1/R = 2a_1 f/(2a_1 - f)$ sledi da pri datom relativnom otvoru blende, da bi slika bila oštra od a_1 do beskonačnosti, fotoaparat treba podesiti na daljinu $a_2 = 2a_1 = 4\,m$.



Slika 1

C–2. Simetrično dvojno ispupčeno staklено sočivo postavljeno je iznad simetričnog udubljenog sočiva tako da je optička jačina sistema sočiva l=0,5 D.

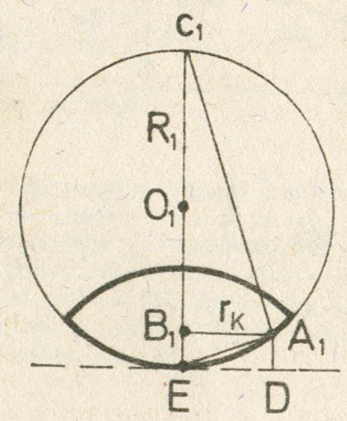
Na sistem sočiva normalno pada monohromatska svetlost talasne dužine λ = = 610 nm. U reflektivnoj svetlosti se posmatra interferentna slika (Njutnovi prstenovi). Odrediti radijus desetog Njutnovog prstena ako je indeks prelamanja stakla, od koega su napravljena sočiva, n = 1,5.



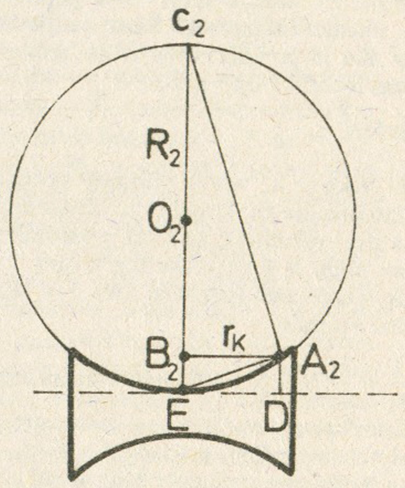
Slika 2.

REŠENJE:

C–2. Neka je R_1 poluprečnik krivine simetričnog dvostruko ispupčenog staklenog sočiva a R_2 poluprečnik krivine simetričnog dvostruko izdubljenog staklenog sočiva. Tamni Njutnovi prstenovi se uočavaju kada razlika optičkih puteva zraka reflektovanih sa granice staklo–vazduh (tačka A_1 na sl. 3) i reflektovanih sa granice vazduh – staklo (tačka A_2 na slici 4) iznosi $(2k-1)\lambda/2$. Međutim, kako se usled refleksije monohromatskih svetlosnih talasa na granici optički––reda–optički gušća sredina menja faza svetlosnih talasa za π, sledi da će se tamni Njutnovi prstenovi uočiti kada je razlika geometrijskih puteva $\Delta s = [(2k-1)\lambda/2] + (\lambda/2) = k\lambda$. Na osnovu slike uočava se da je $\Delta s = 2\,\overline{A_1A_2} = 2\,(d_1 - d_2)$, gde je $d_1 = \overline{A_1D}$ i $d_2 = \overline{A_2D}$. Trouglovi $\Delta\, EA_1C_1$ i ΔEA_2C_2 na slikama i su pravougli (uglovi $\Delta\, EA_1C_1$ i $\sphericalangle\, EA_2C_2$ su pravi kao uglovi nad prečnikom opisanog kruga). Kako je



Slika 3



Slika 4.

$\overline{A_1D} = \overline{B_1E}$ i $\overline{A_2D} = \overline{B_2E}$ sledi: $\Delta A_1B_1E \sim \sphericalangle A_1B_1C_1$ i $\Delta\, A_2B_2E \sim \Delta\, A_2B_2C_2$ pa je $(\overline{B_1A_1})^2 = \overline{B_1E} \cdot \overline{B_1C}$ i $(\overline{B_2A_2})^2 = \overline{B_2E} \cdot \overline{B_2C_2}$. Kako je $\overline{B_1A_1} = \overline{B_2A_2} = r_k$ (r_k – – poluprečnik tamnog Njutnovog prstena), $\overline{B_1E_1} = \overline{A_1D} = d_1$, $\overline{B_2E} = \overline{A_2D} = d_2$, $\overline{B_1C_1} = 2R_1 - d_1$, $\overline{B_2C_2} = 2R_2 - d_2$, *sledi:* $r_k^2 = d_1(2R_1 - d_1) = 2R_1d_1 - d_1^2$ i $r_k^2 = d_2(2R_2 - d_2) = 2R_2d_2 - d_2^2$. S obzirom da je $d_1 \ll R_1$ i $d_2 \ll R_2$ sledi: $d_1 \approx r_k/2R_1$ i $d_2 \approx r_k^2/2R_2$ tako da uslov za pojavu tamnog Njutnovog prstena poluprečnika r_k dobija oblik $r_k^2\,[(1/R_1) - (1/R_2)] = k\lambda$. Kako su sočiva simetrična sledi da je recipročna vrednost ekvivalentnog fokusnog rastojanja sistema sočiva $1/f = 2\,(n-1)[(1/R_1) - - (1/R_2)]$. S obzirom da je $l = 1/f$ konačno se dobija:

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}} = \sqrt{\frac{k\,\lambda\,2\,(n-1)}{l}} =$$

$$+ 3{,}5 \text{ mm}.$$

C–3. Snop fotona pada na tanki listić zlata (Z=79) i iz K ljusaka izbacuje elektrone fotoelektričnim efektom. Kolimiran deo izbačenih elektrona ulazi normalno na homogeno magnetno polje u magnetskom analizatoru sa B=5 mT. Radijus savijanja putanje elektrona iznosi r = 0,2 *m.*

Izračunajte:

a. energiju veze K elektrona u zlatu (Borova formula, ali uz $Z_{ef} = Z-1$, zbog prisustva drugih elektrona);

b. energiju izbačenih elektrona;

c. energiju i talasnu dužinu upadnih fotona.

Brzina svetlosti c=3·10^8 m/s; Plankova kontanta h = 6,625·10^{-34} Js; masa elektrona m = 9,1·10^{-31} kg i naelektrisanje elektrona e = 1,6·10^{-19} C.

REŠENJE:

C–3. a) Na osnovu Borovog modela atoma vodonika i atoma „vodonikovog tipa" sledi da energija elektrona u kvantnom stanju n iznosi

$$E_n(Z) = \frac{Z^2 m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2\, 2\hbar^2}\ \frac{1}{n^2} =$$

$$= 13{,}5\, Z^2\ \frac{1}{n^2}\ [eV].$$

Ukoliko se u atomu nalaze svi elektroni Borova formula za energiju veze elektrona u datom kvantnom stanju ima oblik

$$E_n(Z) = 13{,}5\,(Z_{ef})^2\,\frac{1}{n^2}[ev],$$ gde je za K-elektrone $Z_{ef} = Z-1$. Znači, energija K-elektrona u zlatu (Z=79) iznosi:

$$E_K(Z) = 13{,}5\,(Z-1)^2\ _{n^2}\ [eV] =$$

$$= 82{,}1 \text{ keV}.$$

b) Neka je T kinetička energija izbačenih elektrona, E ukupna energija elektrona, m_0 masa mirovanja elektrona a c brzina svetlosti. Relativistički izraz za kinetičku energiju, koji se s obzirom na veličinu kinetičke energije u odnosu na ukupnu energiju u ovom slučaju mora koristiti, ima oblik $T = E - m_0c^2$. S obzirom na relativističku vezu impulsa i ukupne energije $p = \sqrt{E^2/c^2 - m_0^2c^2}$ i uslov da se elektron kreće u magnetnom polju indukcije B po kružnoj putanji poluprečnika r: $mv^2/r = evB$, odnosno $p = mv = erB$, gde je e – naelektrisanje elektrona a v – brzina elektrona, sledi $E = \sqrt{(cerB)^2 + m_0^2c^4} =$ = 592,5 keV. Kinetička energija izbačenih elektrona je $T = E - m_0c^2 = 81{,}5$ keV.

Ukoliko bi se koristio klasičan izraz za kinetičku energiju i klasičan izraz za vezu impulsa i kinetičke energije u ovom slučaju napravila bi se greška od oko 7%, jer dobilo bi se da kinetička energija izbačenih elektrona iznosi $T = mv^2/2 = (erB)^2/2m$ = 88,1 keV.

c) Ukoliko se zlato nalazi u gasnom stanju jednačina za fotoefekt može se napisati u obliku: $E_\gamma = E_n(Z) + T$, gde je $E_\gamma = hc/\lambda$ energija upadnih fotona talasne dužine λ. Inače, u čvrstom telu potreban je dopunski rad A_i za izbacivanje slobodnih elektrona iz metala. S gornjom predpostavkom, koja nije u skladu s tekstom zadatka, inače se zadatak ne bi mogao da reši zbog nepoznavanja veličine A_i, sledi:

$$\lambda = \frac{hc}{E_\gamma} = \frac{hc}{E_n(Z)+T}\ \frac{hc}{E_K(Z)+T} =$$

$$= 7{,}578 \cdot 10^{-12} m \approx 7{,}6 \text{ pm}$$

Korišćenjem klasičnog izraza za kinetičku energiju dobilo bi se $\lambda_{kl} \approx 7{,}3$ pm što odstupa za oko 4% od tačne vrednosti.

C–4. Detektor za α-čestice napravljen je u obliku sferne kalote površine S=30 cm^2 i radijusa krivine R=1 m. U centru sfere čiji je deo sferna kalota stavljeno je m=1 mg α – – aktivnog izotopa polonijuma $^{210}_{84}P_o$, perioda poluraspada $T_{1/2}$ = 138,4 dana. Koliko će α-čestica detektor registrovati za vreme Δt=1 s, ako je izvor star t=30 dana, a raspored izotropan?

REŠENJE:

RC–4. Broj α-čestica koje emituje radioaktivni izvor u jedinici vremena srazmeran je broju neraspadnutih jezgara: $\Delta N/\Delta t = 0{,}693N/T_{1/2}$. Na osnovu zakona radioaktivnog raspada: $N = N_0 2^{-t/T_{1/2}}$, gde je $N_0 = mN_A/M$, -početni broj jezgara, m-masa radioaktivnog izvora, M-atomarna masa izotopa a N_A-Avogadrov broj, sledi

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{0{,}693\, mN_A}{T_{1/2}M}\ 2^{-t/T_{1/2}}$$

Kako se broj registrovanih α-čestica $\Delta N(R)$ na rastojanju R odnosi prema ukupnom broju ΔN emitovanih α-čestica kao površina S sferne kalote detektora prema površini sfere istog poluprečnika R: $\Delta N(R)/\Delta N = S/4\pi R^2$, sledi

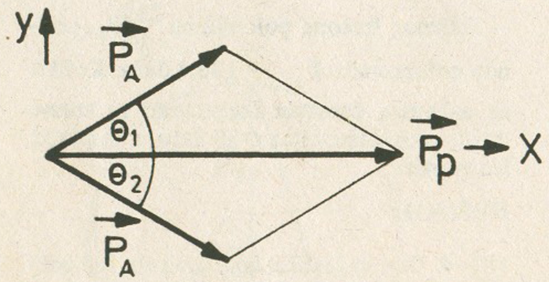
$$\frac{\Delta N(R)}{\Delta t} = \frac{(\Delta N)S}{(\Delta t)4\pi R^2} =$$

$$= \frac{S \cdot 0{,}693\, m}{4\pi R^2 T_{1/2} M} N_A \cdot 2^{-t/T_{1/2}} =$$

$$= 3{,}4 \cdot 10^7 \ s^{-1}.$$

C–5. Na jezgro litijuma naleće proton sa kinetičkom energijom T_p. Kao rezultat nuklearne reakcije obrazuju se dve α-čestice sa istim energijama. Naći ugao među pravcima njihovog kreltanja. Jezgro litijuma pre reakcije je bilo u miru.

RC–5. Naka je $\vec{p}_a$ impuls α-čestice a $\vec{p}_p$ impuls protona. Ukoliko se implus α-čestica razloži na komponente u pravcu x- i y-ose (Sl. 5), na osnovu zakona održanja impulsa sledi: $\cos\frac{\theta}{2} = p_p/2p_a$. S obzirom na veličinu kinetičke energije T u odnosu na energiju mirovanja m_0c^2 čestica koje učestvuju u datoj nuklearnoj reakciji, koristi se relativistički izraz zakona održanja mase i energije:



Slika 5

$$(T_p + m_{op}c^2) + m_{oLi}c^2 =$$

$$= 2\,(T_a + m_{oa}c^2)$$

gde su T_p i T_a kinetičke energije protona odnosno α-čestice a m_{op}, m_{oLi} i m_{oa} – mase mirovanja protona, litijuma i α-čestice, respektivno. Iz prethodnog izraza sledi

$$T_a = \frac{1}{2}\,[T_p + (m_{op} + m_{oLi} - 2m_{oa})c^2]$$

Relativistički izraz za vezu impulsa i energije za α-česticu i za proton može se napisati u obliku

$$p_a = \sqrt{\frac{E_a^2}{c^2} + m_{oa}^2}\ c^2 = \frac{1}{c} \cdot$$

$$\sqrt{T_a^2 + 2m_{oa}c^2 T_a}$$

$$p_p = \sqrt{\frac{E_p^2}{c^2} + m_{op}^2}\ c^2 = \frac{1}{c} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{T_p^2 + 2m_{op}c^2 T_p} \quad .$$

Smenom izraza za T_a u izraz za p_a, posle sređivanja, sledi

$$p_a = \frac{1}{2c}\sqrt{[T_p + (m_{op} + m_{oLi})c^2]^2 - 4m_{oa}^2 c^4}$$

Konačno se dobija izraz za ugao razilaženja α-čestica:

$$\theta = 2 \arccos \frac{p_p}{2p_a} =$$

$$= \arccos \sqrt{\frac{T_p^2 + 2m_{op}c^2 T_p}{[T_p + (m_{op} + m_{oLi})c^2]^2 - 4m_{oa}^2 c^4}}\ .$$

Korišćenjem odgovarajućih klasičnih izraza dobilo bi se da ugao razilaženja α-čestice iznosi:

$$\theta_{kl} = 2 \arccos \sqrt{\frac{E_p m_p}{2m_a[E_p + (m_p + m_{li} - 2m_a)c^2]}}$$

što, na primer, u slučaju kada je kinetička energija protona *1 MeV* odstupa za oko 5% od relativističkog izraza i potvrđuje ograničenu primenljivost rezultata klasične fizike.

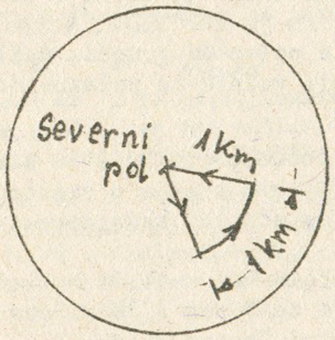
REŠENJE NAGRADNOG ZADATKA IZ MF-36,STR.17.

Rak Lajoš

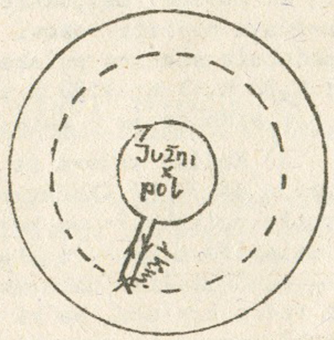
Ako se pažljivo analizira zadatak, u čemu može da pomogne i boja medveda, dolazi se do zaključka da se "tačkasti logor" nalazio na Severnom polu. Pošto u okolini Severnog pola žive samo tzv. polarni medvedi, boja odstreljenog medveda može da bude samo bela. Na slici 1. smo prikazali Zemlju onako kako bi je videli astronauti koji se nalaze u vasionskom brodu iznad Severnog pola. Na slici smo ucrtali i putanju lovca.

Vi sada sigurno smatrate da je ovaj zadatak veoma lak i da mu nije mesto u ovom časopisu, koji čitaju oni koje zanima fizika. Složićete se samnom, da se fizikom mogu baviti samo ljudi koji misle logično i svaki problem analiziraju veoma svestrano. Osim toga nije loše da osim svoje nauke (fizike) znaju po nešto iz drugih nauka, pošto to može da olakša rešavanje nekih problema. Zato ispitajmo da li ovaj zadatak može da se reši bez podatka o medvedu. Da li će u tom slučaju postojati samo jedno jedino rešenje?

Detaljna analiza će pokazati da na Zemljinoj kugli osim pomenute jedinstvene tačke (Severnog pola) postoji bezbroj drugih tačaka koje zadovoljavaju deo zadatka bez medveda.



Slika 1.



Slika 2.

Na slici 2. prikazan je iz "ptičje perspektive" Južni pol sa svojom okolinom. Nacrtali smo jednu od mogućih putanja lovca (puna linija). Nije teško uvideti da ova putanja stvarno zadovoljava uslove zadatka. Obim kruga (P) koji opisuje lovac oko Južnog pola je 1 km. Poluprečnik kruga se može izračunati iz relacije koja je poznata iz geometrije: $P = 2 \cdot r \cdot \pi$, tj. $r = P/2\pi = 1$ km$/2\pi = 0{,}159$ km $= 159$ m.

Prema tome "tačkasti logor" se nalazi na rastojanju 1159 m od Južnog pola. Osim naznačene tačke, svaka druga koja je na ovom rastojanju od pola takodje zadovoljava uslove zadatka. Takvih tačaka ima

beskonačno mnogo i sve leže na krugu prečnika 1159 m (isprekidana linija).

Situacija će biti složenija ako se "dozvoli" višestruki obilazak Južnog pola. Ako se Južni pol obilazi n puta (n je ceo pozitivan broj) prečnik unutrašnjeg kruga će biti $159/n$ m, a logor će biti na rastojanju $(1000 + 159/n)$m od pola. Da ne bi pokvarili preglednost slike ovaj slučaj nismo nacrtali.

Matematički n može da bude proizvoljno veliki broj, pa čak i beskonačno velik. Medjutim, očigledno nema smisla n povećavati preko odredjene granice. U ovom slučaju bi lovac iz logora do pola prevalio 1 km, zatim bi načinio n obrtaja oko sebe (kao čigra) i vratio se nazad istim putem.

Da objasnimo kako medved rešenje čini jednoznačnim. Kao što je iz biologije poznato na Antarktiku žive pingvini, foke, ribe, rakovi i druge životinje medjutim tamo nikakvih medveda (pa ni belih) nema. Prema tome dodatni uslov isključuje beskonačno mnogo rešenja.

Na ovaj zadatak redakciji je stiglo samo jedno rešenje (iz OŠ "Mladost" Prigrevica), koje na žalost nije tačno. Prema tome, nagradna knjiga čeka rešavače sledećeg zadatka.

NAGRADNI ZADATAK br. 30

Na čuvenoj željezničkoj liniji Tokaido (izmedju Osake i Tokija) saobraćaju najbrži vozovi na svetu. Brzina im je 200 km/h. Vozovi iz početnih stanica polaze svakih pola sata počev od ponoći, dakle u 0 h; 0,30 h, 1 h; 1,30 h itd. Vreme trajanja vožnje od polazne do krajnje stanice je 3 sata.

a) Koliko vozova iz suprotnog smera susreće voz koji iz Tokija polazi u 14,30 h? (Računati i voz koji je upravo stigao u stanicu u trenutku polaska i voz koji upravo polazi sa stanice kada posmatrani voz pristiže u krajnju stanicu).

b) Zamislimo da se voz iz Tokija sa polaskom u 14,30 h kreće dva puta većom brzinom, pa bi ovaj put prevalio za 1 sat i 30 minuta. Koliko bi vozova iz suprotnog smera susreo ovaj "super ekspres".

c) Svaki susret dva voza ima izvesnu verovatnoću (doduše veoma malu) da se tragično završi. Šta mislite, da li je putovanje super vozom bezbednije od onog "običnim" vozom? Obrazložite odgovor.

d) Na koji problem iz fizike vas podseća ovaj zadatak?

Rak Lajoš

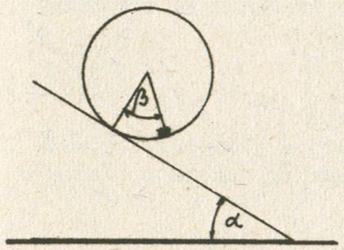
Slobodan Žegarac i Ilija Savić

ZADACI SA REŠENJIMA

sa 21.saveznog takmičenja iz fizike učenika srednjih škola Jugoslavije

31.maj - 2.jun 1985.god.,Kladovo

A1 Šupalj cilindar mase M se kotrlja bez klizanja niz strmu ravan čiji je nagibni ugao $\alpha = 45^{\circ}$. Na apsolutno glatkoj unutrašnjoj površini cilindra nalazi se glatko telo koje u toku kretanja zauzima takav položaj da poluprečnik cilindra koji prolazi kroz težište tela zaklapa, u svakom trenutku, ugao β sa poluprečnikom cilindra koji je normalan na strmu ravan (S1.A1.1). Odrediti ugao β ako je masa tela $m = M/2$.



S1.A1.1

RA1 Na telo m deluju sila zemljine teže $\vec{Q} = m\vec{g}$ i reakcija podloge $\vec{N}$ koja ima pravac poluprečnika a usmerena je ka centru cilindra (S1.A1.2a). Ako pravougli koordinatni sistem postavimo tako da je x-osa paralelna sa strmom ravni, jednačine kretanja tela duž koordinatnih osa su:

$$Q_x - N_x = ma \Rightarrow mg\cdot\sin\alpha - N\cdot\sin\beta = ma \qquad (A1.1)$$
$$N_y - Q_y = 0 \qquad N\cdot\cos\beta - mg\cdot\cos\alpha = 0.$$

Iz prethodnih jednačina se lako nalazi da je:

$$\mathrm{tg}\beta = \mathrm{tg}\alpha - \frac{a}{g\cdot\cos\alpha} \qquad (A1.2)$$

što znači da je za odredjivanje ugla β potrebno odrediti ubrzanje tela. To se može uraditi na dva načina: a) iz jednačine kretanja cilindra i tela, b) iz zakona o održanju mehaničke energije.

a) Na cilindar pored sile teže $\vec{Q}' = M\vec{g}$ čija se napadna tačka nalazi u težištu cilindra deluje i sila statičkog trenja $\vec{F}_t$ koja ima pravac tangente na cilindar u dodirnoj tački cilindra i strme ravni, i sila $(-\vec{N})$ kojom telo, prema zakonu akcije i reakcije, deluje na cilindar (S1.A1.2b). Prema tome, jednačina kretanja cilindra, u pravcu x-ose,je

$$Q'_x + N_x - F_t = ma \Rightarrow Mg\cdot\sin\alpha + N\cdot\sin\beta - F_t = Ma. \qquad (A1.3)$$

Rotaciju cilindra izaziva sila trenja pa je odgovarajuća jednačina rotacionog kretanja cilindra u odnosu na osu rotacije koja prolazi kroz središte cilindra

$$F_t R = I\alpha \Rightarrow F_t = I\frac{a}{R^2}, \qquad (A1.4)$$

jer je ugaono ubrzanje cilindra, pošto nema klizanja, $\alpha = a/R$. Pravac sile reakcije kojom telo deluje na cilindar $(-\vec{N})$ prolazi kroz osu cilindra pa je njen moment u odnosu na tu osu jednak nuli i zbog toga ova sila ne utiče na rotaciono kretanje cilindra. Kada se izraz (A1.4) i izraz $N\sin\beta = mg\sin\alpha - ma$, koji se dobija iz (A1.1), zamene u (A1.3) dobija se

$$Mg\cdot\sin\alpha + mg\cdot\sin\alpha - ma - Ia/R^2 = Ma,$$

odnosno

$$a = g\cdot\sin\alpha\,\frac{M+m}{M+m+I/R^2} = \frac{3}{5}\,g\cdot\sin\alpha\ , \qquad \text{(A1.5)}$$

jer je $m=M/2$ a moment inercije šupljeg cilindra je $I = MR^2$.

Prema tome, smena (A1.5) u (A1.2) daje

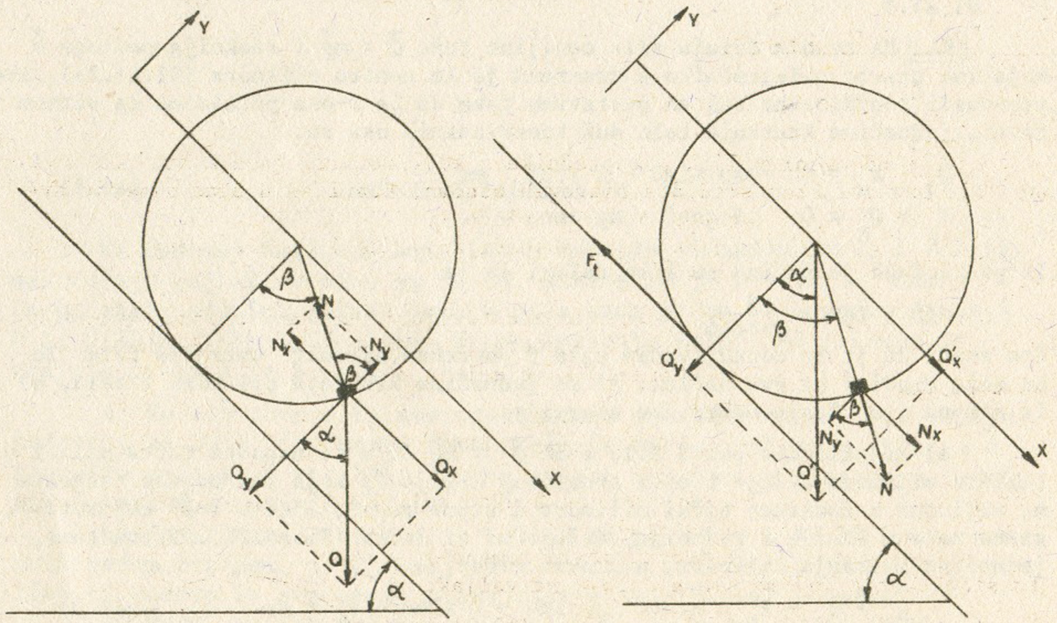
$$\mathrm{tg}\beta = \mathrm{tg}\alpha - \frac{3}{5}\,\mathrm{tg}\alpha = \frac{2}{5}\,\mathrm{tg}45^\circ = 0{,}4.$$

Dakle, traženi ugao β iznosi: $\beta = \mathrm{arctg}(0{,}4) = 21{,}5^\circ$.

b) Ubrzanje sistema telo-cilindar može se odrediti i na drugi način. Pošto na cilindar i telo deluju stalne sile njihovo kretanje je ravnomerno ubrzano sa ubrzanjem a. Za ovakvo kretanje važi:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2as \Rightarrow a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \qquad \text{(A1.6)}$$

gde je v_1 brzina na početku a v_2 brzina na kraju puta s (Sl.A1.2). Odnos razlike kvadrata brzina i predjenog puta može se naći iz zakona o održanju mehaničke energije: $E_k + E_p = \text{const}$.



Sl.A1.2

Kinetička ènergija sistema (telo-cilindar) jednaka je zbiru kinetičkih energija translatornog kretanja cilindra i tela i kinetičke energije rotacionog kretanja cilindra

$$E_{k1} = \frac{Mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + \frac{I\omega_1^2}{2} = \frac{5}{4}\,Mv_1^2,$$

jer je $\omega_1 = v_1/R$ (nema klizanja), $I = MR^2$, i $m = M/2$.

Potencijalna energija sistema u položaju 1 je

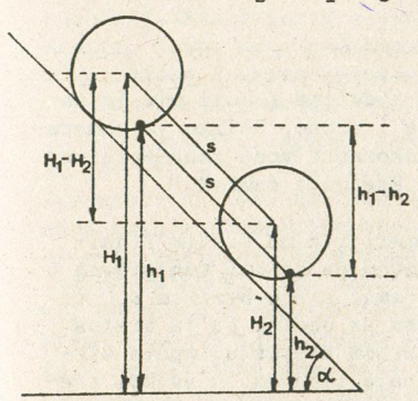
$$E_{p1} = MgH_1 + mgh_1 = Mg(H_1 + \frac{h_1}{2}).$$

Na sličan način, u položaju 2 je: $E_{k2} = \frac{5}{4}\,Mv_2^2$ $E_{p2} = Mg(H_2 + \frac{h_2}{2})$.

Prema tome,

$$\frac{5}{4}\,Mv_1^2 + Mg(H_1 + \frac{h_1}{2}) = \frac{5}{4}\,Mv_2^2 + Mg(H_2 + \frac{h_2}{2})\ ,$$

odnosno $$v_2^2 - v_1^2 = \frac{4}{5}\,g(H_1-H_2) + \frac{1}{2}(h_1-h_2).$$



Sl. A1.3

Sa sl.A1.3 se vidi da je $H_1-H_2 = s\cos\alpha$ i da je $h_1-h_2 = s\cos\alpha$ pa je iz prethodne jednačine

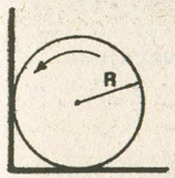
$$v_2^2 - v_1^2 = \frac{6}{5}\,gs\sin\alpha\ .$$

Kada se ovaj izraz zameni u (A1.6) dobija se formula za ubrzanje sistema

$$a = \frac{3}{5}\,g\sin\alpha\ ,$$

koja je identična sa formulom (A1.5) dobijenom iz jednačina kretanja.

A2 Homogeni valjak poluprečnika R koji rotira ugaonom brzinom ω oko ose koja prolazi kroz središta njegovih osnova, stavi se u ugao izmedju dve medjusobno normalne ploče (Sl.A2.1). Koliko puta će se valjak obrnuti do zaustavljanja? Koeficijent trenja izmedju ploča i valjka je k.



Sl.A2.1

RA2 Ako valjak do zaustavljanja napravi n-obrtaja onda je promena kinetičke energije valjka jednaka radu momenata spoljašnjih sila koje deluju na valjak:

$$\frac{I\omega^2}{2} - \frac{I\omega_o^2}{2} = M\Theta \Rightarrow \frac{I\omega^2}{2} = 2\pi nM \Rightarrow n = \frac{I\omega^2}{4\pi M}, \qquad \text{(A2.1)}$$

jer je $\omega_o = 0$ (valjak se zaustavlja) a ugao koji opiše neka njegova tačka je $\Theta = 2\pi n$, gde je n - broj obrtaja.

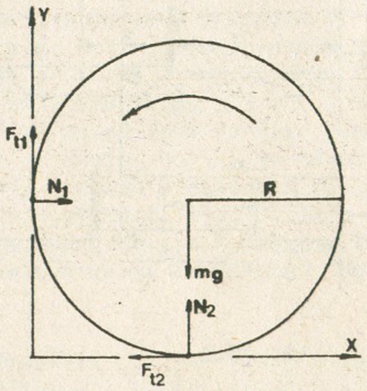
Kočeći moment M je jednak zbiru momenata sila trenja kojima ploče deluju na valjak:

$$M = F_{t1}R + F_{t2}R = R(F_{t1}+F_{t2}). \qquad \text{(A2.2)}$$

Pošto se centar mase valjka ne pomera, zbirovi projekcija sila na pravce koordinatnih osa (Sl.A2.2) moraju biti jednaki nuli:

$$N_1 - F_{t2} = 0 \quad i \quad F_{t1} + N_2 - mg = 0 \qquad \text{(A2.3)}$$

gde su N_1 i N_2 reakcije ploča a $F_{t1} = kN_1$ i $F_{t2} = kN_2$ su sile trenja. Kada se $N_1 = F_{t1}/k$ i $N_2 = F_{t2}/k$ zameni u (A2.3) dobijaju se dve jednačine sa dve nepoznate



Sl.A2.2

$F_{t1} - kF_{t2} = 0$ i $kF_{t1} + F_{t2} = kmg$,

čija su rešenja

$$F_{t1} = \frac{k^2}{1+k^2}\,mg, \qquad F_{t2} = \frac{k}{1+k^2}\,mg. \tag{A2.4}$$

ç Kombinovanjem jednačina (A2.1), (A2.2) i (A2.4) i uzimajući u obzir da je za valjak $I = mR^2/2$ dobija se:

$$n = \frac{R\omega^2}{g}\;\frac{1+k^2}{8\pi k(1+k)}\,. \tag{A2.5}$$

A3 Ribar mase m sedi na kraju čamca mase M i dužine L koji miruje na jezeru. Ribar ustane i predje na drugi kraj čamca i sedne. Koliko je pomeranje čamca do ponovnog zaustavljanja ako je: a) viskoznost vode zanemarljiva, b) trenje zbog viskoznosti vode srazmerno brzini kretanja čamca?

RA3 U slučaju kada je viskoznost vode zanemarljiva na sistem ribar-čamac ne deluje nikakva sila u horizontalnom pravcu pa je duž tog pravca impuls sistema stalan. Ako se ribar u odnosu na čamac kreće brzinom v_r, čamac se kreće u suprotnom smeru brzinom $v_č$ u odnosu na obalu, pa je brzina ribara u odnosu na obalu $v_r - v_č$. Pošto je u početnom trenutku impuls sistema bio jednak nuli onda je, prema, zakonu održanja impulsa, u svakom trenutku taj impuls takodje jednak nuli:

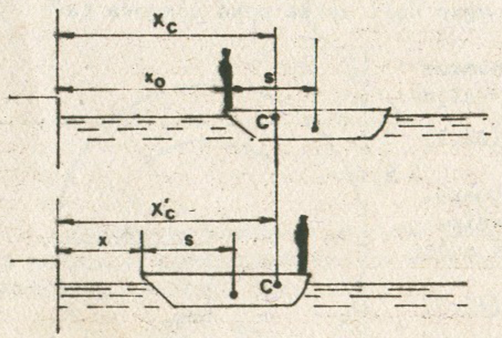
$$m(v_r - v_č) - Mv_č = 0 \Rightarrow \frac{v_č}{v_r} = \frac{m}{M+m}\,,$$

što znači da je odnos brzine čamca u odnosu na obalu i brzine ribara u odnosu na čamac stalan. Pošto je odnos brzina stalan, odnos pomeranja čamca x i ribara y je jednak odnosu brzina, tj.: $x/y = v_č/v_r = m/M+m$.

U trenutku kada ribar dodje do kraja čamca $y = L$ pa je odgovarajuće pomeranje čamca

$$x_z = \frac{m}{M+m}\;L.$$

U ovom slučaju pomeranja čamca i ribara su takva da centar mase sistema čamac-ribar ostaje stalno na istom mestu. Ako se centar mase čamca nalazi na udaljenosti s od pramca (Sl.A3.1) onda koordinata centra mase sistema pre pokretanja ribara iznosi:



Sl.A3.1

$$X_c = \frac{mx_o + M(x_o + s)}{m+M} = x_o + \frac{mL + Ms}{m+M},$$

gde je x_o koordinata pramca. Posle zaustavljanja ribara koordinata centra mase sistema je

$$X'_c = \frac{m(x+L) + M(x+s)}{m+M} = x + \frac{mL + Ms}{m+M},$$

gde je x koordinata pramca posle zaustavljanja čamca. Sa sl.A3.1 se vidi da je

$$x_o - x = x_z \Rightarrow x = x_o - \frac{m}{m+M}\,L$$

pa je $X'_c = x_o - \frac{m}{m+M}\,L + \frac{mL+Ms}{m+M} = x_o + \frac{Ms}{m+M} = X_c$, što znači da se centar mase sistema čamac-ribar ne pomera kada ribar korača po čamcu, ako na čamac ne deluje nikakva sila u pravcu kretanja.

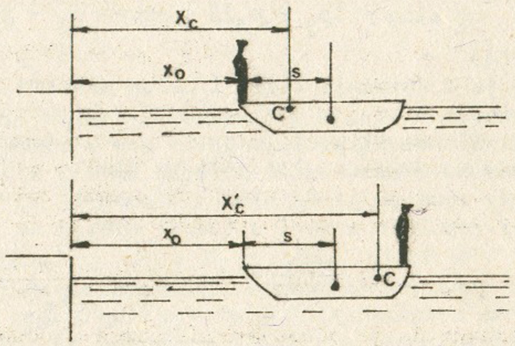
U slučaju kada viskoznost nije zanemarljiva na čamac deluje sila trenja pa je, prema II Njutnovom zakonu impuls sile trenja jednak promeni impulsa sistema čamac-ribar: $F_t dt = d\,m(v_r - v_č) - Mv_č$, jer je impuls sistema, kao što je pokazano, $m(v_r - v_č) - Mv_č$.

Pošto je $F_t = k\cdot v_č = k\cdot dx/dt$ gde je dx pomeranje čamca za vreme dt, onda je

$$k\,\frac{dx}{dt}\cdot dt = d\left[mv_r - (m+M)v_č\right] \Rightarrow kdx \equiv d(kx) = d\left[mv_r - (m+M)v_č\right]$$

odakle je posle integraljenja $kx = mv_r - (m+M)v_č + C$, gde je C neka konstanta. Pošto su u početnom trenutku, kada se čamac nalazi u položaju x_o brzine ribara i čamca jednake nuli, iz prethodne jednačine se dobija da je $C = kx_o$ pa je položaj x čamca u bilo kom trenutku $k(x - x_o) = mv_r - (m+M)v_č$.

U trenutku zaustavljanja sistema brzine ribara i čamca su jednake nuli pa je $k(x_z - x_o) = 0 \Rightarrow x_z = x_o$, što znači da kada na čamac deluje sila trenja proporcionalna brzini onda posle prelaska ribara sa jednog na drugi kraj čamac, čamac se vraća u početni položaj. Prema tome, u ovom drugom slučaju rezultujuće pomeranje čamca jednako je nuli. Medjutim, zbog delovanja sile trenja dolazi do pomeranja centra mase sistema. U skladu sa oznakama na sl. A3.2 koordinate centra mase sistema čamac-ribar pre početka kretanja ribara i posle zaustavljanja čamca su



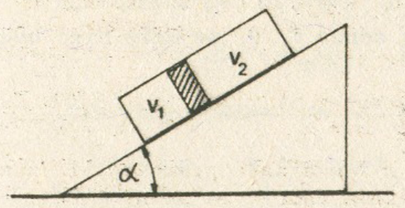
Sl. A3.2

$$X_c = \frac{mx_o + M(x_o + s)}{m+M}\,, \qquad X'_c = \frac{m(x_o + L) + M(x_o + s)}{m+M}$$

pa je rezultujuće pomeranje centra mase sistema jednako:

$$X_c = X'_c - X_c = \frac{M}{m+M}\,(L - s).$$

A4 U zatvorenom cilindru koji je napunjen vazduhom može, bez trenja, da se kreće klip mase $m = 4$ kg. Površina poprečnog preseka cilindra $S = 2\text{dm}^2$. Kada je cilindar u horizontalnom položaju klip ga deli na dva jednaka dela u kojima je tada pritisak $p = 1{,}25$ kPa. Cilindar se stavi na strmu ravan $\alpha = 60^o$ i zatim pusti (Sl. A4.1) usled čega se klip pomeri iz središnjeg položaja. Koliki je odnos zapremina (V_2/V_1) vazduha u delovima cilindra s obe strane klipa? Koeficijent trenja izmedju cilindra i podloge je $k = 0{,}25$. Temperatura gasa je sve vreme konstantna. Uzeti $g = 10\ \text{m/s}^2$.



Sl. A4.1

RA4 Kada se cilindar iz horizontalnog položaja u kome su pritisak i zapremina vazduha, u delovima koje razdvaja klip, p i V postavi na strmu

ravan i pusti, dolazi do sabijanja vazduha u prednjem delu cilindra i do razredjenja vazduha u zadnjem delu cilindra. Pošto je temperatura konstantna na ovo stanje i na početno stanje može se primeniti Bojl-Mariotov zakon

$$pV = p_1V_1 \ , \quad pV = p_2V_2 \tag{A4.1}$$

gde su p_1 i V_1 pritisak i zapremina vazduha u prednjem delu cilindra a p_2 i V_2 pritisak i zapremina u zadnjem delu cilindra. Pošto je $2V = V_1 + V_2$ onda se iz (A4.1) dobija jednačina sa dve nepoznate

$$p\,\frac{V_1 + V_2}{2} = p_1V_1 \Rightarrow p_1 = \frac{1}{2}\,p(1 + \frac{V_2}{V_1}), \tag{A4.2}$$

što znači da za odredjivanje odnosa V_2/V_1 treba postaviti još jednu jednačinu sa dve nepoznate.

U pravcu kretanja na klip deluje komponenta sile teže mg sinα i njoj suprotno sila pritiska $(p_1 - p_2)S$ pa je prema II Njutnovom zakonu:

$$mg\ \sin\alpha - (p_1 - p_2)S = ma \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{mg\cdot\sin\alpha - ma}{S} \tag{A4.3}$$

gde je a ubrzanje klipa i celog sistema jer se klip ne kreće u odnosu na cilindar.

Sistem klip-cilindar (i gas u njemu) kreće se niz strmu ravan pod dejstvom komponente sile teže Mg sinα i njoj suprotne sile trenja $F_t = kN = kMg$ cosα pa je $Mg(\sin\alpha - k\cos\alpha) = Ma \Rightarrow a = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$. Kada se ovaj rezultat zameni u (A4.3) dobija se

$$p_1 - p_2 = \frac{kgm\ \cos\alpha}{S} \Rightarrow \ p_1(1 - \frac{V_1}{V_2}) = \frac{kgm\ \cos\alpha}{S}\ , \tag{A4.4}$$

jer je iz (A4.1) $p_2 = p_1V_1/V_2$. Na taj način smo dobili još jednu jednačinu sa dve nepoznate i time mogućnost da eliminacijom nepoznate p_1 dobijemo jednačinu sa jednom nepoznatom V_2/V_1. Zamena (A4.2) u (A4.4) daje

$$(1 + \frac{V_2}{V_1})\ (1 - \frac{V_1}{V_2}) = \frac{2kmg\ \cos\alpha}{pS}\ ,$$

odnosno, ako uvedemo smenu $V_2/V_1 = x \Rightarrow V_1/V_2 = 1/x$, dobija se

$$x - \frac{1}{x} = \frac{2kmg\ \cos\alpha}{pS} \Rightarrow \ x^2 - \frac{2kmg\ \cos\alpha}{pS}\,x - 1 = 0. \tag{A4.5}$$

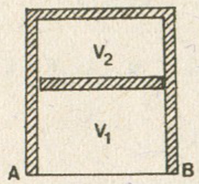
Rešenja ove kvadratne jednačine su:

$$x_{1/2} = (V_2/V_1)_{1/2} = \frac{kmg\ \cos\alpha}{pS} \pm \sqrt{(\frac{kmg\ \cos\alpha}{pS})^2 + 1}\ ,$$

Fizički smisao ima samo pozitivno rešenje jer odnos V_2/V_1 ne može biti negativan. Stoga je

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{kmg\ \cos\alpha}{pS} + \sqrt{(\frac{kmg\cos\alpha}{pS})^2 + 1} = 1{,}22$$

A5 U cilindru čiji su omotač i jedna osnovica napravljeni od materijala koji ne provodi toplotu nalazi se gas koji je pomoću jednog klipa zanemarljive mase, takodje od neprovodnog materijala, podeljen na dva dela čije su zapremine V_1 i V_2. U svakoj zapremini nalazi se 1 mol idealnog gasa čija



S1. A5.1

je molarna specifična toplota pri stalnoj zapremini C_v a odnos specifičnih toplota pri stalnom pritisku i pri stalnoj zapremini $\gamma = C_p/C_v$. Preko provodne osnove AB (S1.A5.1) gas u zapremini V_1 se zagreva (ili hladi) pri čemu se klip pomera bez trenja. Odrediti specifičnu toplotu C_1 gasa u zapremini V_1 kao funkciju od zapremina V_1 i V_2. Smatrati da je proces zagrevanja (hladjenja) gasa dovoljno spor, tj. da je kvazistatički.

RA5 Ako količina toplote dQ promeni temperaturu jednog mola gasa za dT, specifična toplota tog gasa je $C = dQ/dT$. Ako se temperatura gasa u zapremini V_1 poveća za dT poveća se i njegov pritisak što dovodi do pomeranja klipa. Tada je prema I principu termodinamike za 1 mol gasa u zapremini V_1

$$dQ_1 = C_vdT_1 + p_1dV_1, \tag{A5.1}$$

a za 1 mol gasa u zapremini V_2

$$dQ_2 = C_vdT_2 + p_2dV_2 = 0, \tag{A5.2}$$

jer gas u zapremini V_2 ne prima toplotu (neprovodni klip). Pošto su pritisci gasova u zapreminama V_1 i V_2 jednaki ($p_1 = p_2$), jer su procesi kvazistatički, onda je priraštaj pritiska u jednom delu cilindra jednak priraštaju pritiska u drugom delu cilindra, tj. $dp_1 = dp_2$.

Zapremina cilindra je stalna, tj. $V_1 + V_2 = \text{const}$, pa je $dV_1 + dV_2 = 0$, odnosno, $dV_1 = -dV_2$, što znači da je povećanje zapremine u jednom delu cilindra jednako smanjenju (tj. negativnom povećanju) zapremine u drugom delu cilindra. Na osnovu ovih zaključaka jednačina (A5.2) se transformiše u

$$C_vdT_2 - p_1V_1 = 0, \quad \text{i kada se sabere sa (A5.1) dobija se}$$

$$dQ_1 = C_v(dT_1 + dT_2). \tag{A5.3}$$

Iz jednačina stanja za 1 mol gasa

$$p_1V_1 = RT_1 \quad \text{i} \quad p_2V_2 = RT_2 \tag{A5.4}$$

diferenciranjem se dobijaju veze izmedju priraštaja parametara stanja (p,V,T):

$$p_1dV_1 + V_1dp_1 = RdT_1, \quad p_2dV_2 + V_2dp_2 = RdT_2,$$

ili pošto je $p_2 = p_1$ i $dV_2 = -dV_1$:

$$p_1dV_1 + V_1dp_1 = RdT_1\ ;\ -p_1dV_1 + V_2dp_1 = RdT_2 \tag{A5.5}$$

Sabiranje jednačina (A5.5) daje

$$p_1(V_1 + V_2) = R(dT_1 + dT_2) \Rightarrow dT_1 + dT_2 = \frac{dp_1}{R}\,(V_1 + V_2)$$

i kada se ovaj rezultat zameni u (A5.3) dobija se

$$dQ_1 = \frac{C_v}{R}\,(V_1 + V_2)dp_1. \tag{A5.6}$$

Iz prve od jednačina (A5.5) sledi

$$dp_1 = \frac{RdT_1 - p_1dV_1}{V_1} = \frac{RdT_1 - dQ_1 + C_vdT_1}{V_1}\ , \qquad \text{(A5.7)}$$

jer je iz (A5.1) $p_1dV_1 = dQ_1 - C_vdT_1$, pa je posle zamene (A5.7) u (A5.6) i rešavanja po dQ_1:

$$dQ_1 = \frac{C_v(R + C_v)(V_1 + V_2)}{RV_1 + C_v(V_1 + V_2)}\,dT_1 = \frac{C_v(R + C_v)(V_1 + V_2)}{C_v\left|\frac{R}{C_v}V_1 + (V_1+V_2)\right|}\,dT_1.$$

Prema tome, specifična toplota gasa u zapremini V_1 je:

$$C_1 = \frac{dQ_1}{dT_1} = \frac{(R + C_v)(V_1 + V_2)}{\frac{R}{C_v}V_1 + (V_1+V_2)}\ .$$

Pošto je $C_p - C_v = R$, onda je posle deobe ove jednačine sa C_v:

$$C_p/C_v - 1 = R/C_v \Rightarrow \gamma - 1 = R/C_v \Rightarrow \gamma C_v - C_v = R,$$

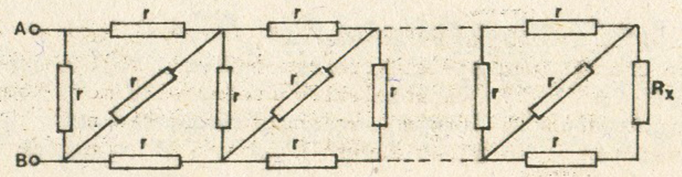
odnosno $\gamma C_v = R + C_v$, pa je konačno:

$$C_1 = \frac{(R + C_v)V_1 + RV_2 + C_vV_2}{(\gamma - 1)V_1 + (V_1 + V_2)} = \frac{\gamma C_vV_1 + RV_2 + C_vV_2}{\gamma V_1 + V_2} =$$

$$= \frac{C_v(\gamma V_1 + V_2) + RV_2}{\gamma V_1 + V_2} = C_v + \frac{RV_2}{\gamma V_1 + V_2}$$

GRUPA B (OSCILACIJE, TALASI, ELEKTRICITET I MAGNETIZAM)

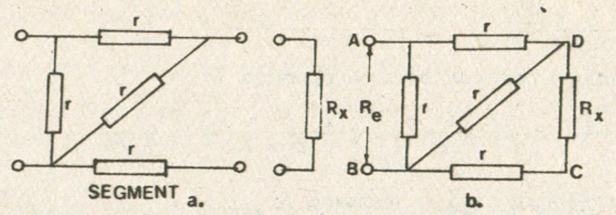
B1 Na sl.B1.1 je prikazano električno kolo koje se sastoji od n-jednakih segmenata. Koliki treba da bude električni otpor R_x pa da električni



Sl.B1.1

otpor izmedju tačaka A i B ne zavisi od broja segmenata?

RB1 Dato električno kolo sastoji se od otpornika R_x i niza segmenata od kojih se svaki sastoji od 4 otpornika r (Sl.B1.2a). Ako je R_e ekvivalentni otpor kola koje obrazuju jedan segment i otpornik R_x (Sl.B1.2b) onda se dodavanjem novog segmenta dobija slično kolo, samo što u njemu ulogu otpor-



Sl.B1.2

nika R_x ima ekvivalentni otpor R_e. Otpor ovako dobijenog kola biće opet R_e samo ako je $R_e = R_x$. Ako je ovaj uslov ispunjen otpor kola se neće menjati dodavanjem novih segmenata jer će uvek otpor kola na koje se dodaje novi segment biti $R_e = R_x$, pa prema tome, ako je ovaj uslov ispunjen otpor datog kola neće zavisiti od broja segmenata.

Ako je R ekvivalentni otpor izmedju tačaka B i D kola $BCDB$ onda je

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r + R_x} \Rightarrow R = \frac{r(r + R_x)}{2r + R_x}\ , \qquad \text{(B1.1)}$$

pa je ekvivalentni otpor izmedju tačaka A i B

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r + R} \Rightarrow R_e = \frac{r(r + R)}{2r + R}\ . \qquad \text{(B1.2)}$$

Kada se u uslov da otpor kola izmedju tačaka A i B ne zavisi od broja segmenata

$$R_x = R_e \Rightarrow R_x = \frac{r(r + R)}{2r + R} \Rightarrow R_x(2r + R) = r(r + R)$$

zameni (B1.1) dobija se kvadratna jednačina $R_x^2 + rR_x - r^2 = 0$, čija su rešenja:

$$R_{x1} = \frac{r}{2}(\sqrt{5} - 1), \qquad R_{x2} = -\frac{r}{2}(\sqrt{5} + 1).$$

Pošto otpor ne može biti negativan onda fizički smisao ima samo prvo rešenje $R_x = r/2\ (\sqrt{5} - 1)$.

B2 Kroz solenoid dužine 1 m koji ima 2000 navojaka prečnika 10 cm teče struja od 1 A. Solenoid se ravnomerno rasteže brzinom 40 cm/s i pri tome se menja napon izvora tako da struja u solenoidu ostaje stalna. Koliko iznosi promena napona kada se dužina solenoida udvostruči? Promenu prečnika solenoida pri rastezanju zanemariti. ($\mu_o = 12{,}56 \cdot 10^{-7}$ H/m).

RB2 Rastezanjem solenoida menja se magnetni fluks kroz njegove navojke usled čega se u kolu indukuje elektromagnetna sila koja je, prema Faradejevom zakonu, $E = -d\phi/dt$.. Ova se elektromotorna sila mora kompenzovati promenom napona izvora da bi struja u solenoidu bila stalna.

Pošto je magnetna indukcija u solenoidu $B = \mu_o NI/l$ onda je magnetni fluks

$$\phi = BSN = \frac{\mu_o N^2 SI}{l} = LI$$

gde je $L = \mu_o N^2 S/l$ koeficijent samoindukcije solenoida.

Magnetni fluks kroz solenoid menja se zbog promene koeficijenta samoindukcije L jer je struja stalna, pa je trenutna vrednost brzine promene fluksa

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d(LI)}{dt} = I\frac{dL}{dt}$$

Pošto je srednja vrednost brzine promene L

$$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_2 - L_1}{\Delta t} = \mu_o N^2 S \frac{1}{\Delta t}\left[\frac{1}{l_o + v(t+\Delta t)} - \frac{1}{l_o + vt}\right]$$

onda je trenutna vrednost brzine promene L

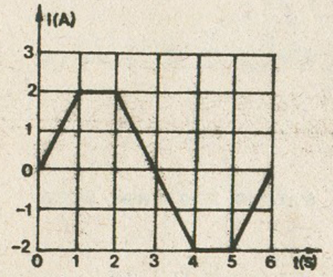
$$\frac{dL}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta L}{\Delta t} = -\frac{\mu_o N^2 Sv}{(l_o+vt)^2}\text{, odnosno } E = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_o N^2 SvI}{(l_o+vt)^2}$$

Dužina solenoida se povećava u toku vremena i u trenutku t iznosi $l = l_o + vt$. Trenutak t_1 kada je dužina solenoida udvostručena dobija se iz jednačine $l_o + vt_1 = 2l_o \Rightarrow t_1 = l_o/v$ i u tom trenutku je

$$E = \frac{\mu_o N^2(\pi d^2/4)vI}{4l_o^2} \cong 0{,}004\ \text{V}$$

Prema tome, da bi struja ostala nepromenjena napon na krajevima solenoida treba smanjiti za 0,004 V, pošto indukovana elektromotorna sila daje struju istog smera kao izvor, pa bi se jačina struje povećavala kada se ne bi smanjivao napon.

B3 Kroz redno vezane otpornik ($R = 15\Omega$), kalem ($L = 2H$) i kondenzator ($C = 0{,}005\ F$) protiče naizmenična struja čiji je oblik prikazan na Sl.B3.1. Nacrtajte grafike napona na otporniku, kalemu i kondenzatoru u zavisnosti od vremena.

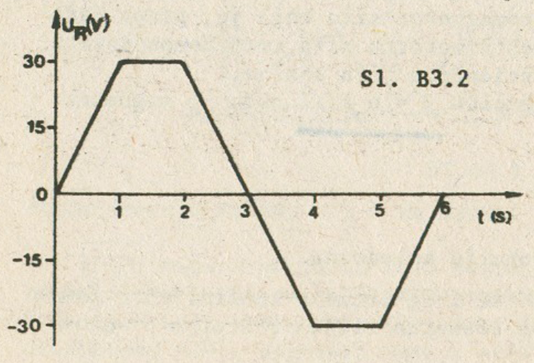


Sl. B3.1

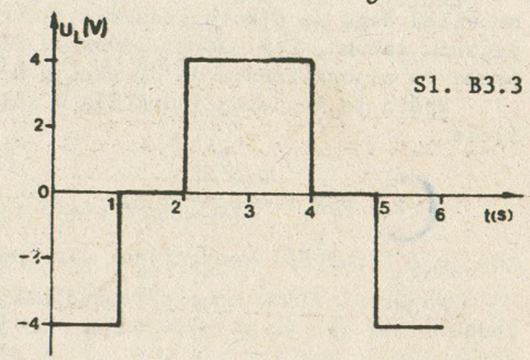
RB3 U bilo kom trenutku t napon na otporniku je $U_R = IR$, gde je I jačina struje u tom trenutku.
a) U intervalu $0s \leq t \leq 1s$ struja se povećava linearno sa vremenom od vrednosti 0 do vrednosti $I_o = 2A$, pa će se u tom intervalu vremena napon povećavati linearno od vrednosti 0 do vrednosti $U_o = I_o R = 30$ V (Sl.B3.2).

b) b) U intervalu $1s \leq t \leq 2s$ struja ima konstantnu vrednost I_o pa je u tom intervalu konstantan i napon $U_o = I_o R = 30$ V.

c) U intervalu $2s \leq t \leq 4s$ struja opada linearno sa vremenom od vrednosti $I_o = 2A$ do vrednosti $I_o' = -2A$ pa će onda i napon u tom intervalu opadati linearno sa vremenom od vrednosti $U_o = I_o R = 30$ V do vrednosti $U_o' = -30$ V.



Sl. B3.2



Sl. B3.3

Na sličan način se zaključuje da će u intervalu $4s \leq t \leq 5s$ napon biti stalan $U_o' = -30$ V, a da će se u intervalu $5s \leq t \leq 6s$ napon linearno povećavati od vrednosti $U_o' = -30$ V do vrednosti $U = 0$.

2) Napon na kalemu je $U_L = -L\,\Delta I/\Delta t$ pa je:

a) u intervalu $0s \leq t \leq 1s$: $\Delta I = I_2 - I_1 = 2A - 0A = 2A$, $t = t_2 - t_1 = 1s - 0s = 1s$ te je $U_L = -2H \cdot 2A/s = -4V$ (Sl. B3.3);

b) u intervalu $1s \leq t \leq 2s$: $I = I_o = \text{const}$ pa je $\Delta I = 0$ i $U_L = 0$;

c) u intervalu $2s \leq t \leq 4s$: $I_2 = -2A$, $I_1 = 2A \Rightarrow \Delta I = -4A$, $t_2 = 4s$, $t_1 = 2s \Rightarrow \Delta t = 2s$ pa je $U_L = -2H(-4A/2s) = 4$ V;

d) u intervalu $4s \leq t \leq 5s$: $I = I_o = \text{const} \Rightarrow \Delta I = 0 \Rightarrow U_L = 0$;

e) u intervalu $5s \leq t \leq 6s$: $I_2 = 0A$, $I_1 = -2A \Rightarrow \Delta I = 0 - (-2A) = 2A$, $\Delta t = 1s \Rightarrow U_L = -2H \cdot 2A/1s = -4V$.

3) Napon na kondenzatoru je $U_C = q/C$, gde je q naelektrisanje kondenzatora a C njegov kapacitet. Naelektrisanje kondenzatora je $q = \int I dt$ pa je $U_C = \int I dt/C$.

a) U intervalu $0s \leq t \leq 1s$: $I = kt$ gde je $k = \Delta I/\Delta t = 2A/1s = 2A/s$, pa je

$$U_{C1} = \frac{1}{C}\int_o^1 kt\,dt = \frac{kt^2}{2C}\Big|_o^1 = \frac{2A/s\ 1^2 s^2}{2\cdot 0{,}005\ F} = 200\ \text{V}.$$

U posmatranom intervalu napon na kondenzatoru se povećava sa kvadratom vremena te je odgovarajući grafik deo parabole (Sl. B3.4).

b) U intervalu $1s \leq t \leq 2s$ struja je konstantna ($I_o = 2A$) pa je

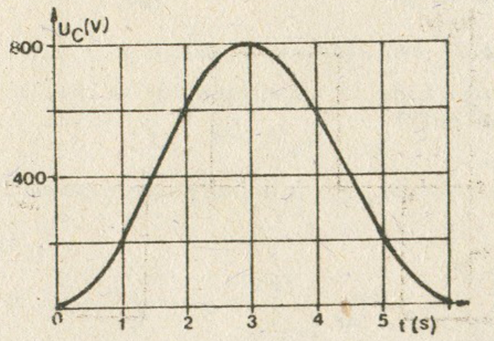
$$U_C = U_{C1} + \frac{I_o(t - t_1)}{C}$$

što znači da se napon u tom intervalu povećava linearno sa vremenom i na kraju tog intervala imaće vrednost

$$U_{C2} = 200\ \text{V} + \frac{2\text{A}(2-1)\text{s}}{0{,}005\ \text{F}} = 600\ \text{V}.$$

c) U intervalu $2s \leq t \leq 3s$ struja opada linearno sa vremenom $I = I_o + k(t - t_2)$ gde je $k = \Delta I/\Delta t = (0-2)A/1s = -2A/s$, pa je u tom intervalu

$$U_C = U_{C2} + \frac{1}{C}\int_{t_2}^{t}\left[I_o + k(t-t_2)\right]dt = U_{C2} + \frac{1}{C}\left[I_o(t-t_2) + k\frac{(t-t_2)^2}{2}\right]$$



Sl. B3.4

što pokazuje da se u posmatranom intervalu napon na kondenzatoru ponovo zavisi od kvadrata vremena. Pošto je $t_2 = 2s$, napon na kondenzatoru u trenutku $t_3 = 3s$ biće

$$U_{C3} = 600 + \frac{1}{0{,}005\ \text{F}}\left[2A(3s-2s) - 2\frac{A}{s}\frac{(3s-2s)^2}{2}\right] = 800\ \text{V}.$$

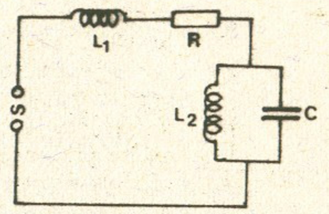
d) Od trenutka $t = 3s$ počinje pražnjenje kondenzatora strujom koja se menja na isti način kao u procesu punjenja, pa će grafik napona na kondenzatoru počev od tog trenutka do trenutka $t = 6s$ biti si-

metričan u odnosu na pravu paralelnu ordinatnoj osi a koja seče apscisnu osu u tački t = 3s (sl. B3.4).

B4 Na izvor naizmeničnog napona priključeno je kolo prikazano na Sl.B4.1 Frekvencija izvora je $f_o = 10^3/2\pi$ Hz, induktivitet kalemova je $L = L_1 = L_2 =$ 1 mH a otpor otpornika je $R = 1\Omega$.

a) Koliki treba da bude kapacitet C kondenzatora da kroz kolo protiče maksimalna struja?

b) Ako se za ovu vrednost kapaciteta, frekvencija udvostruči a induktivitet zavojnice L_2 smanji na četvrtinu prvobitne vrednosti, kolika će biti fazna razlika izmedju struje i napona? Termogeni otpori zavojnice i kondenzatora su zanemarljivi.



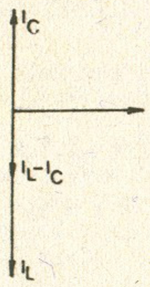
Sl. B4.1

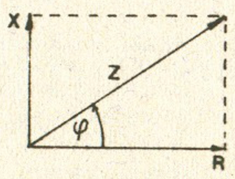
RB4 Dato kolo predstavlja rednu vezu otpora R i reaktivnih otpora zavojnice $X_1 = \omega L_1$ i ekvivalentnog otpora X_e paralelno vezanih zavojnice L_2 i kondenzatora C pa je impedanca

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_1 + X_e)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \text{gde je} \quad X = X_1 + X_e . \qquad (B4.1)$$

Pošto je napon na paralelno vezanim elementima zavojnici L_2 i kondenzatoru isti, struja kroz kondenzator prethodi tom naponu za $\pi/2$, a struja kroz zavojnicu L_2 zaostaje za $\pi/2$ u odnosu na napon (Sl. B4.2), pa je ukupna struja koja protiče kroz ovaj deo kola kao i kroz otpornik R i zavojnicu L_1

$$I = I_{L_2} - I_C = \frac{U}{X_{L_2}} - \frac{U}{X_C} = U(\frac{1}{\omega L_2} - C\omega) = U\frac{1 - \omega^2 L_2 C}{\omega L_2} \quad \text{jer je}$$





Sl. B4.2

$X_{L_2} = \omega L_2$ i $X_C = 1/C\omega$. Prema tome ekvivalentni reaktivni otpor ove paralelne veze je

$$X_e = \frac{U}{I}\frac{\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C}$$

pa je reaktivni otpor celog kola

$$X = \omega L_1 + \frac{\omega L_2}{1 - \omega^2 L_2 C} = \omega(\frac{L_1 - \omega^2 L_1 L_2 C + L_2}{1 - \omega^2 L_2 C}) \qquad (B4.2)$$

a) Kroz telo će teći maksimalna struja kada je impedanca minimalna, a to će biti kada je reaktivni otpor jednak nuli:

$$X = \omega(\frac{L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C}{1 - \omega^2 L_2 C}) = 0 \Rightarrow L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C = 0 \text{ , a pošto je prema}$$

uslovu zadatka $L_1 = L_2 = L$ i $\omega = \omega_o$ onda je

$$2L - \omega_o^2 L^2 C = 0 \Rightarrow C = \frac{2}{\omega_o^2 L} = \frac{2}{4\pi^2 f_o^2 L} = 0{,}2 \text{ mF}.$$

b) Ako je $\omega = 2\omega_o$, $L_1 = L$, $L_2 = L/4$ $C = 2/(\omega_o^2 L)$, onda je, prema (B4.2), reaktivni otpor celog kola

$$X = 2\omega_o(\frac{L + L/4 - (2\omega_o)^2 L(L/4)\cdot 2/(\omega_o^2 L)}{1 - (2\omega_o)^2 (L/4) 2/(\omega_o^2 L)}) = \frac{3}{2}\omega_o L = \frac{3}{2}\cdot 2\pi f_o L = 3\pi f_o L,$$

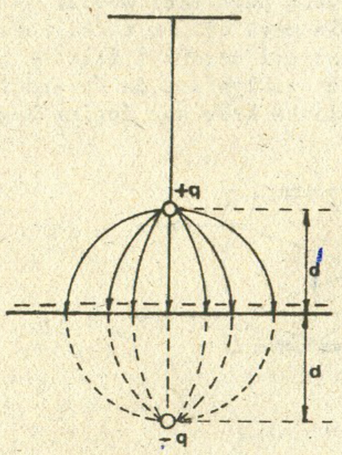
pa je fazni ugao izmedju struje i napona (Sl. B4.2) jednak:

$$\text{tg}\,\phi = \frac{X}{R} = \frac{3\pi f_o L}{R} = \frac{3\pi\cdot(10^3/2\pi)\text{Hz}\cdot 1\cdot 10^{-3}\text{H}}{1\Omega} = 1{,}5$$

odakle sledi da je $\phi = \text{arc tg}1{,}5 = 56{,}3^o$.

B5 Matematičko klatno predstavlja kuglica mase m = 10 g, obešena o tanku nit koja ne provodi naelektrisanje. Period ovog klatna je T = 1s. Ako se kuglica naelektriše i pod nju, na udaljenju h = 1,6 cm stavi ravna horizontalna metalna ploča (vrlo velike površine), period klatna se promeni za 0,2 s. Koliko je naelektrisanje kuglice? Promenu udaljenosti kuglice od metalne ploče u toku klaćenja zanemariti.

RB5 Kada se kuglica naelektriše onda se zbog elektrostatičke indukcije naelektriše i metalna ploča naelektrisanjem suprotnog znaka. Linije sile elektrostatičkog polja u prostoru izmedju kuglice i ploče su normalne na ploču (Sl. B5.1), a oblik i raspored im je kao u slučaju polja koje bi postojalo izmedju naelektrisanja kuglice i njemu simetričnog, u odnosu na ploču, naelektrisanja iste veličine a suprotnog znaka. Prema tome, sila privlačenja izmedju naelektrisanja kuglice (recimo $+q$) i naelektrisanja ploče jednaka je sili kojom bi na to naelektrisanje delovalo naelektrisanje $-q$, "lik" naelektrisanja q u ploči kao ogledalu:



Sl. B5.1

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q^2}{(2d)^2} = \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_o d^2} .$$

Ukupna sila koja deluje na kuglicu u vertikalnom pravcu jednaka je zbiru sile teže mg i električne sile F_e

$$F = mg + \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_o d^2} = m(g + \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_o d^2}) = mg' ,$$

što znači da je ubrzanje koje ova sila saopštava kuglici

$$g' = g + \frac{q^2}{16\pi m\varepsilon_o d^2} , \quad \text{odakle je naelektrisanje kuglice}$$

$$q = 4d\sqrt{\pi m\,\varepsilon_o(g' - g)} - 4d\sqrt{\pi m\,\varepsilon_o g(-\frac{g'}{g} - 1)}.$$

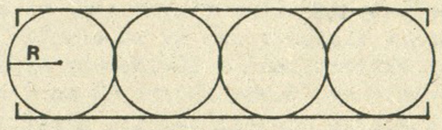
Pošto je

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{T^2} , \quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} \Rightarrow g' = \frac{4\pi^2}{(T')^2} \quad \text{onda je}$$

$$q = 4d\sqrt{\pi m\,\varepsilon_o g\,(\frac{T}{T'})^2} - 1 \cong 790\ nC, \text{ jer je } T = 1\text{s a } T' = 0{,}8\text{s}.$$

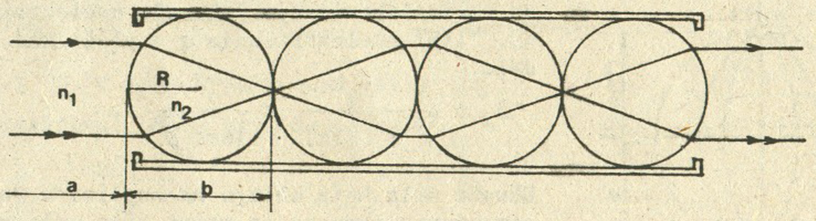
GRUPA C (FIZIKA ATOMA, TEORIJA RELATIVNOSTI I OPTIKA)

C1 Kada se u kartonsku cev poredjaju jedna do druge četiri prozračne kugle (Sl. C1.1) i kroz njih posmatraju vrlo udaljeni predmeti dobijena slika izgleda kao da se gleda kroz debelo, obično staklo. Ako se gleda samo kroz dve kugle dobija se obrnuta slika koja nije ni uvećana ni smanjena, a ako se gleda samo kroz jednu kuglu videće se nešto mutno i nejasno. Prečnik kugle je oko 6 cm. Koliki je indeks prelamanja materijala od koga su napravljene kugle?



Sl. C1.1

RC1 Pošto se kroz kugle posmatraju vrlo udaljeni predmeti onda se može uzeti da su zraci koji polaze od tih predmeta paralelni sa optičkom osom sistema, te se posle prelamanja, na prednjoj sfernoj površini prve kugle, seku u žiži te površine. Lik tih predmeta, koji se dobija sa dve kugle nije uvećan ni umanjen, već obrnut, što znači da su zraci koji formiraju taj lik takodje paralelni optičkoj osi. Odatle sledi zaključak da izlazni zraci iz druge kuglice polaze iz žiže zadnje prelomne površine te kugle. Jedino u slučaju ako se žiže poklapaju lik udaljenih predmeta neće biti uvećan ni umanjen, a pošto su kugle identične zajednička žiža mora biti u tački dodira kugli. Zbog toga se zraci prelamaju samo dva puta: pri ulasku i izlasku iz sistema od dve kugle. Sličnim rezonovanjem se može zaključiti da će zraci koji formiraju lik udaljenih predmeta, posle prolaska kroz sve četiri kugle, prostirati kao što je to pokazano na sl. C1.2.



Sl. C1.2

Koristeći formulu

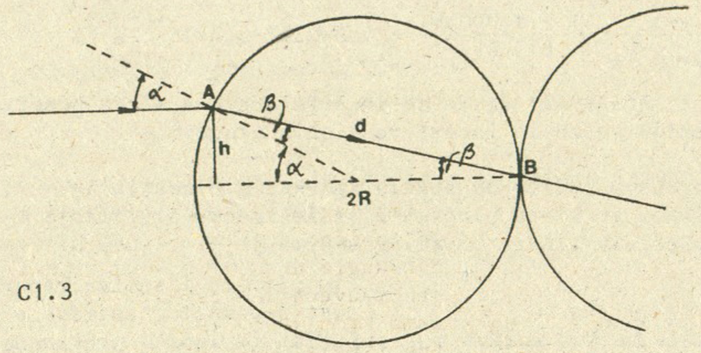
$$-\frac{n_1}{a}+\frac{n_2}{b}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

za prelamanje na prednjoj sfernoj površini prve kugle dobija se da je indeks prelamanja materijala od koga su napravljene kugle $n_2 = 2$, jer je udaljenje predmeta od te površine $a = \infty$, rastojanje lika koji daje ta površina $b = f = 2R$ gde je R poluprečnik kugli, a indeks prelamanja vazduha je $n_1 = 1$.

Ovaj rezultat se može dobiti i na drugi način. Posmatrajmo svetlosni zrak koji posle prelamanja u tački A stiže u tačku B (Sl. C1.3). Za upadni i prelomni zrak zakon prelamanja daje

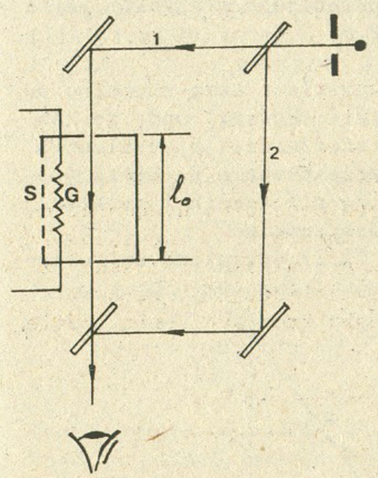
$$n_2=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{h/R}{h/d}=\frac{d}{R}=2$$

jer je za paraksijalne zrake $h \ll R$, pa je $d \cong 2R$.



Sl. C1.3

C2 Svetlost iz natrijumove lampe razdvaja se, sistemom polupropusnih i nepropusnih ogledala na dva zraka od kojih jedan prolazi kroz stakleni sud S na kome se nalazi više manjih otvora (Sl. C2.1). Šta će videti posmatrač ako se pomoću grejača G povisi temperatura vazduha u sudu za 3°C? Koeficijent linearnog termičkog širenja stakla je $\alpha = 3{,}2\cdot10^{-6}K^{-1}$, dužina suda na 0°C je $l_o = 30$cm, talasna dužina svetlosti je $\lambda = 590$ nm, indeks prelamanja vazduha pri standardnim uslovima je $n = 1{,}000292$, temperatura okoline je 0°C.



Sl. C2.1

RC2 Kada se povisi temperatura u sudu, menja se optički put zrakova koji prolaze kroz sud i usled toga dolazi do pomeranja interferencionih pruga koje vidi posmatrač. Ako je promena optičkog puta $\Delta s = z\cdot\lambda$ gde je z neki racionalan broj, pomeranje interferencionih pruga je $y = z\cdot d$ gde je d udaljenost izmedju susednih interferencionih pruga.

Optički put zraka l u sudu iznosi $s = nl$ gde je n indeks prelamanja vazduha u sudu a l dužina suda. Zagrevanjem dolazi do promene dužine suda i indeksa prelamanja vazduha, tako da je $\Delta s = l_o\,\Delta n + n\Delta l$ pod uslovom da su sve promene male.

Promena dužine suda dobija se iz zakona linearnog širenja

$$l = l_o(1+\alpha t) \Rightarrow \Delta l = l - l_o = l_o\alpha t.$$

Kod razredjenih gasova indeks prelamanja zavisi od koncentracije čestica gasa: $n - 1 = cN$, gde je c neka konstanta, pa je za male promene

$$\Delta(n-1)=\Delta(cN) \Rightarrow \Delta n = c\Delta N \Rightarrow \Delta n = (n-1)\frac{\Delta N}{N}\ .$$

Promena koncentracije molekula vazduha u sudu dešava se zbog toga što zagrevanjem jedan broj molekula napušta sud. Pošto je pritisak u sudu $p = Nk_BT$ jednak atmosferskom pritisku, koji je stalan, onda je $N\cdot T = \text{const}$, pa je za male promene

$$\Delta N\cdot T + N\cdot\Delta T = 0 \Rightarrow \frac{\Delta N}{N} = -\frac{\Delta T}{T}\ .$$ Prema tome, $\Delta n = -(n-1)\Delta T/T$, pa je:

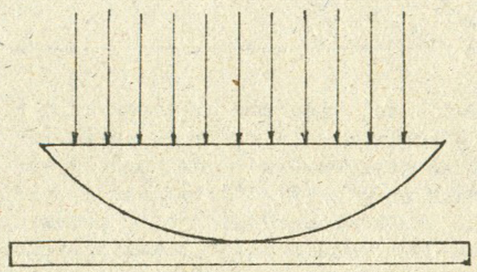
$$z=\frac{\Delta s}{\lambda}=\frac{1}{\lambda}\left[-\frac{(n-1)\Delta T}{T}l_o + nl_o\alpha t\right]=\frac{l_o\Delta T}{\lambda}\left(\frac{-n}{T}+n\alpha\right),$$

jer je $\Delta T = \Delta t = t$. Posle zamene brojnih podataka

$$z = \frac{0{,}3\ \text{m}\cdot 3\ \text{K}}{0{,}59\cdot 10^{-6}\ \text{m}} \left(\frac{1 - 1{,}000292}{273\ \text{K}} + 1{,}000292\cdot 3{,}2\cdot 10^{-6}\ \text{K}^{-1}\right)$$

dobija se $z = 3{,}25$ što znači da će se interferenciona slika pomeriti za 3,25 razmaka izmedju susednih interferencionih pruga.

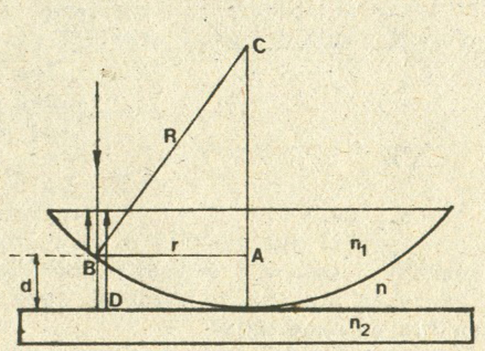
C3 Plankonveksno sočivo od stakla indeksa prelamanja $n_1 = 1{,}52$ dodiruje sfernom površinom staklenu pločicu čiji je indeks prelamanja $n_2 = 1{,}70$ (Sl. C3.1). Poluprečnik sferne površine sočiva je $R = 1{,}000$ m. Prostor izmedju pločice i sočiva ispunjava tečnost nepoznatog indeksa prelamanja. Koliki je indeks prelamanja tečnosti ako poluprečnik desetog tamnog Njutnovog prstena u reflektovanoj svetlosti iznosi 1,90 mm? Talasna dužina upotrebljene svetlosti je $\lambda_o = 0{,}589$ m.



Sl. C3.1

RC3 Kada svetlost pada normalno na ravnu površinu sočiva, onda se kao rezultat interferencije svetlostih zrakova reflektovanih na sfernoj površini sočiva i na gornjoj površini pločice dobija niz tamnih i svetlih koncentričnih krugova koji se nazivaju Njutnovim prstenovima.

Svetlosni zrak koji pada u tačku B (vidi Sl. C3.2) delimično se reflektuje a delimično prelazi u prostor izmedju sočiva i pločice. Pošto je poluprečnik sferne površine sočiva veoma velik, ovaj drugi zrak pada praktično vertikalno na pločicu u tački D, gde se delimično reflektuje. Interferencijom svetlosnih zrakova reflektovanih u tačkama B i D dobijaju se Njutnovi prstenovi.



Sl. C3.2

Ako je indeks prelamanja tečnosti n takav da je:

a) $n > n_1$, $n > n_2$ i b) $n < n_1$, $n < n_2$, onda u svakom od ovih slučajeva dolazi do jednog odbijanja svetlosti od optički gušće sredine, usled čega se faza odbijenog talasa menja za π što je ekvivalentno putnoj razlici jednakoj polovini talasne dužine u vakuumu ($\lambda_o/2$). Prema tome, optička razlika puteva svetlosnih zrakova reflektovanih u tačkama B i D je $\Delta = 2nd - \lambda_o/2$, gde je d rastojanje izmedju tačaka B i D. Ako sa r označimo rastojanje od optičke ose do tačke na sfernoj površini u koju pada posmatrani zrak (Sl. C3.2), onda je

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = (2R - d)d \cong 2Rd \Rightarrow d \cong \frac{r^2}{2R}$$

jer je $R \gg d$, pa je razlika optičkih puteva $\Delta = n\frac{r^2}{R} - \frac{\lambda_o}{2}$.

Na mestima gde je ta razlika jednaka neparnom broju polovina talasne dužine svetlosti u vakuumu nalaziće se interferencioni minimumi, tj. tamni Njutnovi prstenovi

$$n\frac{r^2}{R} - \frac{\lambda_o}{2} = (2k - 1)\frac{\lambda_o}{2} \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots)$$

odakle je poluprečnik k-tog tamnog prstena

$$r_k = \sqrt{kR\lambda_o/n}, \tag{C3.1}$$

gde je n - indeks prelamanja tečnosti koja se nalazi izmedju sočiva i pločice. Iz prethodne formule sledi da je

$$n = \frac{kR\lambda_o}{r_k^2} \Rightarrow n = \frac{10\cdot 1\text{m}\cdot 0{,}589\cdot 10^{-6}\text{m}}{(1{,}90\cdot 10^{-3}\text{m})^2} = 1{,}63$$

što je u suprotnosti sa učinjenim pretpostavkama pod a) i pod b) na osnovu kojih je izvedena formula (C3.1). Pod tim uslovima poluprečnik 10-tog tamnog Njutnovog prstena ne može biti 1,90 mm. Ostaje nam treća mogućnost:

c) $n_1 < n < n_2$. U tom slučaju oba odbijanja su od optički gušće sredine sa promenom faze za π pa ukupna promena faze, koja iznosi 2π, ne utiče na optičku razliku puteva. Prema tome, u slučaju (c) razlika optičkih puteva je $\Delta = 2nd$, pa je za tamne Njtnove prstenove

$$\Delta = n\frac{r^2}{R} = (2k - 1)\frac{\lambda_o}{2} \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots)$$

odakle je poluprečnik k-tog tamnog prstena

$$r_k = \sqrt{(2k - 1)R\frac{\lambda_o}{2n}}\ . \tag{C3.2}$$

Prema tome, nepoznati indeks prelamanja biće

$$n = \frac{(2k - 1)R\lambda_o}{2r_k^2} = \frac{(2\cdot 10 - 1)\cdot 1\text{m}\cdot 0{,}589\cdot 10^{-6}\text{m}}{2(1{,}90\cdot 10^{-3}\text{m})^2} = 1{,}55\ ,$$

što odgovara učinjenoj pretpostavci c). Dakle, indeks prelamanja tečnosti koja se nalazi izmedju sočiva i pločice iznosi $n = 1{,}55$.

C4 Na uski prorez širine $a = 10^{-6}$m pada paralelan snop elektrona čija je brzina $v = 3{,}65\cdot 10^6$m/s. Koliko je rastojanje izmedju maksimuma prvog reda u difrakcionoj slici koja se dobija na ekranu udaljenom $L = 10$ cm od proreza? Uzeti $h = 6{,}65\cdot 10^{-34}$ Js i $m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$kg.

RC4 Položaji maksimuma kod difrakcije na prorezu (pukotini) odredjeni su uslovom

$$a\sin\phi = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2} \qquad (k=1,2,3,\ldots)$$

odakle slede položaji maksimuma prvog reda

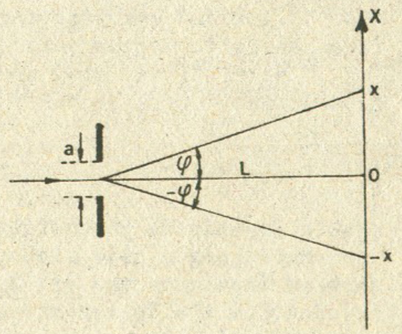
$$a\sin\phi = \pm 3\frac{\lambda}{2}\ .$$

Sa Sl. C4.1 se vidi da je rastojanje izmedju prvog maksimuma i centralnog maksimuma

$$x = L\,\text{tg}\phi = L\sin\phi = 3\frac{\lambda L}{2a}\ ,$$

jer je za male uglove $\sin\phi \cong \text{tg}\phi$. Prema tome, rastojanje izmedju prvih maksimuma biće:

$$d = x - (-x) = 2x = \frac{3\lambda L}{a}$$



Sl. C4.1

Pošto je talasna dužina elektrona prema de-Broljevoj relaciji $\lambda = h/mv$ onda je

$$d = 3\frac{L}{a}\cdot\frac{h}{mv} = 0{,}06 \text{ mm}.$$

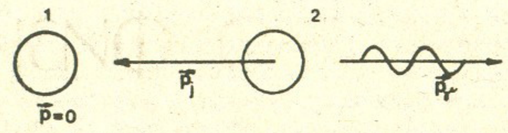
C5 Ekscitirano jezgro, koje je slobodno i koje miruje, emituje γ-kvant. Energija ekscitacije iznosi ΔE a M je masa ekscitiranog jezgra. Naći izraz za frekvenciju emitovanog γ-kvanta. Objasniti zbog čega je $\nu \neq \Delta E/h$. Kako se menja dobijeni rezultat, za slučaj, kada je jezgro čvrsto vezano u kristalnu rešetku?

RC5 Ako se jezgro, do emisije γ-kvanta, nalazi u stanju mirovanja, tada zbog zakona održanja impulsa za sistem "jezgro - γ-kvant", ono mora posle emisije γ-kvanta da uzmakne (Sl. C5.1).

Prema tome, na osnovu zakona održanja impulsa sledi da je:

$$\vec{p}_j = -\vec{p}_\gamma \Rightarrow p_j = \frac{h\nu}{c}, \qquad \text{(C5.1)}$$

pošto intenzitet vektora $\vec{p}_\gamma$ iznosi $p_\gamma = h\nu/c$.



Sl. C5.1

Pre emisije γ-kvanta, tj. u početnom stanju ukupna energija iznosi

$$E_{poč} = Mc^2,$$

gde je M masa ekscitiranog jezgra, a c brzina svetlosti.

Posle emisije γ-kvanta, tj. u konačnom stanju, ukupna energija iznosi

$$E_{kon} = h\nu + c\sqrt{p_j^2 + (M - \frac{\Delta E}{c^2})^2 \cdot c^2},$$

gde prvi sabirak na desnoj strani zadnje jednačine predstavlja energiju γ-kvanta, a drugi ukupnu energiju (relativistički izraz) uzmačnog jezgra.

Na osnovu zakona održanja energije $E_{poč} = E_{kon}$, tj.:

$$Mc^2 = h\nu + c\sqrt{p_j^2 + (M - \frac{\Delta E}{c^2})^2 c^2} \qquad \text{(C5.2)}$$

Iz jednačina (C5.1) i (C5.2) sledi da izraz za frekvenciju emitovanog γ-kvanta ima oblik:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} - \frac{(\Delta E)^2}{2Mhc^2}. \qquad \text{(C5.3)}$$

Na osnovu jednačine (C5.3) se vidi da je $\nu \neq \Delta E/h$, tj. γ-kvant ne "odnosi" celokupnu energiju eksitacije, pošto jedan njen deo "ide" na kinetičku energiju uzmaka jezgra.

U nerelativističkoj aproksimaciji možemo pisati da je kinetička energija uzmaka jezgra jednaka:

$$T_j = \frac{p_j^2}{M} = \frac{(h\nu)^2}{2Mc^2},$$

odakle se vidi da je energija uzmaka utoliko manja što je veća masa jezgra.

Kada jezgro nije slobodno, već je čvrsto vezano u kristalnu rešetku, tada se impuls uzmaka pri emisiji γ-kvanta odnosi na masu cele rešetke, te u jednačini (C5.2) treba staviti $p_j = 0$. Za ovaj slučaj frekvencija emitovanog γ-kvanta iznosi:

$$\nu_o = \frac{\Delta E}{h}. \qquad \text{(C5.4)}$$

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ

I Z V E Š T A J

o saveznim takmičenjima iz fizike učenika srednjih i osnovnih škola Jugoslavije

31. maj - 2.jun 1985.,Kladovo

Savez društava matematičara,fizičara i astronoma Jugoslavije redovno,svake godine,organizuje savezna takmičenja iz fizike za učenike srednjih i osnovnih škola Jugoslavije,s tim što se obaveza neposrednog organizovanja i izvodjenja takmičenja prenosi na republička i pokrajinska društva. Uvedena je lepa praksa da se ova takmičenja održavaju svaki naredni put u drugoj republici ili pokrajini.

Društvo fizičara Srbije prihvatilo je ovu obavezu u 1985. godini,pa su tako u Kladovu od 31.maja do 2.juna organizovana:

- 21.savezno takmičenje iz fizike za učenike srednjih škola,i
- 3.savezno takmičenje za učenike osnovnih škola.

Pored Društva fizičara Srbije i Časopisa "Mladi fizičar" u neposrednom organizovanju i izvodjenju ovih takmičenja učestvovale su radne i društveno-političke organizacije Kladova i Timočkog regiona:RO Hidrocentrala "Djerdap",RO "Timok" u Zaječaru,List Opštinske konferencije SSO Kladovo,Opštinski komitet SKJ , SSRN Kladova,RO "Djerdap-turist",i dr.

Na molbu domaćina takmičenja Akad.prof.Pavle Savić,iako pod teretom narušenog zdravlja,respektujući entuzijazam i veliki rad učenika učesnika takmičenja, rado je se odazvao molbi i pozivu da svojim prisustvom uveliča radno i svečano raspoloženje svih koji su učestvovali u ovim takmičenjima.

Prilikom svečanog otvaranja ovih takmičenja iz fizike Profesor Savić je toplim rečima pozdravio prisutne profesore fizike srednjih i osnovnih škola i učenike učesnike saveznih takmičenja,a i desetine hiljada učenika širom Jugoslavije koji su učestvovali u svim prethodnim takmičenjima iz fizike u 1985. godini.

Veliku zahvalnost dugujemo za uspešnu organizaciju takmičenja drugovima iz Kladova: Radetu Simiću,Radovanu Čvoroviću,Dobrici Milojeviću,Dimitriju Pejoviću, Staniši Paunoviću,Bori Barbuloviću , Draganu Gligorijeviću i drugima.

U ovim takmičenjima iz fizike učestvovalo je 107 učenika i to: u grupi-A: 37, u grupi-B:26, u grupi-C:19 učenika,i 25 učenika VIII razreda osnovnih škola.

Zadatke za ova takmičenja iz fizike sastavila je Savezna komisija za mlade fizičare u sastavu: Ilija Savić,predsednik komisije za srednju školu,Slobodan Žegarac,zamenik predsednika,Gavrilo Vuković,predsednik komisije za osnovnu školu, Čedomir Stanković,zamenik predsednika,Ana Smontara,Brana Josip,Mijat Mijatović , Borko Vujičić,Iztok Kukman,Stanoje Stojanović i Feriz Adrović.

Komisije za pregled i ocenu radova učenika radile su u sastavu:Damjanović Vesna,Damjanović Mladen,Dojčilović Jablan,Bukvić Srdjan,Damnjanović Milan i Marinković Maja,svi sa Prirodno-matematičkog fakultet,OOUR Fizika,Beograd.
Kolege,profesori fizike u srednjim školama Timočkog regiona:Jovanović Vera,Marković Aleksandar,Lukić Radoslav,Jeremić Gradimir,Neziri Isa,Stanojević Slobodan, Petrović Tihomir,Šarenac Mladen i Miloš Pavlović kao i Mr.Cvetan Angelov,savetnik za matematiku i fiziku u Prosvetno-pedagoškom zavodu u Zaječaru,svojim radom u ocenjivačkim komisijama pomogli su da se ovaj delikatan posao korektno obavi i privede uspešnom kraju.

Mr.Miloš Pavlović,pomoćnik direktora Obrazovnog centra "25 maj" uKladovu, imao je delikatan zadatak da u ime gradá-domaćina koordinira sveukupan rad oko i za vreme neposrednog izvodjenja takmičenja.

Postignuti rezultati prikazani su u priloženim tabelama,za svakog učenika po na osob.

Dodeljeno je : 8 prvih, 8 drugih i 7 trećih nagrada i 11 pohvala.

Takodje su dodeljene i dve specijalne nagrade za originalno rešavanje zadataka:

1. Nagradu "Branimir Marković",koju dodeljuje Društvo matematičara i fizičara SR Hrvatske,dobio je Jane Kondev,učenik IV razreda OVROMTS "Veljko Vlahović" iz Beograd,i

2. Nagradu Časopisa za učenike osnovnih i srednjih škola "Mladi fizičar" dobio je Predrag Grković,učenik VIII razreda Osnovne škole "NH Siniša Nikolajević" iz Beograda.

Na osnovu postignutih rezultata na 21.saveznom takmičenju iz fizike odredjeno je 5 učenika za učestvovanje na 16.medjunarodnoj olimpijadi iz fizike,i to: Jane Kondev,Igor Djoković,Donko Donjerković,Mičo Mrkaič i Nenad Lalić,a u rezervu su odrdjeni:Predrag Jelenković i Tvrtko Ćavar.

Draško Grujić,sekr.

Позивамо Вас да присуствујете свечаном отварању

САВЕЗНОГ ТАКМИЧЕЊА МЛАДИХ ФИЗИЧАРА ЈУГОСЛАВИЈЕ

Такмичење се одржава у Кладову, од 31. маја до 2. јуна 1985. године, а свечано отварање обавиће се у Дому културе 31. маја 1985. године у 20,00 сати

Организациони одбор

R E Z U L T A T I

Saveznog takmičenja iz FIZIKE učenika osnovnih i srednjih škola
održanog 01.06.1985. godine u K l a d o v u

G R U P A A

Red. br.	Prezime i ime učenika	NAZIV ŠKOLE	Mesto	Nastavnik fizike	Broj poena po zadacima 1	2	3	4	5	Ukupno poena	Nagrada
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	MRKAIČ MIĆO	SŠPRNMU	Kranj	Kocijančič	20	20	20	4	5	69	I
2.	DONJERKOVIĆ DONKO	GŠC "Ćiro Gamulin"	Split	Jadrljević	20	20	11	18	0	69	I
3.	JOVANOVIĆ BOŽIDAR	OVROMTS "V.Vlahov."	Beograd	Nataša Čalusković	20	2	13	18	2	65	II
4.	BUTIGAN VLADISLAV	OVO "Petar Kostić"	Pirot	Petar Nikolić	20	20	15	6	1	62	II
5.	ŠABAN NINO	MIOC "V.Popović"	Zagreb	Gordana Zovko	8	19	10	14	8	59	II
6.	ANTIĆ PREDRAG	OC "V.Vlahović"	Svetozarevo	Miodrag Vučković	20	3	13	18	0	54	III
7.	POPOVIĆ PAVLE	Srednja narav. šola	Ljubljana	Ciril Dominiko	0	20	20	6	4	50	III
8.	PEJAKOVIĆ DUŠAN	O.C."Nada Dimić"	Zemun	Lj.Jovanović	0	20	10	18	0	48	Pohvala
9.	MARINKOVIĆ PREDRAG	Gim."S.Škerović"	Titograd	Dautović Milica	13	2	11	20	2	48	Pohvala
10.	BAKIĆ NENAD	MIOC "V.Popović"	Zagreb	Ana Smontara	1	20	12	6	4	43	Pohvala
11.	MARKOVIĆ PREDRAG	OC "Nada Dimić"	Zemun	Ljubica Mišćević	3	0	20	18	0	41	Pohvala
12.	KUNDIĆ TOMISLAV	MIOC "V.Popović"	Zagreb	Šuštar Erna	0	20	13	5	2	40	Pohvala
13.	ĆIRKOVIĆ SAŠA	CUO "AVNOJ"	Zaječar	Vera Jokanović	3	2	15	20	0	40	Pohvala
14.	VELJKOVIĆ DEJAN	OC "Viktor Nešović"	G.Milanovac	Nikolić Milka	2	18	10	8	2	40	Pohvala
15.	MITREVSKI PECE	Gimnazija "Josip Broz Tito"	Bitola	Georgijevski Petar	1	2	11	18	7	39	
16.	LESKOVAR MATJAŽ	Srednja naravoslovna šola	Ljubljana	Ciril Dominiko	1	5	20	6	0	32	
17.	ZELIĆ ANTONIO	COVO ŠIBENIK	Šibenik	Jakov Labor	5	4	12	9	0	30	
18.	TEŠIĆ RADE	SŠC "Alija Alijagić"	Bijeljina	Jovan Vasilić	0	2	11	16	0	29	
19.	MERTELJ ALENKA	CSUI-Jesenice	Jesenice	Rajko Peternel	10	2	8	6	0	26	
20.	IVANOVIĆ VASILIJE	OC "Nada Dimić"	Zemun	Mišćević Ljubica	0	1	10	9	0	20	
21.	GOLA GORAN	II gimnazija "Ognjen Prica"	Sarajevo	Valentić Pavle	0	4	10	6	0	20	
22.	STATEVSKI PETAR	Gimn. "J.B.Tito"	Bitola	Georgijevski Petar	0	1	11	4	0	16	
23.	RADULOVIĆ MILAN	CSUOV-Nikšić	Nikšić	Radomir Sušić	1	5	8	2	0	16	
24.	NIKOLIĆ BRANISLAV	SPMŠ"Jovan Jovanović Zmaj"	Novi Sad	Malešević Mira	0	3	8	4	0	15	
25.	DIMITRIESKA VIOLETA	OC "Nada Dimić"	Zemun	Ljubomir Jovanović	0	2	12	0	0	14	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
26.	JORDANOVIĆ SAŠKO	"R.Jovčevski-Korčagin"	Skoplje	Vera Mijović	0	0	10	3	0	13	
27.	CRVENICA MARTIN	CSUOV-Nikšić	Nikšić	Radomir Sušić	0	2	0	9	0	11	
28.	SMILJANIĆ ALEKSANDRA	"Mika Petrović Alas"	Beograd	Platiša Andjelija	4	4	0	2	0	10	
29.	KISAČANIN BRANISLAV	SPMŠ "J.J.Zmaj"	Novi Sad	Litričinin Gena	0	2	5	2	0	9	
30.	KRUHOVIĆ HARIS	Škola "I.Perviz"	Zenica	Tešić Drago	0	2	0	6	0	8	
31.	PAUNOVIĆ IVICA	OC "25 maj"	Kladovo"	Miloš Pavlović	0	2	5	1	0	8	
32.	DER DEPEŠ	ZSŠ "Svetozar Marković"	Subotica	Olah Tivadar	0	5	0	3	0	8	
33.	RAKOVAC SALIH	Ekonomska škola	Tuzla	Čedo Miletić	0	2	0	4	0	6	
34.	SABIT SLLAMNIKU	OC Medicinskih zanimanja	Priština	Hysen Zemuni	0	1	0	4	0	5	
35.	MILINIĆ BRANISLAV	Školski centar	Korot	Ljubomir Ajgenmaht	0	2	0	1	0	3	
36.	LUFTI MUSIQI	"Muharem Bekteši"	Vučitrn	Halil Musa	0	0	0	0	0	0	
37.	BARJAMI LULZIM	Škola "9 maj"	Kosov.Kamenica	Sadik Thaqi	0	0	0	0	0	0	

B - GRUPA

1.	DJOKOVIĆ IGOR	TŠC "Hasan Burić"	Brško	Gligorić Boško	20	18	20	20	20	98	I
2.	LALIĆ NENAD	MIOC "V.Popović"	Zagreb	Miroslav Dorešić	20	18	20	18	20	96	I
3.	ČAVAR TVRTKO	MIOC "V.Popović"	Zagreb	Ana Smontara	20	15	5	20	20	80	II
4.	JELENKOVIĆ PREDRAG	"D.Jasanić-M.Luković"	Kraljevo	Ratković Miodrag	20	18	15	12	15	80	II
5.	ERKOČEVIĆ NEDIM	ETŠC	Tuzla	Gajić Milan	20	15	5	15	20	75	III
6.	KONJEVIĆ BRANISLAV	SŠC "Mate Blažina"	Labin	Mileta Ivan	20	5	5	20	20	70	III
7.	BRENNER ANTONIO	COUO	Virovitica	Ivica Debić	20	4	5	12	20	61	Pohvala
8.	KASUM ILVER	SŠC "Džemal Bijedić"	Jajce	Suvora Pero	20	5	5	5	17	52	Pohvala
9.	JURKAS MIROSLAV	Srednja škola	Brežice	Ivan Novak	5	14	10	0	15	44	
10.	SERŠA IGOR	Srednja nar. šola	Ljubljana	Tancer Dani	0	20	12	0	12	44	
11.	RIMAC DAVOR	SŠC "Mate Blažina"	Labin	Ivan Mileta	2	4	5	13	17	41	
12.	STANKOVIĆ SRDJAN	MSTŠ "Veljko Petrović"	Sombor	Ljubica Kovačević	20	6	5	5	5	41	
13.	BOSNIĆ IVAN	CUO "Juraj Braković"	Zadar	Nikica Simić	2	4	2	18	15	41	
14.	MALOVIĆ MIODRAG	OVROMTS "V.Vlahović"	Beograd	Vesna Jurašin	0	0	5	20	15	40	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
15.	DUGONJIĆ GORJAN	Srednjoškolski centar	Kakanj	Ćosić Mladena	2	6	15	6	10	39	
16.	PODNAR SIMON	SŠPRNMU	Kranj	Kocjančić	2	18	2	2	15	39	
17.	TRENKIĆ VLADICA	OVO "Dragče Milovanović"	Aleksinac	Staniša Stojanović	10	8	6	0	12	36	
18.	DJAPIĆ NENAD	SŠPTS "Veljko Vlahović"	Sombor	Nada Stančić	20	0	2	12	0	34	
19.	BURIM BIVOLAKU	SŠC "Muharrem Bekteši"	Vučitrn	Halil Musa	0	0	5	20	0	25	
20.	VUJIĆ ROBERT	GŠC "Ćiro Gamulin"	Split	Ana Raonić	0	6	0	0	18	24	
21.	NINČIĆ NENSI	Gimnazija "Aleksa Šantić"	Mostar	Obrad Traparić	0	0	5	11	3	19	
22.	ROBBA SEVERIN	Naravoslovni srednjošk.cent.	Nova Gorica	Perne France	0	6	0	0	10	16	
23.	KUN ANDRIJA	"Svetozar Marković"	Subotica	Olah Tivadar	0	0	5	5	0	10	
24.	VRAČAR DRAGAN	OC "25 maj"	Kladovo	E.Cerovac-Vučković"	5	0	5	0	0	10	
25.	JEREMIĆ NENAD	OOUR "Alija Alijagić"	Bijeljina	Jovan Vasilić	2	0	8	0	0	10	
26.	FESTIM SHKODRA	CSUO "Zejnel Hajdini"	Gnjilane	Abdullah Hyseni	0	0	5	0	0	5	

C - GRUPA

1.	KONDEV JANE	OVROMTS "V.Vlahović"	Beograd	Miroljuba Lalović	20	20	18	19	10	87	I
2.	VASILJEVIĆ NEBOJŠA	OVROMTS "V.Vlahović"	Beograd	Čaluković Nataša	18	3	10	20	10	61	III
3.	PRŽULJ VELJKO	SUOV "S.Princip-Seljo"	Sokolac	Nedeljko Prelić	18	2	20	2	10	52	Pohvala
4.	JANIČIĆ PREDRAG	OVO "Ivo Lola Ribar"	Priština	Vojislav Rašić	20	1	5	20	0	46	Pohvala
5.	DURIĆ DRAGIŠA	Gimnazija "Ognjen Prica"	Sarajevo	Valentić Pavle	-	-	20	10	10	40	
6.	BIASIZZO TONI	SNTŠ	Postojna	Igor Mezgec	18	1	0	10	10	39	
7.	SPASOJEVIĆ MIRKO	ETŠC	Tuzla	Gajić Milan	18	3	10	2	5	38	
8.	RISTIĆ ARSEN	VIII gimnazija	Beograd	Dobrila Komadanović	0	-	20	10	5	35	
9.	PRVANOVIĆ SLOBODAN	OVROMTS "V.Vlahović"	Beograd	Nataša Čaluković	5	1	5	20	2	33	
10.	PETROVIĆ PREDRAG	COUO	Virovitica	Debić Ivica	2	-	10	20	0	32	
11.	SMAJOVIĆ ISMET	ŠC "Nikola Tesla"	Leposavić	Kostović Dušica	18	4	8	1	-	31	
12.	TOT FERENC	ŠŠ "Svetozar Marković"	Subotica	Vorgić Marija	0	2	-	18	5	25	
13.	MIKOČ DAMIR	COUO "M.Marković-Crni"	Kutina	Branko Odobašić	5	-	15	3	-	23	
14.	LAKČEVIĆ MILICA	"Slobodan Škerović"	Titograd	Davtović Milica	-	1	2	20	-	23	
15.	JOSIĆ MARJAN	SŠC "V.Vlahović"	Bos.Šamac	Mihajlović Jovo	0	1	15	1	2	19	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
			Sombor	Stančić Nada	0	1	6	0	10	17	
			Zagreb	Ana Smontara	2	5	3	2	-	12	
			Tetovo	Kire Nenčev	0	1	3	2	3	9	
			Priština	Zvonimir Trajković	0	0	1	2	0	3	
			O.Š. - G R U P A								
	16. ŽEPINIĆ CVIJETA	SŠPTS "V.Vlahović"	Beograd	Cvetković Anka	20	20	20	20	20	100	I
	17. JURLINA MARTIN	MIOC "P.Popović"	Arandjelovac	Mila Milovanović	20	20	20	20	15	95	I
	18. TODOROVIĆ VLASTIMIR	CNO "Kiril Pejčinović"	Beograd	Milivoje Marković	20	20	20	20	15	95	I
	19. VUČKOVIĆ SNEŽANA	OVCTZ "Miladin Popović"	Smederevo	Spasena Vasileva	20	10	20	15	20	85	II
			Beograd	Ivanka Kozarac	20	20	20	20	0	80	II
			Skopje	Viktorija Petrevska	20	0	20	20	20	80	II
			Skopje	Margarita Kazandžiska	20	10	20	20	0	70	III
			Tešanjka	Šimunović Marjan	20	20	20	5	0	65	III
			Nova Gorica		18	10	20	5	5	58	Pohvala
			Zenica	Vujić Jelena	20	5	20	5	0	50	Pohvala
			Skopje	Zora Pekevska	18	10	5	10	5	48	
			Split	Tomaš Petar	20	10	15	0	0	45	
			Jovanović Strahinja		20	0	0	20	5	45	
			Ljubljana	Barbara Levi	20	0	20	0	5	45	
			Zagreb	Šoštarić Stjepan	0	10	20	10	0	40	
			Sarajevo	Desanka Ružić	20	10	10	0	0	40	
			Vršac	Bakaluca Branislav	20	0	0	5	10	35	
			Zrenjanin	Milja Milan	0	0	20	0	0	20	
			Bačka Palanka	Hrkalović Ljiljana	20	0	0	0	0	20	
			Priština	Ćemail Kastrati	18	0	0	0	0	18	
			Ključ	Kovačević Ilija	0	10	0	5	0	15	
			Beočin	Mladenović Slavka	5	0	0	5	0	10	
			Ljubljana	Barbara Levi	0	10	0	0	0	10	
			Priština	Momčilo Bursać	0	0	0	5	0	5	
			Lipljan	Hristić Verica	1	0	0	1	0	2	

PRAVILNA REŠENJA KONKURSNIH ZADATAKA IZ MF-37 DOSTAVILI SU:

1. OŠ "Jovan Jovanović Zmaj", Vranje (nastavnici fizike: Biljana Barać i Miloš Petrović): Marković Žaklina 698, 700, 711; Danijela Pavlović 698, 700, 711; Sanja Kostadinova 698, 700, 701, 711; Radomir Kostić 698, 700, 701, 702; Nebojša Stašić 698, 700, 701; Nebojša Tošić 698, 700, 701; Sanja Aleksić 700, 701, 702; Sonja Stojmenović 698, 700, 702; Saša Dimitrijević 698, 700, 702; Snežana Mihajlović 698, 702; Jadranka Stanković 698, 700; Suzana Stefanović 698, 702; Biljana Vasova 698, 700, 702; Valentina Nedeljković 698, 700, 702; Danijela Marković 698, 699, 700, 702; Nataša Janjić 698, 699, 700, 702; Ivana Ristić 698, 699, 700, 702; Anita Dodić 698, 699, 700, 702; Jelena Veselinović 698, 699, 700, 702; Vesna Manić 699, 700, 702; Marina Stefanović 702; Sunčica Stojanović 698, 702; Jadranka Stanković 698, 699, 700, 702; Suzana Stojanović 698, 699, 700, 702; Dejan Djerić 698, 702; Tanja Veličković 698, 700, 702; Biljana Jovanović 698, 699, 702; Ivan Zdravković 698, 702; Boban Petković 698, 699, 700, 702; Tatjana Nedeljković 698, 700, 702; Jasmina Stojneva 698, 699, 700, 702; Vesna Stanisavljević 698, 699, 700, 702; Jasmina Jovanović 698, 699; Suzana Zdravković 698, 700, 702; Danijela Arsić 698, 700, 702, 706; Ljiljana Djoić 698, 700, 702, 705, 706; Sladjana Petrović 698, 700, 702, 706; Vesna Zdravković 698; Danijela Jovanović 698; Dragana Stefanović 698, 699, 702, 704, 706; Ljiljana Stojanović 702, 704, 706, 698, 699; Aleksandar Nikolić 698, 700; Tanja Savić 698, 700, 702; Lidija Mihajlović 698, 700, 702, 705, 706; Vlajinac Kristina 698, 699, 700, 705, 706, 707; Snežana Anačkova 698, 699, 700, 702, 704, 705, 706, 707; Tanja Jović 698, 702, 704, 705; Kosta Pavlović 698, 700, 702, 705, 706, 707; Vesna Maksić 698, 700, 701, 706; Vesna Jovanović 698, 699, 700, 702, 705, 707; Suzana Mladenović 698; Miomir Tasić 698, 700, 701, 702, 705; Vesna Spasić 698, 700, 702, 705, 706; Maja Stojanović 698, 700, 705, 706; Violeta Krstić 698 699, 702, 704, 705; Lidija Djordjević 698, 702, 704, 706; Danijela Petrović 698, 702, 704, 706; Ružica Stamenković 698, 702, 704, 706; Anita Milanović 698, 700, 702; Marina Arsić 698, 700; Predrag Stojković 698, 700, 702, 705, 706, 707; Mitić Dragana 698, 699, 700, 702, 705, 706, 707, 711 i 712. 2. OŠ "Dr Dragiša Mišović", Čačak (Radmila Aćimović i Draginja Nicović): Sanja Tamaš 669, 670; Terzić Aleksandra 708, 709, 711, 712; Marina Arsenijević 708, 709, 711; Sanja Tamaš 708, 709, 710, 711, 712; Snežana Božović 703, 704, 705, 706, 707; Tanja Žižović 703, 704, 705, 706, 707; Milan Vujadinović 708, 709, 710, 711, 712; Jelena Salević 703, 705, 706, 707; Katarina Čvrkić 703, 704, 705, 706, 707; 3. OŠ "Veljko Vlahović", Borča-Greda (nastavnik fizike: Živorad Petrović): Maja Stevanović 698, 700, 701, 702, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 717; Danijela Vlatković 698, 699, 700, 701; Milan Živković 698, 699, 700; Jasmina Djurić 698, 700, 701, 702; Jusuf Edita 698, 700-710, 712; Goran Milutinović 698, 699, 700, 701, 702; Nebojša Petrović 698, 699, 700, 702, 704, 705, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 714, 715; Dragana Kamenica 698, 700, 701, 702, 704, 705, 707; Marieta Minaković 698, 699, 700, 701, 702; Jovičić Nina 698, 700, 701, 702, 708, 709, 710, 711, 712; Šipoš Marijana 698, 699, 700, 701, 702, 708, 709, 710, 711, 712; Djurić Jadranka 698, 699, 700, 701, 702, 708, 709, 710, 711, 712; Jovičić Dragomir 698, 700, 701, 702; Ivković Mirjana 698, 700, 701, 702, 708, 709, 710, 711, 712; 4. OŠ "Olga Milošević", Smederevska Palanka (Borivoje Vukomanović): Milena Stojanović 703, 704; Slavica Jelić 698, 700, 702; Nenad Janković 698, 699, 700, 701, 702; Slavica Jovanović 704; Sonja Rusić 702; Bojan Simeunović 698, 700, 702; 5. OŠ "Miša Živanpvić", Srednjevo Makce, (Slaviša Stanković): Gorica Jogić 698, 700, 701; Ranica Nenadović 698, 700, 701, 706; Tatjana Stepanović 698, 700, 701; Vladana Živković 698, 700, 701; Nadica Damjanović 698, 700, 702; Dejan Radivojević 700, 701; Suzana Stojanović 698, 700, 701; Mališa Perić 698; Marijana Stojanović 701, 700, 698; Nela Milić 709, 711, 712; Jelena Besulj 698, 700, 706, 709; Savica Janković 698, 700, 702; Anela Živković 700, 701; Biljana Mitrović 698, 700, 701, 702; Ratko Živojinović: 698, 700, 701, 702; Dejan Rajković: 700, 701; 6. OŠ "Živadin Apostolović", Trstenik (Živko Savić): Jelena Mladenović 698, 699, 700, 701, 702; Bojan Trnavac 698, 700, 711; Ivan Veljković 698, 700, 702; Gordana Petrović 700, 702; Ivana Mladenović 700, 706, 707; Vejnović Merjan 663, 664, 665; 7. OŠ "Ćirilo i Metodije", Beograd (Milomir Djurić): Slobodan Matić 698, 699, 700, 702; Miroslav Medić 708, 709, 710, 711, 712; Ognjen Perišić 698; Slobodan Stamenković 698, 700, 702; Radmila Tutunović 698, 699, 700, 702; 8. OŠ "Milan Ilić Čiča", Arandjelovac (Savka Kosić i Mila Milivojević): Ljiljana Veljković 708; 709, 710, 711; Stevan Lojović 698, 699, 701, 702; Dragan Jeremić 698, 699, 700, 701, 702; Aleksandar Trunić 698, 699, 700, 701, 702; 9. OŠ "8 oktobar", Vlasotince (Mihajlo Djokić): Ivan Milojević 698, 700, 701, 702, 705, 707, 708, 709, 711, 712; Saša Kostovski 700, 711, 712; Mića Petrović 705; Snežana Krstić 698; Stojanović Dejan 698, 699, 702; Stojković Dragan 698, 700, 701, 702, 706, 707, 708; 10. OŠ "Jusuf Jakubović", Tuzla (Ankica Peran): Refik Oštraković 698, 699, 700, 702; Zoran Lazić 698; Refik Oštraković 705, 707; Almir Hrvanović 698, 700; 11. OŠ "Kosta Djukić",

Mladenovac (Spasa Nedeljković): Grozdana Krsmanović 703, 704, 705, 707; Darko Marinković 698, 700, 701, 702; Gordana Simić 703, 704, 705, 707; Verica Vojinović 703, 704, 705, Biljana Milojević 703, 704, 705, 707; Milutin Milošević 703, 704, 705; Zoran Vojinović 703, 704, 705; Vesna Marković 698, 700, 701, 702; 12. OŠ "Milinko Kušić", Ivanjica (Zorica Bogićević): Danijela Aničić 708, 709, 710, 711, 712; Neda Marković 705, 706; Predrag Milinković 708, 710, 711, 712; 13. OŠ "8 septembar", Pirot (Milorad Vidanović): Dragan Mladenović 698, 700, 702, 704, 706, 709, 711, 712, 714; 14. OŠ "Branko Radičević", Vladičin Han (Stanojlo Stanojević): Predrag Antić 704, 706, 707; Violeta Stevanović 704, 706, 707; Radica Filipović 704, 706, 707; Lidija Djordjević 704, 706, 707; Eminović Dragiša 704, 706, 707; 15. OŠ "Ivan Goran Kovačić", Sonta (Zlata Grujić): Ljiljana Prelić 708, 709, 710, 711, 712; Kaja Donić 708, 709, 710, 711, 712; Nataša Nastasović 708, 709, 710, 711, 712; 16. OŠ "Braća Ribar", Beograd (Nenad Glišić) Vuk Bijelić 698, 700, 702;(Golović Nenad); Nastić Vuk 698, 700, 702; 17. OŠ "Milan Milošević-Ćopo", Mrčajevci (Stanojka Milisavljević): Marija Ilić 708, 709; Snežana Vuković 698, 700; 18. OŠ "Ivo Lola Ribar", Raška (Milijana Kostić); Sladjana Joksimović 698, 700; Milan Krsmanović 698, 700, 702; Ljiljana Kominac 698, 700, 701, 702; Milomir Kurandić 698; Anastasijević Ana 698, 700, 701; 19. OŠ "Dositej Obradović", Niš (Olga Stojković): Aleksandar Dmitrov 705, Bratislav Veljković 707; Natalija Mašović 703, 705, 706, 707; 20. OŠ "Branko Radičević", Novi Beograd (Danica Ralić): Branka Stošković 706, 707; 21. OŠ "Milan Munjas", Ub (Živka Nedić): Saša Spasić 698, 702, 706, 707, 711; Žarko Stojanović 711; (Dračica Starčević):Jasmina Petrović 700, 702; Petrović Jelena 708, 709, 711, 712; 22. OŠ "22. decembar", Katun: Danijela Nešić 700, 705, 706; Snežana Milijić 700, 701, 705, 705; 23. OŠ "IV kraljevački bataljon" Kraljevo (Zagorka Savićević): Vesna Simović 698; 24. OŠ "20. oktobar", N.Beograd (Mira Vuković): Ivan Ristić 707; 25. OŠ "Radoje Domanović", Vranje (Sima Arsić i Vojislav Trajković): Jasmina Anastasijević 703, 704, 705, 706, 707; Ničković Sonja 704, 705, 706; Paunović Nenad 704, 705, 706, 707; Ristić Siniša 698, 700, 707; Goran Georgijev 704, 705, 707; 26. OŠ "Stevan Sindjelić", Beograd (Spas Harizanov): Dejan Marjanović 708, 709, 711, 712; 27. OŠ "Milica Pavlović", Čačak (Jevrem Ristanović): Aleksandra Radojčić 698, 700, 701; 28. OŠ "Ivan Gundulić", N.Beograd (Elvira Šaš): Simonida Banjeglav 703, 704, 705, 706, 707; 29. OŠ "Ivan Milutinović" Višnjička Banja (Nada Radosavljević): Dragana Pejović 708, 709, 710, 711, 712; Ljiljana Marković 698, 699, 700, 702; Miljević Snežana 708, 709, 710, 711; 30. OŠ "Dušan Popović" Belušić (Krstić Gordana): Radovanović Dušica 700, 701, 702; Milosavljević Jelena 700, 701, 702; Milojević Sladjana 700; Ristić Sladjana 700, 701, 702; Slavica Mijailović 700, 701, 702; 31. OŠ "17. oktobar", Svetozarevo (Milun Mikić): Katarina Nikolajević 703, 704, 705, 706, 707; 32. OŠ "Braća Ribar", Beograd, (Tomislav Senćanski): Vladimir Baltić 704, 705, 706, 707; Tatjana Ignjatović 708, 709, 711, 712; 33. OŠ "Oslobodioci Beograda", Beograd (Dušan Kordovan): Vladan Radosavljević 704, 705, 706, 707; 34. OŠ "Heroj Ivan Muker", Sm. Palanka (Nevenka Košutić): Predrag Begović 698, 700, 701, 703, 704, 705, 706, 707; 36. OŠ "Žikica Jovanović - Španac", Valjevo (Joka Perić): Lidija Stamenković 698, 699, 700, 702; 36. OŠ "Ivo Andrić", Gradačac (Almasa Bilajac): Samira Gluhić 702; 37. OŠ "Stevan Filipović", Radalj (Dragica Mitrović): Dragan Jokić 700, 702; 38. OŠ "Janko Veselinović", Šabac, (Aca Djokić): Dejan Vidaković 698, 700; 39. OŠ "Nikola Tesla", Kljajićevo (Ranka Medojević): Igor Sučević 698, 700; 40. OŠ "Veselin Masleša", Beograd (Dušanka Rosić): Snežana Draganović 698, 699, 700, 701, 702; 41. OŠ "25. maj", Krupanj (Marina Femić): Miodrag Stakić 698, 702, 705; 42. OŠ "Svetozar Miletić", Zemun (Brana Jovanović): Rajko Jokanović 708, 709, 710, 711, 712; 43. OŠ "Vuk Karadžić", Lebane (Gospava Nikolić): Sladjana Veličković 708, 712. 44. OŠ "Milica Pavlović", Beograd (Marko Petković): Jelena Lazarević 708, 709, 710, 711, 712; 45. OŠ "Djura Jakšić", Zaječar (Živojin Petrović): Saša Nedeljković 704, 705, 706, 707; 46. OŠ "A.Cesarec", Krapina (Ivan Ćotić): Božidar Daković 711; 47. OŠ "Čele-kula", Niš (Jasmina Prvulović): Snežana Dimitrkov 698, 702; Simović Ivana: 698, 701; 48. OŠ "Anita Bogićević", Loznica (Dragica Trišić): Pedja Djurić 698, 700, 701; 49. OŠ "Ljupče Nikolić", Aleksinac (Srba Ivanović): Danijela Mitić 698, 700, 701, 702, 705, 706. 50. OŠ "Tanasko Rajić", Čačak (Milijana Ćirić): Dušan Luković 708, 709, 710, 711; 51. OŠ "Petar Dokić", Sarajevo (Desa Ružić): Olivera Ostojić 700, 701, 702, 705, 706, 708, 709, 710, 712,663, 664, 665, 666, 671, 673, 674, 680, 688. 630, 631. 52.Djordje Djokić, Beograd, 698, 700, 702. 53. OVC "Nada Dimić", Zemun (Dušan Jorgović): Irina Pavlica 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 713, 714, 715, 716. 54. ŠPO "Nikola

Tesla", Foča (Prgo Šefik): Klinac Vahzi 714, 715; Svetislav Kovačević 714,715; Borovina Nihad 714, 715; Zdravko Radović 714, 715; Sanin Hasan 714, 715; Nebojša Radivojević 714, 715; Imamović Samir 714; Petar Jakšić 714, 715; Ajamović Jasenko 715; Grujić Ivan, 714, 715; Džemalija Suada 714, 715; Maslo Džemal 714, 715. 55. OŠ "Heroj Sveta Mladenović", Saraoci (Stevanović Mira): Jovanović Ivica 698, 699, 700, 701, 702; Jović Violeta 698, 699, 700, 701, 702; Rajković Svetlana 698, 699, 700, 701, 702. 56. OŠ "Milan Milošević", Mrčajevci (Stojanka Milisavljević): Nikitović Željka 703, 704, 705, 706, 707; Jovanović Brankica 703, 705. 57. OŠ "9. maj", Kamenica (Petrović Radmila): Vasić Marijana 698, 700, 702; Makević Zoran 698, 699, 700, 701, 702. 58. OŠ "Joca Milosavljević", Miloševo-Bagrdan (Miodrag Milanović): Milojković Branka 698, 699, 700, 701, 702. 59. OŠ "KPO", Jošanička Banja (Stanislav Lukić): Pavlović Radica 698, 699, 700, 701; Novković Milijana 698, 699, 700, 701. 60. OŠ "Jovan Sterija Popović", Novi Beograd (Vera Grek): Miloš Petrović 698, 699, 700, 701, 702. 61. OŠ "25. maj", Delimedje (Saračević Salih): Prentić Lokman 698, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 714, 715; Zogić Šefćeta 698, 700, 711, 712; Durković Selim 698, 700, 701, 704, 711, 712; Leković Himo 700, 701, 702, 708, 709, 711, 712; Badić Nermin 698, 700, 702; Ademović Samir: 698, 700. 62. OŠ "Nada Purić", Valjevo (Ljiljana Milić): Djurić Ljiljana 698, 700, 702. 63. OŠ "Branko Radičević", Petrovac na Mlavi (Ljubomir Andjelković): Manojlović Anita 700, 701, 702; Stanisavljević Lalko 700, 701; Blagojević Suzana 698, 700, 701, 702; Trašović Gorica 698, 700, 701, 702; 64. OC "Sveta Djordjević", Smed. Palanka (Josifović Grozdana): Goran Cvetković 676, 680, 691, 686; 65. OC "Dragačevski bataljon", Guča (Danilo Beodranski): Obradović Dušica 719; Maričić Vesna 719.

PRAVILNA REŠENJA KONKURSNIH ZADATAKA IZ MF-37 NAKNADNO SU DOSTAVILI:

1. OŠ "Stevan Čolović", Arilje (nastavnik fizike Vuković Momir): Radulović Aleksandra 700, 701, 706, 711; Nedeljković Marija 698, 700, 701, 702, 705, 708, 707, 709, 711, 712; Milićević Ivana 708, 709, 711, 712; Bošnjaković Nada 708, 709, 711, 712; Stojadinović Dragana 708, 709, 711, 712; Varagić Marija 708, 709, 711, 712; Vesnić Vanja 698, 700, 701, 702, 706, 708, 709, 711, 712; Milićević Jelena 700; Stojić Aleksandra 698, 700, 702; 2. OŠ "Filip Filipović", Čačak (Stojanović Ružica): Aleksić Aleksandar 708, 709, 711, 712; Živanović Mirjana 704, 705, 706, 707; Milisavljević Duško 704, 705, 706, 707; Gospavić Mira 704, 705, 706, 707; Ćosović Nebojša 698, 699, 700, 701, 702; Gajić Ivana 704, 705, 706, 707; Vasiljević Dragan 698, 700, 702; Obrenović Olja 698, 699, 700, 702; Ocokoljić Dragana 704, 705, 706, 707; Ćirić Dejan 703, 704, 705, 706, 707; Vujinović Bojan 698; Djokić Dejan 704, 705, 706, 707; Marić Biljana 704, 705, 706, 707; 3. OŠ "Andrija Djurović", Titovo Užice, (Danilović Trnjina): Popović Ana 698, 700, 702; Pantelić Silvana 698, 700, 702; Šobotović Dragana 698, 700, 702; Milošević Zoran 698, 700, 702; Milović Biljana 698, 700, 702; Jovičić Nikola 698, 700, 702; Tešić Vera 698, 700, 702; Tamburić Ivan 699, 700; 4. OŠ "Kopaonički partizanski odred", Jošanička Banja, (Lukić Stanislav): Musić Dragana 698, 699, 700, 701, 705, 706, 707; Čolović Vladanka 698, 699, 700, 701, 702, 704, 705, 706, 707; Djeković Violeta 698, 699, 700, 701, 702, 704, 705, 706, 707; Trifunović Jasmina 708, 709, 711, 712; 5. OŠ "Jovan Milosavljević", Bagrdan (Milanović Miodrag): Radosavljević Ivan 698, 699. 700, 701, 702; Veličković Ivan 698, 699, 700, 701, 702; Živković Dejan 700, 702; Djordjević Srdjan 698, 701, 702; 6. OŠ "Branko Miljković", Niš (Aleksov Kostadin): Krstić Ivan 708, 709, 710, 711, 712; Vasilev Manko 708, 709, 710, 711, 712; 7. OŠ "Milenko Brković-Crni", Zaječar (Ristić Bogosav): Jovanović Lidija 698, 699, 700, 701, 702; 8. OŠ "17 oktobar", Svetozarevo, (Mikić Milun): 703, 704, 705, 706, 707 ove zadatke je uradila Cvetković Aleksandra; 9. OŠ "Salko Pezo", Mostar, (Bjelica Katica): Šarić Nataša 708, 709, 711, 712; 10. OŠ "Milutin Smiljković", Leskovac (Vasiljević Milivoje): Menković Snežana 698, 700, 701; 11. OŠ "Braće Jakšić", 75446 Milići, (Džinkin Vera): Čuljković Branislava 708, 709, 711, 712; 12. OŠ "3 oktobar", Bor, (Ilić Natalija): Zdravković Dejan 698, 700, 702, 704, 705; 13. OŠ "Grga Vuletić", 41312 Kloštar Ivanić, (Šimić Blago): Šimić Lovorka 698, 700, 702, 705; 14. OŠ "Moša Pijade", Kikinda, (Živić Saveta): Dankov Dragana 708, 709, 711, 712; 15. OŠ "Milentije Popović", Vlasotince, (Ristić Srboljub): Milošević Stanislav 732; 16. OŠ "Branislav Kitanović", 18253 Jug-Bogdanovac (Milić Cveta): Zečević Verica 700; 17. CUO "Zvonko Brikić", 55308 Jakšić, (profesor fizike Medjugorac Mirjana): Tužinski Dalibor 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 714, 715, 717; 18. OOUR "4 jul", Čačak (Aleksić Ljubinka): Radošević Vesna 718.

Milan Raspopović,Bojana Nikić,Nataša Čaluković

ZBIRKA ZADATAKA IZ FIZIKE

za učenike srednjih škola

za takmičenja iz fizike

za polaganje prijemnih ispita na fakultetima

"Naučna knjiga",BEOGRAD, 1983.

Izvod iz predgovora

Pri sastavljanju zbirke autori su se služili vlastitim dugogodišnjim iskustvom u radu sa učenicima koji su se opredelili za struke i zanimanja,a kasnije i za studije na onim fakultetima (prirodno-matematički i tehnički) na kojima fizika i matematika imaju fundamentalno značenje.

Kod izbora zadataka opredelili smo se za one zadatke čije rešavanje ne zahteva prosto mehaničko zamenjivanje polaznih podataka u gotove formule i jednačine,već pre svega, da se kroz rešavanje zadataka dublje udje u suštinu fizičkog sveta.

Autori.

KONKURSNI ZADACI • NAGRADNI ZADACI KUPON • ZADACI PITANJA • E – ZADATAK

Učenik _____

Škola i razred _____

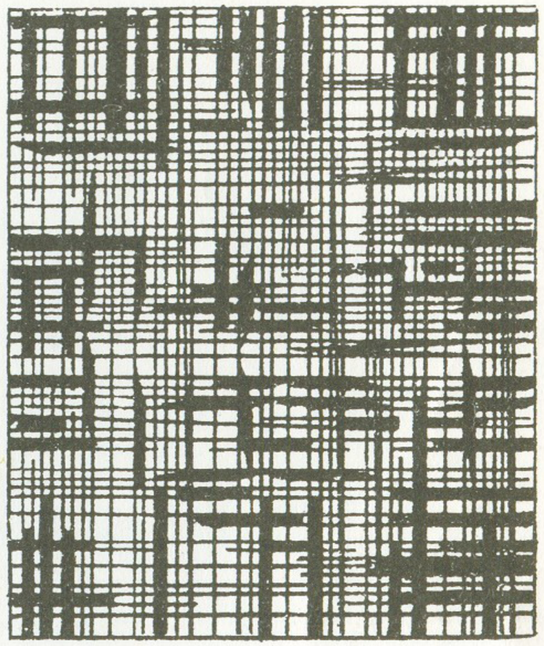
Nastavnik fizike _____

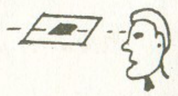
Pošt. broj i mesto _____

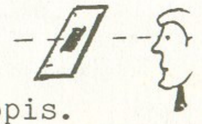
Ulica i broj _____

ŠKOLSKA KNJIGA, knjižara „Studentski trg"
Rešenja zadataka iz „Mladog fizičara"
11000 BEOGRAD, Studentski trg 6

POKUŠAJTE



Ako ovu ukrštenicu pogledate ovako 

pročitaćete nazive čestica koje ulaze u sastav atoma,a ako je pogledate ovako  pročiaćete tekst u kome se spominje naš časopis.

Vladimir Adamović,sav.za fiziku
Medjuopštinski zavod za unapredjivanje vaspitanja i obrazovanja,Požarevac.